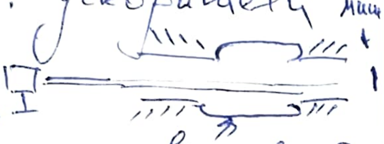
Линейные ускорители

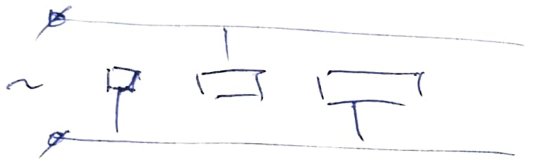
Типы лин. ускорителей

* Ускорители прямого действия
  - частица ускоряется в $\vec{E} = const$
* Ускорители трансформ. типа
  - высоковольт.
  - резонансный
* Каскадные ускорители
  - разделенный магнитопровод
* Электростат. ускорители
  - $U = \frac{Q}{C}$



* Индукционные ускорители
  - Нет пробоя $\mathcal{E}_{вих} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$

  $\Delta p = eS\frac{\Delta B}{\tau}$
* Лин. резон. ускорители



Видероэ

* Волноводные ускорители

  $E_z = E_0 e^{i(\omega t - \beta z)}$

  $v_\varphi = \omega / \beta \Rightarrow v_e = v_\varphi$

Фазовая и групп. скорости

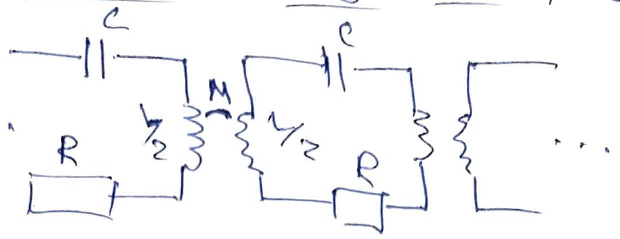
$\vec{E}(\vec{H}) \sim e^{i(\omega t - \beta z)}$, $\varphi = \omega t - \beta z$

$\varphi = const \Rightarrow \omega = \vec{\beta}\vec{v}_\varphi$

$\vec{v}_{гр} = \vec{n} \lim \frac{\Delta l}{\Delta t}$

! Для эффективного вз-я частиц с полями необходимо $\boxed{v_\varphi < c}$

Цепочка связанных резон-в



Ур-е Кирхгофа:

$$0 = \frac{1}{j\omega C} I_n + j\omega L I_n + R I_n + j\omega M I_{n-1} + j\omega M I_{n+1}$$

Т.к. Флоке $\Rightarrow I_{n+1} = I_n e^{-j\theta}$

$I_{n-1} = I e^{j\theta}$

$k = \frac{M}{L}$: $-\frac{\omega_0^2}{\omega^2} + 1 - j\frac{\omega_0}{Q_0 \omega} + 2k\cos\theta = 0$

$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, $\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + 2k\cos\theta}}$

$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R} \gg 1$

∃ $\theta = \beta_z d = \frac{2\pi d}{\lambda_g}$, d – длина резонатора

$\Rightarrow v_\varphi = \frac{\omega}{\beta_z} = \frac{\omega_0 d}{\theta} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 2k\cos\theta}}$

$v_{гр} = \frac{\partial \omega}{\partial \beta_z} = k\omega_0 d \frac{\sin\theta}{(1 + 2k\cos\theta)^{3/2}}$

Расчет круглого диафрагм. волновода с малым отверст.

$\begin{cases} rot\, \vec{H} = i\omega\varepsilon\vec{E} \\ div\, \vec{E} = 0 \end{cases}$ $E_z = E_0 e^{-i\frac{\theta}{d}z}$

в малом отверстии $E_z \cancel{\neq E_z(r)}$

$\rightarrow H_\varphi \approx \frac{i\omega\varepsilon}{2} r E_z$

$E_r \approx \frac{i\beta}{2} r E_z$

$P_z = P = \frac{1}{2}\int_S E_z H_\varphi dS = \frac{\pi^3}{4}\left(\frac{a}{\lambda}\right)^4 \frac{(E\lambda)^2}{Z_0 \beta}$

a – отверстие, b – резонатор. d – длина рез.

Возбуждение УС

$$\frac{dP}{dz} = -2\alpha P, \quad \alpha - \text{затухание}$$

$$-2\alpha P = \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{v_{гр}}\frac{\partial P}{\partial t}$$

– УС с CZ

$\exists\ R_П = \alpha R_{sh}$ – посл. сопротив.

