Линейные ускорители

Вячеслав Федоров

Уравнения Максвелла, описываемые свойства электромагнитного поля, имеют вид:

$$rot\vec{H} = \vec{j} + \sigma\vec{E} + \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t},$$
$$rot\vec{E} = -\mu\mu_0\frac{\partial\vec{H}}{\partial t},$$
$$\varepsilon\varepsilon_0 div\vec{E} = \rho,$$
$$\mu\mu_0 div\vec{H} = 0.$$

Теорема Умова-Пойтинга

Заметим, что:

$$div[\vec{E}\times\vec{H}] = -\vec{E}\vec{j} - \sigma E^2 - \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\frac{\partial E^2}{\partial t} - \frac{\mu\mu_0}{2}\frac{\partial H^2}{\partial t}.$$

Проинтегрируем по объему, с помощью теоремы Остроградского-Гаусса перейдем к интегрированию по поверхности и получим теорему Умова-Пойнтинга:

$$\int\vec{E}\vec{j}dv + \int\sigma E^2 dv + \frac{\partial}{\partial t}\int(\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}E^2 + \frac{\mu\mu_0}{2}H^2)dv - \oint[\vec{E}\times\vec{H}]d\vec{s} = 0,$$

где первый член - это мощность, поступающая в источник тока, или излученная источником тока; второй член - это омическая мощность потерь приемника СВЧ сигнала; третий - это мощность электромагнитного поля и четвертый член - это вектор Умова-Пойнтинга, полная мощность электромагнитного поля.

Как влияет поле излучения пучка на его энергию при ускорении в линейном ускорителе?

Какую энергию излучит заряд q, пролетев резонатор или замедляющую систему, какое напряжение будет наведено в резонаторе после пролета заряженного сгустка. Для разработчиков ускорителей электрическое поле, наведенное сгустком после пролета резонатора или замедляющей системы, приводит к “подсадке” ускоряющего поля от генератора. Частица, двигаясь в ускоряющем поле от СВЧ генератора и в собственном поле излучения, недобирает энергии. Движение в собственном поле излучения приводит и к другим эффектам в ускорителе.

Через резонатор пролетает точечный заряд q, то есть его размеры много меньше длины волны, возбуждаемой в резонаторе моды. Так как электрические поля, действующие на заряженную частицу со стороны генератора и собственного поля излучения аддитивны, то можно рассмотреть отдельно собственное поле излучения сгустка, а затем просто сложить его с полем генератора для изучения действия полного электрического поля на частицу . Пусть перед пролетом заряда через резонатор в нем не было запасенной энергии. После пролета частицы в резонаторе появится наведенное напряжение V_b. Энергия, запасенная в резонаторе, пропорциональна квадрату напряжения $W = \alpha V_b^2$. Так как других полей, кроме наведенного самой частицей в резонаторе нет, то частица будет взаимодействовать с какой-то частью наведенного напряжения V_b . Пусть на частицу действует (тормозит) напряжение $V_e = fV_b$, то есть, напряжение V_e это то напряжение, которое «увидит» частица, пролетев резонатор. Причем оно может быть не в фазе с наведенным напряжением V_b , а быть сдвинутым по фазе на угол ε. Пусть после первого пролета заряд возвратится ко входу в резонатор без потери энергии (например с помощью постоянного магнитного поля) так, что его фаза второго пролета через резонатор определяется временем нахождения заряда вне резонатора (n полных периодов колебания в резонаторе плюс остаточное время θ/ω_0 , где θ - пролетный угол, ω_0 - резонансная частота возбуждаемой моды). Считаем, что потери в резонаторе малы, то есть напряжение, наведенное в резонаторе после первого пролета частицы $V_b(1)$, не изменится по амплитуде, а только повернется на дополнительный угол θ. После второго пролета резонатора заряд также наведет в нем напряжение $V_b(2)$, равное по амплитуде $V_b(1)$. Полная энергия запасенная в резонаторе после двух полетов:

