ENSTA 2^e année - MI 206

Contrôle des Connaissances

Corrigé 2024

1 Débruitage et Restauration d'Images

1. Soit $h = f + b$ une image affectée par un bruit additif b. EXPLIQUER comment une convolution par un noyau g peut permettre d'éliminer ou d'atténuer l'effet du bruit b. QUELLES sont les conditions sur le bruit b ? Et sur le noyau g ?
2. EXPLIQUER pourquoi l'image convoluée précédente $h \star g$ altère en réalité aussi l'image originale f. QUELLES solutions existent pour tenter de supprimer b en altérant le moins possible f ?
3. Supposons maintenant l'image affectée par un bruit convolutif $h = f \star b$. POURQUOI le filtrage inverse, qui consiste à convoluer h par un filtre "inverse" de b, ne fonctionne-t-il pas en pratique ?

1. Si le bruit additif b est centré (i.e. de moyenne nulle), et le noyau g est un filtre lisseur (i.e. à valeurs positives et de somme unité), alors si la variance de g est suffisante par rapport à celle de b, on aura $b \star g \simeq 0$, et donc $h \star g = f \star g + b \star g \simeq f \star g$.
2. Même si $h \star g = f \star g$, les hautes fréquences qui sont toujours présentes dans une image dues au discontinuités (contours, occultations,...) vont être éliminées, ce qui rend l'image floue. Les solutions consistent à utiliser des opérations non linéaires qui, au lieu d'utiliser le même support de lissage pour tous les pixels comme le fait la convolution, va adapter ce support en fonction du contenu, en le rendant orthogonal au gradient (filtres anisotropiques), en allant chercher les pixels d'apparence similaire dans toute l'images (filtres non locaux), ou en apprenant à construire des cartes d'attention spécifiques (réseaux de neurones).
3. Le filtrage inverse, qui consiste à passer dans le domaine de Fourier, où la convolution se transforme en multiplication : $H = FB$, puis à diviser par B : $\tilde{F} = \frac{H}{B}$ n'est pas utilisable en pratique à cause des zéros de B, qui génèrent des instabilités catastrophiques. Or ces zéros sont très fréquents en pratique. Par exemple la transformée de Fourier d'un filtre moyenneur (flou de bougé) est un sinus cardinal, qui compte de nombreux zéros.

2 Couleur et Ombres

1. DISTINGUER l'ombre propre et l'ombre portée sur l'image de la figure 1.
2. EXPLIQUER une technique pour eliminer ou réduire l'ombre propre de l'œuf. QUELLES informations géométriques peut fournir l'extraction de l'ombre propre ? QUELLES sont les difficultés et limites de cette technique ?

3. Expliquer une technique pour eliminer ou réduire l'ombre portée de l'œuf. Quel est l'intérêt de la suppression de l'ombre portée ? Quelles sont les difficultés et limites de cette technique ?

1. L'ombre propre est l'ombre que porte l'objet sur lui-même, dû à sa forme et à sa position par rapport à la source lumineuse. L'ombre portée et l'ombre qu'un objet porte sur un autre objet ou surface. Voir Figure 1.
2. La technique classique pour supprimer l'ombre propre consiste à faire l'hypothèse que la source lumineuse module l'intensité dans l'image par une composante de basse fréquence, qu'on va chercher à éliminer dans le domaine de Fourier par un filtre passe haut (filtrage homomorphique). La partie résiduelle (basse fréquence due à la source lumineuse) peut alors être interprétée comme caractéristique de la forme de l'objet (Shape-from-shading). Cette technique est néanmoins très fragile car elle repose sur des hypothèses généralement trop fortes (choix de la basse fréquence et du filtre passe haut, hypothèse de régularité de l'objet,...).
3. La suppression de l'ombre portée ne peut pas se faire sur l'hypothèse de basse fréquence car elle peut générer des contours assez marqués comme on le voit sur la figure 1. On peut en revanche utiliser la couleur, avec l'hypothèse que l'ombrage porté n'altère que l'intensité, pas la colorimétrie. On peut alors utiliser les invariants (teinte, composantes chromatiques,...) ou semi-invariants (gradients d'objet, résidu du gradient d'ombrage,...) colorimétriques. L'intérêt est de ne pas tenir compte de l'ombre dans les techniques de détection, de suivi ou de segmentation d'objets. Ici encore cette technique est très fragile car (1) elle suppose que la surface sur laquelle l'ombre est portée est suffisament colorée (saturée) et (2) en réalité les ombres portées sont aussi partiellement colorées par les objets occultants dû aux réflexions multiples.

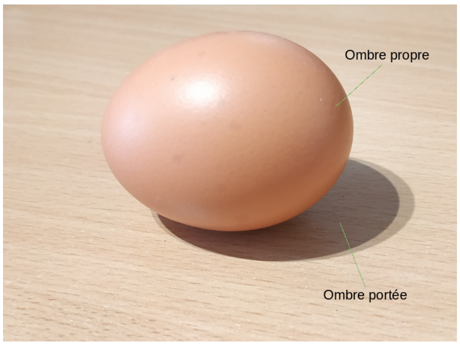


Figure 1 – Ombre propre et ombre portée.