$\Rightarrow$ IF $\alpha R_{sh} = const \to \boxed{CZ}$

$\Rightarrow \alpha = const \Rightarrow v_{гр} = const$

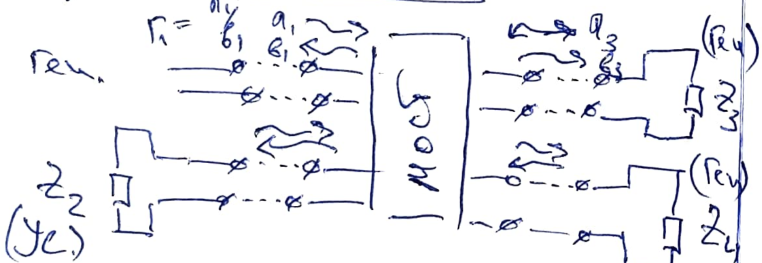
– УС с CG

$$E(z) = \sqrt{2\alpha(z) R_{sh}(z) P(z)}$$

Если $\alpha(z) \sim \frac{1}{P(z)} \Rightarrow E(z) = const$

$\to \boxed{CG}$

Принцип SLED



$$\vec{b} = S\vec{a}; \quad S = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -i \\ 0 & 0 & -i & 1 \\ 1 & -i & 0 & 0 \\ -i & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_3 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow b_1 = \frac{a_1}{2}\,\frac{\Gamma_3 - \Gamma_4 - 2\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4}{1 + \frac{\Gamma_2}{2}(\Gamma_3 - \Gamma_4)}$$

в ид. случае $\Gamma_2 = 0$

$\Gamma_3 = \Gamma_4 = \Gamma_0$

$\Rightarrow b_1 = 0$, a_1 – задано

$b_2 = -i a_1 \Gamma_0$, $a_2 = 0$

$b_3 = a_1/\sqrt{2}$, $a_3 = \frac{a_1}{\sqrt{2}}\Gamma_0$

$b_4 = -\frac{i a_1}{\sqrt{2}}$, $a_4 = -\frac{i a_1}{\sqrt{2}}\Gamma_0$

Т.е. SLED $\equiv$ переходн. проц. в одиночном резонаторе

А волн. мост нужен для направления отраженных от резонаторов волн к нагрузке. (УС.)

КПД ускорителя

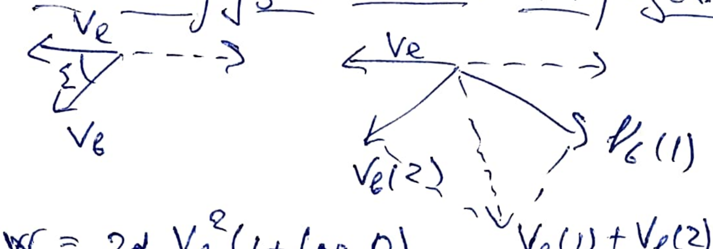
$P_П$ – мощность к пучку

P_0 – мощность питания

$$\eta = \frac{P_П}{P_0} = \frac{U \cdot I_0}{P_0} = \frac{U_0 I_0 - m I_0^2}{P_0}$$

$$\eta_{max} = \frac{U_0^2}{4 m P_0}$$

Th нагрузка током для резон.



$$W = 2\alpha V_b^2 (1 + \cos\theta)$$

$$\Delta U = qV_e + [qV_e + qV_b\cos(\xi + \theta)]$$

$W = \Delta U \qquad \theta$ – любой

$\Rightarrow \sin\xi = 0$

$V_e = q/2\alpha$

$f = 1/2 = \frac{\alpha V_b}{q}$

$V_e = \frac{1}{2}V_b$

Тh. Умова – Пойнтинга

$$\operatorname{div} E\times H = -E\,\nabla\times H + H\,\nabla\times E$$

$$\operatorname{div} E\times H = -E\cdot j + \sigma E^2 - \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\frac{\partial E^2}{\partial t} - \frac{\mu\mu_0}{2}\frac{\partial H^2}{\partial t}$$

$$\Rightarrow -\oint E\times H\,dS = \underset{(1)}{}\int E j\,dv + \overset{(2)}{\int \sigma E^2 dv} + \overset{(3)}{}\frac{\partial}{\partial t}\int \overset{(4)}{}\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}E^2 + \frac{\mu\mu_0}{2}H^2\,dv$$

