

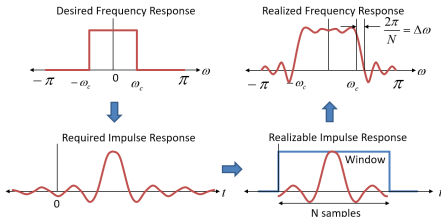
Fourier Transformation anhand WAV-Audio Dateien

Len-Marvin Adler

Hochschule Bonn-Rhein-Sieg

6. August 2024

Rectangular Window



Inhaltsverzeichnis

Begriffe der
Digitalen Signal-
verarbeitung

Aufbau einer
WAV Datei

Fourier
Transformation

DFT, FFT

Performance

IDFT

Konvergenzverhalten,
Fehleranalyse

Leck-Effekt,
Fensterfunktionen

Frequenzen filtern

Vorgehensweise

Was kann schon schief
gehen?

Demonstration
des Programms

Fazit

1 Begriffe der Digitalen Signalverarbeitung

2 Aufbau einer WAV Datei

3 Fourier Transformation

- DFT, FFT
- Performance
- IDFT
- Konvergenzverhalten, Fehleranalyse
- Leck-Effekt, Fensterfunktionen

4 Frequenzen filtern

- Vorgehensweise
- Was kann schon schief gehen?

5 Demonstration des Programms

6 Fazit

Begriffe der Digitalen Signalverarbeitung

Inhaltsverzeichnis

Begriffe der Digitalen Signal- verarbeitung

Aufbau einer WAV Datei

Fourier Transformation

DFT, FFT

Performance

IDFT

Konvergenzverhalten, Fehleranalyse

Leck-Effekt, Fensterfunktionen

Frequenzen filtern

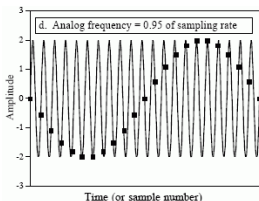
Vorgehensweise

Was kann schon schief gehen?

Demonstration des Programms

Fazit

- ▶ Signale sind immer diskret
- ▶ Nyquist-Shannon-Abtasttheorem¹: $f_{abtast} > 2 \cdot \hat{f}_{signal}$
sonst tritt Alias-Effekt auf



- ▶ Nyquist-Frequenz $f_{Nyquist} := \frac{1}{2} f_{abtast}$
 \Rightarrow also $\hat{f}_{signal} < f_{Nyquist}$

¹Steven W. Smith. *The Scientist and Engineer's guide to Digital Signal Processing*. Available at www.dspguide.com. California Technical Publishing, 1997.
Kap. 3. ISBN: 0966017633

Aufbau einer WAV Datei

- ▶ basiert auf RIFF Dateiformat von Microsoft
- ▶ besteht aus den 3 Subchunks²
 - 'RIFF': enthält die Information, dass es sich um eine RIFF WAVE Datei handelt
 - 'fmt ': enthält Informationen über die Daten, wie z.B SampleRate, BitsPerSample
 - 'data': enthält Datenwerte

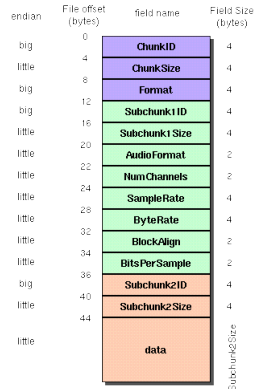


Abbildung: WAV-Header²

²Craig Stuart Sapp (craig@ccrma.stanford.edu). Wave PCM soundfile format. URL: <http://soundfile.sapp.org/doc/WaveFormat/>

Aufbau einer WAV Datei

52 49 46 46	CC BA 06 00	57 41 56 45	66 6D 74 20	RIFF	10	00 00 00	01 00 01 00	44 AC 00 00	88 58 01 00D-...X..
02 00 10 00	64 61 74 61	A8 BA 06 00	00 00 9B 57	data	0W				
7F 19 D0 AF	29 CF F9 41	0A 44 D3 D1	86 AE 76 16	..	0)IuA.DON@v.				
02 58 28 03	E8 A8 7F E3	CC 4E 6F 33	2B C0 FD B9	X(.	e"ãI No3+Ay				
74 2B A9 52	9A EC B2 A7	B3 F9 77 56	78 1F B0 B2	t+CR	.	i"š"uwVx."				
08 CA 9B 3D	E7 47 52 D7	43 AC 4F 10	7B 58 72 09	..	=cGRxC=0.	{Xr.				
45 AA 9A DD	B9 4B 6F 38	B3 C4 4F B6	DA 25 B6 54	E	.	Y"Ko8"A0"U%IT				