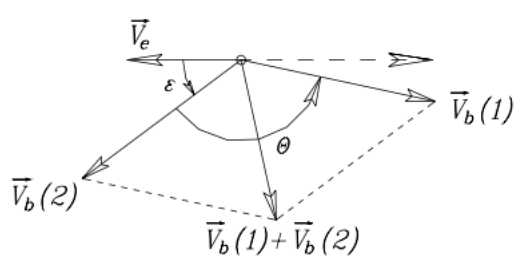
$$W = 2\alpha V_b^2(1+\cos\theta)$$

С другой стороны потери энергии заряда за два полета равны:

$$\delta U = qV_e + [qV_e + qV_b\cos(\varepsilon+\theta)].$$

Приравнивая запасенную энергию в резонаторе к потерям энергии заряда, полагая $V_e = fV_b$ и любой θ, получим:

$$\sin\varepsilon = 0,$$
$$V_b = \frac{q}{2\alpha},$$
$$f = \frac{\alpha V_b}{q} = \frac{1}{2}.$$



Таким образом, можно заключить следующее.

- Наведенное в резонаторе напряжение находится в такой фазе, чтобы быть максимально против движения индуцирующего заряда – угол $\varepsilon = 0$
- Заряд “видит” точно половину наведенного им же поля излучения

Какие существуют способы уменьшения энергического разброса в пучке, вызванного нагрузкой тока пучка ускоряющего поля?

С учетом поля излучения получается, что частицы, летящие в начале сгустка, наберут большую энергию, а частицы, летящие в конце сгустка – меньшую. Тогда можно попробовать инжектировать сгусток за некоторое время до конца заполнения секции. При этом частицы, летящие в начале сгустка, недоберут энергии от генератора, так как пролетят не полностью заполненную СВЧ мощностью секцию. А частицы, летящие в конце сгустка, наберут чуть большую энергию от генератора. Тем самым энергетический спектр можно уменьшить.

В чём отличие фазовой скорости от групповой скорости? Условия для ускорения частиц

Для произвольной однородной передающей линии вектора электрического и магнитного поля $\vec{E}(\vec{H}) = Ae^{i(\omega t-\beta z)}$. Величина $\varphi = \omega t - \beta z$ называется фазой волны в направлении оси z. Если фаза постоянна во времени, то $\dot{\phi} = \omega - \beta\dot{z} = 0$, откуда:

$$v_ф = \dot{z} = \frac{\omega}{\beta}.$$

Фазовая скорость имеет смысл перемещения «гребня» электрического или магнитного поля монохроматической волны, характеризующегося постоянством фазы. Если заряженная частица двигается с такой же скоростью, как и волна, то она всегда находится в одном и том же поле (в постоянной фазе), т. е. может непрерывно увеличивать или уменьшать свою энергию. На этом принципе работают линейные ускорители на бегущей волне.

Групповая скорость волны всегда отвечает за передачу мощности. Если ΔW энергии проходит через ΔS площади за время Δt , то она сосредоточена в объеме $\Delta V = \Delta S\cdot\Delta l$. Если плотность энергии на единицу объема есть w, то

$$v_{гр} = \frac{\int\vec{\Pi}d\vec{s}}{\int\omega ds} = \frac{P_{ср}}{\int\omega ds}.$$

Наглядную демонстрацию можно посмотреть здесь.

Можно ли ускорить частицу в полом регулярном волноводе? Объяснить

Фазовую скорость можно записать как:

$$v_ф = c\frac{\Lambda}{\lambda},$$

где Λ - длина волны в передающей линии, а λ - длина волны генератора (в свободном пространстве). В регулярных волноводах фазовая скорость всегда больше скорости света, т.к. длина волны в волноводе больше длины волны в свободном пространстве. Таким образом, в полом гладком волноводе, несмотря на передачу мощности и наличие необходимых пространственных мод, невозможно ускорять частицы из-за отсутствия синхронизации фазы волны и частиц, т.к. фазовая скорость волны больше скорости света, а любая материальная частица не может двигаться с такими скоростями.

В чём отличие замедляющей волноводной системы от гладкого волновода?