(1) – Поток мощности через плос.
(2) – Мощность от источн. тока
(3) – Омическая мощность потерь
(4) – Мощность Э/М поля

$\Pi = E\times H$ – вектор Пойнтинга

$$Re\langle\Pi\rangle = \frac{1}{2} Re(E\times H^*)$$

Методы исследования уск. структур

! Чаще используется метод резонансного макета

(отрезок структуры, включающий в себя несколько одинаковых ячеек, работающих в режиме стоячей волны)

* Для УС с бегущ. волной исследуемый отрезок ограничив. коротким замыканием

! Нужно, чтобы сам резонатор и его отражение образовывали собой бесконечный исходный волновод

В некоторых случаях, это не удается (спираль)

Метод нерезонансных возмущений

Методом можно измерить хар-ки УС, относящ. только к „энергетическим" срезам „ устр. с постоян. β_ϕ. и длиной периода ячейки

Основа метода:

$$\Delta\Gamma = -\frac{j\omega}{P_\Gamma}\left(\sum_i^3 k_{1i}E_i^2 - k_{2i}H_i^2 + \gamma_i E_i^2\right)$$

P_Γ – мощность ген.

ω – кругл. част. структ

k_1, k_2, γ – коэф ~ форма, материал размеры

Презентация и Линаки ИЯФ и Ангель

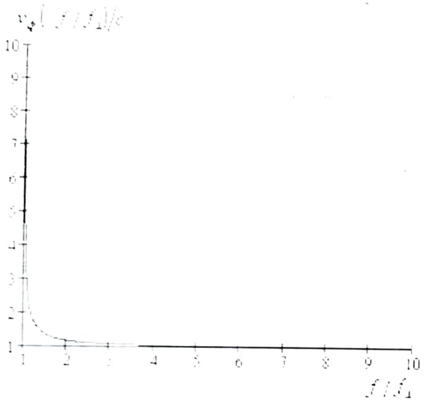


Рис. 2.3.1. Дисперсионная кривая

2.4. Основные типы волн

Для регулярных волноводов, показанных на рисунке 2.3.2, с вакуумным наполнением и при отсутствии затухания $\alpha = 0$ уравнения (2.2.5) и (2.2.6) можно переписать в более простой форме

$$\begin{cases} \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\dot{\vec{E}}_{\perp} = \vec{\nabla}_{\perp}\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial z} - ikZ_0\vec{\nabla}_{\perp}\dot{H}_z \times \vec{z}_0 \\ \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\dot{\vec{H}}_{\perp} = \vec{\nabla}_{\perp}\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial z} + i\frac{k}{Z_0}\vec{\nabla}_{\perp}\dot{E}_z \times \vec{z}_0 \end{cases}. \qquad (2.4.1)$$

$$\begin{cases} \nabla^2\dot{E}_z + k^2\dot{E}_z = 0 \\ \nabla^2\dot{H}_z + k^2\dot{H}_z = 0 \end{cases} \qquad (2.4.2)$$

Из (2.4.1) и (2.4.2) следует, что существуют три *независимых* решения (три независимых вида волны): $\dot{H}_z = 0$, $\dot{E}_z \neq 0$ - *TM (E-волна)*; $\dot{H}_z \neq 0$, $\dot{E}_z = 0$ - *TE (H-волна)*; $\dot{H}_z = 0$, $\dot{E}_z = 0$ - *TEM*. Все остальные волны получаются из суперпозиции трех основных типов волн.

Рис. 2.3.2. Внешний вид прямоугольного и цилиндрического волноводов

С учетом (2.2.7) дифференцирование по координате z можно заменить на $\frac{\partial}{\partial z} = -i\beta$, $\frac{\partial^2}{\partial z^2} = -\beta^2$. Применяя определение для критического волнового числа $k_{\perp}^2 = k^2 - \beta^2$, выражения (2.4.1) и (2.4.2) примут вид ($Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi$ Ом)

$$\begin{cases} \dot{\vec{E}}_{\perp} = -\frac{ik}{k_{\perp}^2}\left[\frac{\beta}{k}\vec{\nabla}_{\perp}\dot{E}_z + Z_0\cdot\vec{\nabla}_{\perp}\dot{H}_z \times \vec{z}_0\right] \\ \dot{\vec{H}}_{\perp} = -\frac{ik}{k_{\perp}^2}\left[\frac{\beta}{k}\cdot\vec{\nabla}_{\perp}\dot{H}_z - \frac{1}{Z_0}\cdot\vec{\nabla}_{\perp}\dot{E}_z \times \vec{z}_0\right] \end{cases}. \qquad (2.4.3)$$