3 Morphologie et Géométrie Discrète

On considère la figure 2 qui représente une image binaire X et un élément structurant B. Par convention X est représentée par les pixels gris, X^c par les pixels blancs.

Compléter la figure 4 en représentant les 4 transformations demandées :

— L'érosion morphologique ε de X par B.

— La dilatation morphologique δ de X par B.

— L'ouverture morphologique γ de X par B.

— La transformée en distance sur le complémentaire X^c.

— Question subsidiaire : Combien X compte-t-elle de composantes connexes ? Et de trous ?

On précisera lorsque nécessaire la distance et/ou la topologie utilisée.

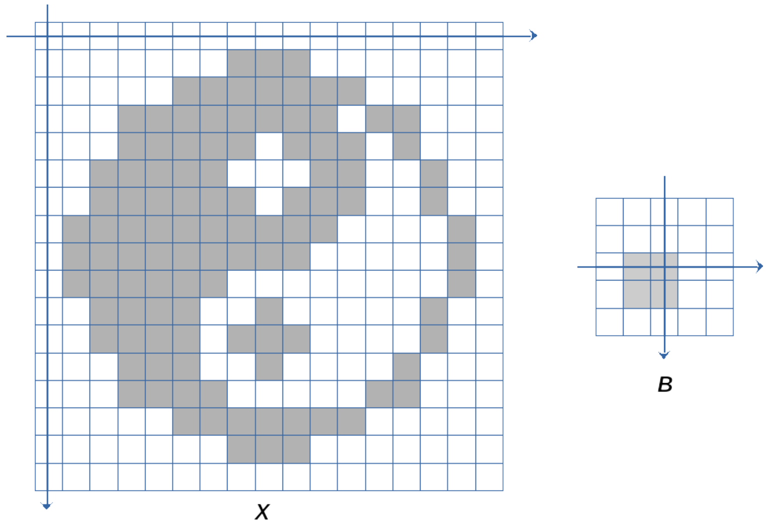


Figure 2 – Une image binaire et un élément structurant.

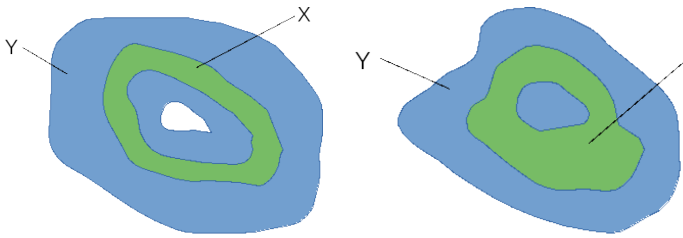
- Voir Figure 4. L'érosion correspond aux pixels rouges.
- Voir Figure 4. La dilatation correspond à l'union des pixels gris et des pixels bleus.
- Voir Figure 4. L'ouverture correspond aux pixels verts.
- Voir Figure 4. Pour la transformée en distance, on a utilisé la distance de la 4-connexité.
- En 8-connexité, la figure compte 1 composante connexe et 3 trous. En 4-connexité, elle compte 7 composantes connexes et 1 trou.

4 Filtres morphologiques

1. Un filtre morphologique peut-il être ni extensif, ni anti-extensif ? Justifiez.
2. Un filtre morphologique peut-il être à la fois extensif et anti-extensif ? Justifiez.
3. L'opération consistant à boucher tous les trous d'une image binaire est-elle un filtre morphologique ? Et l'opération consistant à extraire toutes les composantes connexes possédant au moins un trou dans une image binaire ? Justifiez les réponses.
4. Soit f une fonction de $\mathbb{Z}^2$ dans $\mathbb{N}$. Soit deux entiers $T_1 < T_2$. L'opérateur de clamping (saturation) de f sur l'intervalle $[T_1, T_2]$ est défini par $C_f(p) = T_1$ si $f(p) < T_1$, $C_f(p) = T_2$ si $f(p) > T_2$, et $C_f(p) = f(p)$ sinon. S'agit-il d'un filtre morphologique ? Justifiez.