Для линейных ускорителей кроме замедляющих систем или, по-другому, диафрагмированных волноводов часто используются структуры с ускоряющими резонаторами. Основное их отличие заключается в том, что для резонаторов характерен стоячий тип волны, а для диафрагмированного волновода – бегущий, но многие принципы поведения и характеристики схожи для обеих систем.

Для волноводных ускоряющих структур всегда характерен бегущий режим волны. В связи с этим возникает такое понятие как фазовая скорость, которая определяет скорость движения «гребня» волны. Данная скорость не определяет передачу информации, поэтому может быть больше скорости света. Однако, для того, чтобы ускоряемая частица всегда была в постоянном ускоряющем поле («на гребне волны»), она должна находиться в одной и той же фазе, а значит двигаться с фазовой скоростью волны.

Ускоряющая структура на основе резонаторов работает в режиме стоячей волны, которая может быть представлена в виде двух бегущих навстречу друг другу волн. Другими словами, если в волноводе пустить волну к генератору, то в результате образуется стоячая волна. Бегущая волна по направлению к источнику СВЧ мощности может быть получена, например, с помощью короткого замыкания в виде металлической стенки на определенной длиневолновода. Для такой системы не существует понятия фазовой скорости. Электромагнитное поле в данном случае совершает колебания без движения по фазе. Таким образом, здесь могут ускоряться частицы с любой скоростью, но при этом они должны всегда влетать в нужную фазу колебания ускоряющего поля. Данная синхронизация может достигаться, например, изменением пролетных трубок, в которых нет электромагнитного поля, но которые создают определенную задержку по времени для ускоряемых частиц.

Особенность работы бесконечного периодического набора связанных резонаторов.

На рисунке показана эквивалентная схема для бесконечной цепочки одинаковых связанных резонаторов. Уравнение Кирхгофа для n-го контура имеет вид:

$$\frac{1}{i\omega C}I_n + i\omega LI_n + RI_n + i\omega MI_{n-1} + i\omega MI_{n+1} = 0.$$

По теореме Флоке напряжения и токи в соседних ячейках бесконечной цепочки связанных одинаковых резонаторов могут отличаться только фазой. То есть $I_{n+1} = Ie^{-i\theta}$. Вводя безразмерный коэффициент связи между ячейками $k_c = 2k = 2\frac{M}{L}$, где k - коэффициент связи трансформатора, получим:

$$-\frac{\omega_0^2}{\omega^2} + 1 - i\frac{\omega_0}{Q_0\omega} + k_c\cos\theta = 0,$$

где $\omega^2 = \frac{1}{LC}$ - собственная частота резонатора, $Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R}$ - собственная добротность резонатора. Стоит заметить, что из бесконечного набора связанных резонаторов получено уравнение, состоящее только из величин, описывающих каждый отдельный резонатор. При высокой добротности резонатора пренебрежем членом, содержащим Q_0. Окончательно дисперсионное уравнение для цепочки связанных резонаторов записывается как

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+k_c\cos\theta}}.$$

Если длина отдельного резонатора d, то сдвиг фазы на ячейку θ можно выразить через длину волны рабочей пространственной гармоники $\Lambda 0 : \theta = \beta_z d = 2\pi d/\Lambda_0$. Тогда фазовая и групповая скорости распространения волны в системе связанных резонаторов равны:

$$v_ф = \frac{\omega_0 d}{\theta}\frac{1}{\sqrt{1+k_c\cos\theta}}$$
$$v_{гр} = k_c\omega_0 d\frac{\sin\theta}{2(1+k_c\cos\theta)^{\frac{3}{2}}}$$

Что такое ускоряющая структура с постоянным градиентом и импедансом?

Ускоряющая структура с бегущим типом волны, с точки зрения распространяющейся по ней мощности P, характеризуется следующими параметрами:

- рабочая частота f ;
- собственная добротность УС или волноводная добротность Q_{0A} ;
- постоянная времени ускоряющей структуры τ_{0A};
- групповая скорость $v_{гр}$;
- коэффициент затухания по полю α;
- шунтовое сопротивление ускоряющей пространственной гармоники R_{sh} .