TM (E-волна): H_z=0

В этом случае из (2.4.3) легко получить выражения:

$$\begin{cases} \dot{\vec{E}}_{\perp} = -\frac{ik}{k_{\perp}^2}\frac{\beta}{k}\cdot\vec{\nabla}_{\perp}\dot{E}_z \\ \dot{\vec{H}}_{\perp} = \frac{ik}{k_{\perp}^2}\frac{1}{Z_0}\cdot\vec{\nabla}_{\perp}\dot{E}_z \times \vec{z}_0 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \dot{E}_{\perp} = Z_I \cdot \left[\dot{H}_{\perp} \times \vec{z}_0\right] \\ \dot{H}_{\perp} = -\dfrac{1}{Z_I} \cdot \left[\dot{E}_{\perp} \times \vec{z}_0\right], \\ Z_I = \dfrac{\beta}{k} Z_0 \end{cases} \qquad (2.4.4)$$

TE (H-волна): E_z=0

С учетом (2.4.3) по аналогии с (2.4.4), получаем:

$$\begin{cases} \dot{E}_{\perp} = Z_H \cdot \left[\dot{H}_{\perp} \times \vec{z}_0\right] \\ \dot{H}_{\perp} = -\dfrac{1}{Z_H} \cdot \left[\dot{E}_{\perp} \times \vec{z}_0\right], \\ Z_H = \dfrac{k}{\beta} Z_0 \end{cases} \qquad (2.4.5)$$

TEM: E_z=0, H_z=0

В данном случае дисперсия волн отсутствует и $k_{\perp} = 0$, поэтому в уравнениях (2.4.3) возникает неопределенность, тем не менее, решение для таких волн существует, и в общем виде оно записывается аналогично двум другим типам волн, только волновое сопротивление равно $Z_0 = 120\pi$ Ом [2.8]:

$$\begin{cases} \dot{E}_{\perp} = Z_0 \cdot \left[\dot{H}_{\perp} \times \vec{z}_0\right] \\ \dot{H}_{\perp} = -\dfrac{1}{Z_0} \cdot \left[\dot{E}_{\perp} \times \vec{z}_0\right]. \end{cases} \qquad (2.4.6)$$

Решая уравнения (2.4.4) - (2.4.6) с учетом граничных условий для нормальной составляющей магнитного поля $H_n = 0$ и тангенциальной составляющей электрического поля $\dot{E}_{\tau} = 0$, без учета потерь, можно найти выражения для магнитных и электрических полей в волноводе [2.9].

Прямоугольный волновод Н-волна:

$$\dot{E}_x = iH_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} Z_H \frac{\pi n}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right)$$

$$\dot{E}_y = -iH_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} Z_H \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right)$$

$$\dot{E}_z = 0$$

$$\dot{H}_x = iH_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right)$$

$$\dot{H}_y = iH_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{\pi n}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right)$$

$$\dot{H}_z = H_{z\max} e^{-i\beta z} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right)$$

Прямоугольный волновод Е-волна:

$$\dot{E}_x = -iE_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right)$$

$$\dot{E}_y = -iE_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{n\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right)$$

$$\dot{E}_z = E_{z\max} e^{-i\beta z} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right)$$

$$\dot{H}_x = iE_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{1}{Z_I} \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right)$$

$$\dot{H}_y = -iE_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{1}{Z_I} \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right)$$

$$\dot{H}_z = 0$$

Цилиндрический волновод Н-волна:

$$\dot{E}_{\alpha} = -iH_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} Z_H \frac{\nu'_{mn}}{r_0} J'_m\left(\frac{\nu'_{mn}}{r_0} r\right) \cdot \begin{cases} \cos(m\alpha) \\ \sin(m\alpha) \end{cases}$$

$$\dot{E}_r = \mp iH_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} Z_H \frac{m}{r} J_m\left(\frac{\nu'_{mn}}{r_0} r\right) \cdot \begin{cases} \sin(m\alpha) \\ \cos(m\alpha) \end{cases}$$

$$\dot{E}_z = 0$$

$$\dot{H}_r = \mp iH_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \frac{m}{r} J_m\left(\frac{\nu'_{mn}}{r_0} r\right) \cdot \begin{cases} \sin(m\alpha) \\ \cos(m\alpha) \end{cases}$$

$$\dot{H}_r = i\dot{H}_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_\perp^2} \frac{v'_{mn}}{r_0} J'_m\left(\frac{v'_{mn}}{r_0} r\right) \cdot \begin{cases} \cos(m\alpha) \\ \sin(m\alpha) \end{cases}$$

$$\dot{H}_z = \dot{H}_{z\max} e^{-i\beta z} J_m\left(\frac{v'_{mn}}{r_0} r\right) \cdot \begin{cases} \cos(m\alpha) \\ \sin(m\alpha) \end{cases}$$