1. L'opérateur $\gamma\varphi$ est bien un filtre dit filtre alterné, et il n'est ni extensif ni anti-extensif.
2. Le seul filtre morphologique à la fois extensif et anti-extensif est bien sûr l'identité.
3. Les deux opérations sont évidemment idempotentes, mais seule la première est croissante, c'est donc un filtre morphologique, c'est même une fermeture algébrique car elle est extensive.
   - Soit τ l'opération consistant à boucher les trous, et supposons deux images binaires X et Y telles que $X \subset Y$. Si $\tau(X) = X$ (X n'a pas de trou), alors on a $\tau(X) = X \subset Y \subset \tau(Y)$. Si $\tau(X) \neq X$, alors soit $\tau(X) \subset Y$ (le trou de X est dans Y), et donc $\tau(X) \subset \tau(Y)$, soit $\tau(X) \not\subset Y$, et dans ce cas (voir Figure 3(a)) on a $(\tau(Y) \setminus Y) \subset (\tau(X) \setminus X)$, i.e. le trou de X contient un trou de Y. On a donc dans tous les cas la croissance, $\tau(X) \subset \tau(Y)$.
   - Si l'on note ξ l'opération consistant à extraire les composantes connexes comportant au moins un trou, il est facile de voir que l'opération n'est pas croissante, comme le montre le contre-exemple Figure 3(b).

4. $C_f^{[T_1,T_2]}$ est évidemment idempotent. Si $f \leq g$ il y a 6 cas possibles de position relative entre $f(p)$, $g(p)$, T_1 et T_2. Il est facile de voir que dans tous les cas, on a bien $C_f(p) \leq C_g(p)$. C_f est donc un filtre morphologique.



$\tau(X) \subset \tau(Y)$ $\xi(X) \not\subset \xi(Y)$

Figure 3 – Filtres morphologiques et trous.

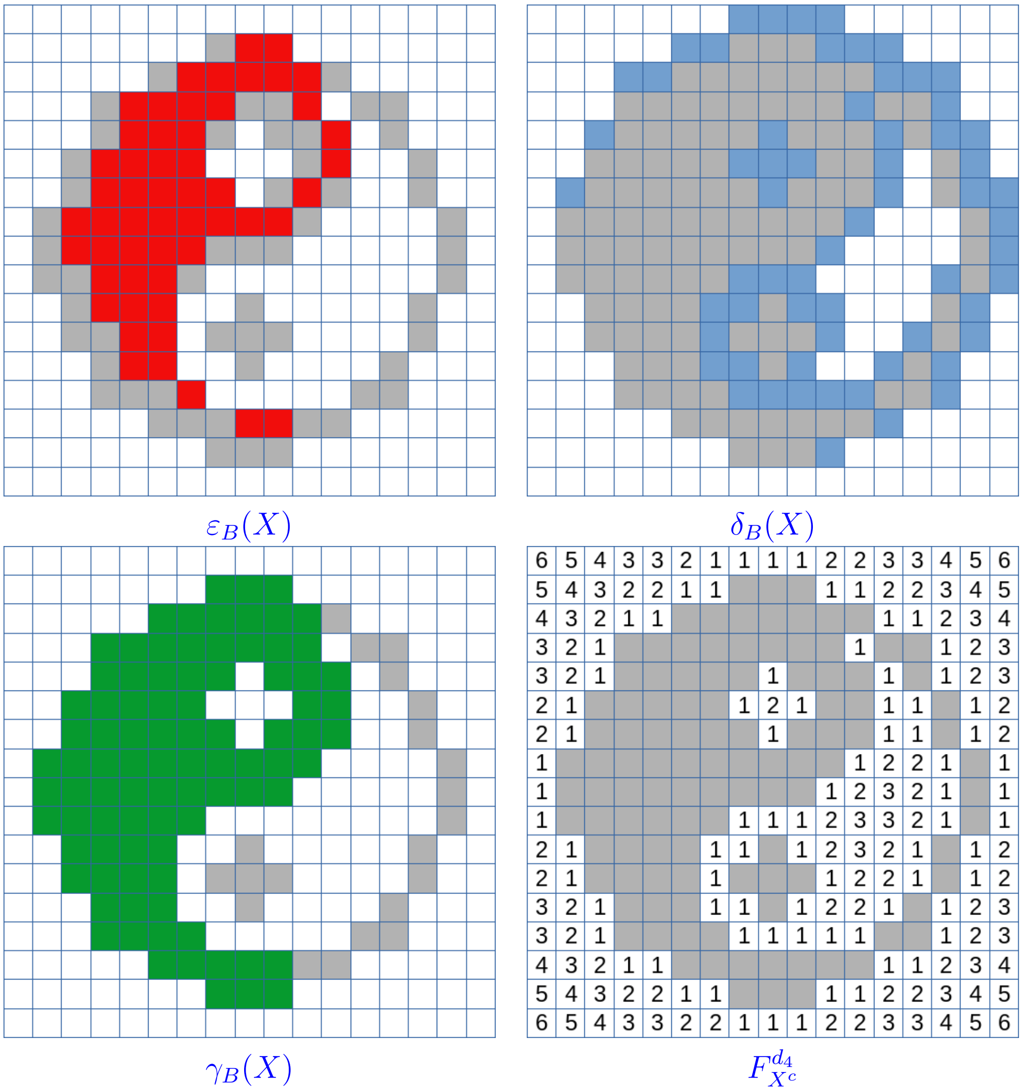


Figure 4 – Quatre transformations à compléter.