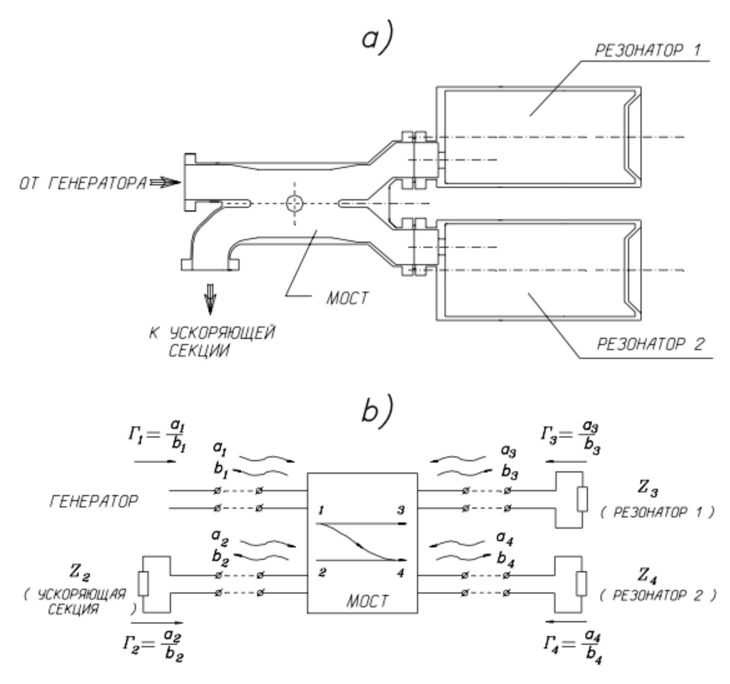
Амплитуда электромагнитного поля, распространяющегося по волноводу, затухает с коэффициентом затухания α. Поскольку мощность пропорциональна амплитуде в квадрате, то можно записать $P \propto e^{-2\alpha\cdot z}$, откуда получается уравнение для распространяющейся мощности:

$$\frac{dP}{dz} = -2\alpha P.$$

Ускоряющие структуры, у которых $\alpha = const$ вдоль всей структуры называются структурами с *постоянным импедансом* (CZ). Так как для CZ-структуры $\alpha = const$, то для них и групповая скорость $v_{гр} = const = L/T_f$, здесь L – длина структуры, а $T_f = L/v_{гр}$ - время заполнения ускоряющей структуры.

В каждом сечении ускоряющей структуры амплитуда ускоряющей гармоники равна $E(z) = 2\alpha(z)R_{sh}(z)P(z)$. Шунтовое сопротивление круглого диафрагмированного волновода не зависит от размеров отверстия связи a, а коэффициент затухания зависит очень сильно. Поэтому, если например, изменением отверстия связи сделать так, что коэффициент затухания $\alpha(z)$ изменялся вдоль структуры обратно пропорционально СВЧ мощности $P(z)$, то есть $\alpha(z)P(z) = const$, то в ней амплитуда ускоряющей гармоники будет постоянна вдоль всей структуры $E(z) = E_0 = const$. Такие ускоряющие структуры называются структурами с *постоянным градиентом* (CG). В такой структуре $\frac{dP}{dz} = -2\alpha P = const$.

Принцип работы системы умножения мощности SLED.



Система умножения мощности SLED (SLAC Energy Development) работает на принципе переходного процесса в резонаторе с переворотом фазы амплитуды генератора. Она состоит из волноводного щелевого моста и двух высокодобротных резонаторов. Резонаторы служат для накопления СВЧ мощности. Волноводный мост необходим для направления отраженных от резонаторов волн к нагрузке (например, к ускоряющей секции).