Цилиндрический волновод Е-волна:

$$\dot{E}_\alpha = \pm i\dot{E}_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_\perp^2} \frac{m}{r} J_m\left(\frac{v_{mn}}{r_0} r\right) \cdot \begin{cases} \sin(m\alpha) \\ \cos(m\alpha) \end{cases}$$

$$\dot{E}_r = i\dot{E}_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_\perp^2} \frac{v_{mn}}{r_0} J'_m\left(\frac{v_{mn}}{r_0} r\right) \cdot \begin{cases} \cos(m\alpha) \\ \sin(m\alpha) \end{cases}$$

$$\dot{E}_z = \dot{E}_{z\max} e^{-i\beta z} J_m\left(\frac{v_{mn}}{r_0} r\right) \cdot \begin{cases} \cos(m\alpha) \\ \sin(m\alpha) \end{cases}$$

$$\dot{H}_\alpha = -i\dot{E}_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_\perp^2} \frac{1}{Z_l} \frac{v_{mn}}{r_0} J'_m\left(\frac{v_{mn}}{r_0} r\right) \cdot \begin{cases} \cos(m\alpha) \\ \sin(m\alpha) \end{cases}$$

$$\dot{H}_r = \mp i\dot{E}_{z\max} e^{-i\beta z} \frac{\beta}{k_\perp^2} \frac{1}{Z_l} \frac{m}{r} J_m\left(\frac{v_{mn}}{r_0} r\right) \cdot \begin{cases} \sin(m\alpha) \\ \cos(m\alpha) \end{cases}$$

$$\dot{H}_z = 0$$

Здесь следующие обозначения: J_m - функция Бесселя m-го порядка. J'_m - производная функции Бесселя m-го порядка. v_{mn} - n-й корень функции Бесселя m-того порядка. v'_{mn} - n-й корень производной функции Бесселя m-того порядка. r_0 - радиус цилиндрического волновода (см. рисунок 2.3.2). a и b - ширина и высота прямоугольного волновода соответственно (см. рисунок 2.3.2). m и n - порядковые номера вариации поля по осям x и y для прямоугольного волновода и по углу и радиусу для цилиндрического волновода соответственно. Критические волновые числа находятся из соотношений:

$k_\perp = \sqrt{\left(\frac{\pi n}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2}$ - для H и E полей прямоугольного волновода.

$k_\perp = \frac{v_{mn}}{r_0}$ - для E поля цилиндрического волновода.

$k_\perp = \frac{v'_{mn}}{r_0}$ - для H поля цилиндрического волновода.

Для прямоугольных волноводов самой низкой частотой пропускания является мода H_{10}, показанная на рисунке 2.4.1. Для волновода с сечением 72x34 мм^2 она соответствует частоте 2.08 ГГц (для 90x45 мм^2 – 1.67 ГГц).

Для цилиндрического волновода самой нижней модой является H_{11}. Следующая мода, изображенная на рисунке 2.4.2, идет E_{01}, которая используется для ускорения частиц, т.к. имеет продольное распределение электрического поля.

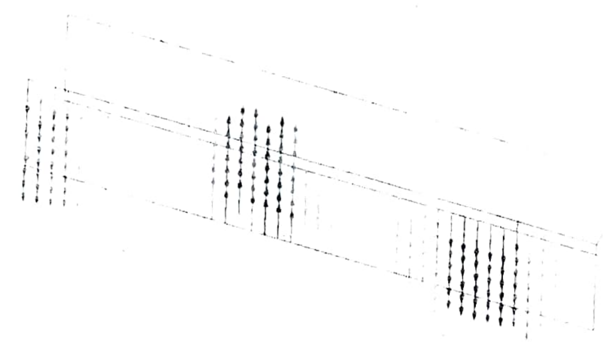


Рис. 2.4.1. Мода колебания H_{10} в прямоугольном волноводе: вверху – электрическое поле, внизу – магнитное поле