В стационарном режиме амплитуды отраженных волн $b = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ связаны с амплитудами падающих волн $a = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ матрицей рассеяния S. Кроме того, при известных коэффициентах отражения $\Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$, показанных на рисунке, имеем соотношение для амплитуд:

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_3 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix}.$$

Стоит отметить, что Γ_3 и Γ_4 – коэффициенты отражения от резонаторов, зависящие от частоты, а Γ_2 – коэффициент отражения от ускоряющей структуры. В идеальном случае $\Gamma_2 = 0$ (ускоряющая структура идеально согласована с подводящим волноводным трактом), а $\Gamma_3 = \Gamma_4 = \Gamma_0$. В этом случае получим, что отраженная в генератор волна отсутствует, а в ускоряющую структуру поступает волна с амплитудой, равной амплитуде отраженной волны в случае одного резонатора. Поэтому процесс умножения в системе SLED в этом случае полностью совпадает с переходным процессом, происходящим в одиночном резонаторе. А волноводный мост необходим для направления отраженных от резонаторов волн к нагрузке (например, к ускоряющей секции).

Методы измерения параметров резонаторов.

Для измерения характеристик структуры чаще всего используется *метод резонансного макета*. Резонансный макет ускоряющей структуры представляет собой отрезок структуры, включающий в себя несколько одинаковых ячеек, работающих в режиме стоячей волны. Для ускоряющей структуры с бегущим типом волны необходимо исследуемый отрезок ограничить коротким замыканием. Полученные таким образом характеристики легко распространяются на изначальную ускоряющую структуру с бегущей волной. Главное в данном случае правильно выбрать расположение короткого замыкания.

Для образования резонатора из регулярного волновода стенки необходимо располагать перпендикулярно направлению распространения волны в волноводе. Тогда сам образованный резонатор и его зеркальное отражение от стенок представляют собой бесконечный исходный волновод. При этом распределение полей в стоячем режиме в образованном резонаторе будет полностью соответствовать мгновенному распределению поля в бегущей волне в определенный момент времени. Это же правило необходимо соблюдать и при образовании резонансного макета из периодической ускоряющей структуры. Но, кроме того, чтобы распределение полей в стоячем режиме совпадало с мгновенным распределением поля в бегущей волне, надо располагать стенки в таких местах, чтобы часть ускоряющей структуры, образующая резонансный макет, и ее зеркальное отражение от стенок резонансного макета представляли собой бесконечную периодическую структуру с постоянным периодом. В некоторых случаях (например, в случае спирали) это не удается. Тогда желательно выбирать большое количество периодов системы с тем, чтобы уменьшить влияние границ. В круглом диафрагмированном волноводе таких “правильных“ мест два – посередине металлической диафрагмы и посередине основного E_{010} резонатора.

Что означают следующие режимы работы резонатора: пересвязь, недосвязь, критическая связь?

Если резонатор имеет два элемента связи с подводящими линиями и соответствующие коэффициенты связи β_1 и β_2 , то его нагруженная добротность будет определяться выражением $Q_н = Q_0/(1+\beta_1+\beta_2)$. Пусть СВЧ мощность поступает через элемент связи с коэффициентом β_1 , тогда коэффициент отражения равен:

$$G_p = -1 + \frac{2\beta_1}{1+\beta_1+\beta_2}\frac{1}{1+2iQ_н\delta\omega}$$

Для определения собственной добротности необходимо теперь узнать коэффициенты связи β_1 и β_2 . Так или иначе, но в основном все приборы работают с СВЧ мощностями, а не с реальными амплитудами. В связи с этим для определения коэффициента связи нужно воспользоваться выражением. Тогда:

$$\beta_1 = \frac{1+(\pm G_p)}{1-(\pm G_p)}.$$

Диапазон $0 \leq \beta_1 \leq 1$ соответствует режиму недосвязи, когда излученная мощность меньше мощности потерь, то есть основная часть СВЧ сигнала отражается от элемента связи. При критической связи $\beta_1 = 1$, а мощность потерь в стенках резонатора становится равной излученной мощности, при этом отраженный сигнал в установившемся режиме колебаний отсутствует. При $1 \leq \beta_1 < \infty$ резонатор работает в режиме пересвязи, излученная мощность больше мощности потерь, а отраженный сигнал образуется в основном именно за счет излучения из резонатора. Таким образом, в (6.2.7) знак «+» описывает режим пересвязи, а «-» - недосвязи.

Временные моды волн. Мода волны, используемая для ускорения частиц: в бегущем режиме и стоячем режиме.