Abbildung: Ausschnitt einer WAV Datei mit markierten Subchunks, dargestellt in einem Hex-Editor

- ▶ Abtastrate ist oft 44.1 kHz ³,
Menschen hören Töne im Bereich 20 Hz – 20 kHz ⁴
- ▶ Analoges Signal wird durch lineare Pulse Code Modulation (PCM) in ein digitales Signal umgewandelt (verlustfrei)
- ▶ PCM kodiert Daten oft als 16 bit signed integer, jeder Datenwert liegt im Bereich $[-32767, 32767]$

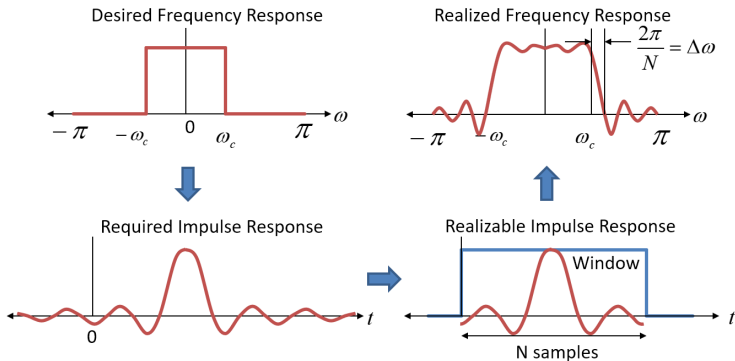
³44,100 Hz. Juli 2024. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/44,100_Hz

⁴Hörbahn - so hören wir. URL: <https://www.hno-aerzte-im-netz.de/unser-sinne/hoeren/hoerbahn-hoerfrequenz.html>

Fourier Transformation

DFT, FFT

Rectangular Window



Schaltplan Spannungsreinigung

Fourier Transformation

Performance

Inhaltsverzeichnis

Begriffe der
Digitalen Signal-
verarbeitung

Aufbau einer
WAV Datei

Fourier
Transformation

DFT, FFT

Performance

IDFT

Konvergenzverhalten,
Fehleranalyse

Leck-Effekt,
Fensterfunktionen

Frequenzen filtern

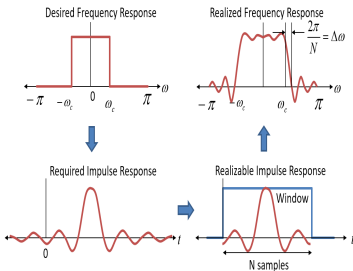
Vorgehensweise

Was kann schon schief
gehen?

Demonstration
des Programms

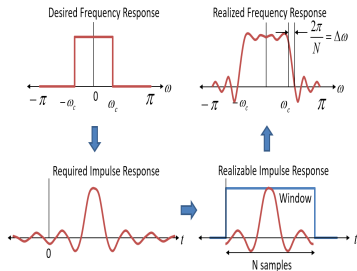
Fazit

Rectangular Window



Messung und Bereinigung

Rectangular Window



Timer Interrupt

Fourier Transformation

IDFT

Inhaltsverzeichnis

Begriffe der
Digitalen Signal-
verarbeitung

Aufbau einer
WAV Datei

Fourier
Transformation

DFT, FFT
Performance

IDFT
Konvergenzverhalten,
Fehleranalyse
Leck-Effekt,
Fensterfunktionen

Frequenzen filtern

Vorgehensweise
Was kann schon schief
gehen?

Demonstration
des Programms

Fazit

- DFT als Matrix, IDFT als Matrix unitäre Matrix, Normalisierungsfaktor

Fourier Transformation

Konvergenzverhalten, Fehleranalyse

Inhaltsverzeichnis

Begriffe der
Digitalen Signal-
verarbeitung

Aufbau einer
WAV Datei

Fourier
Transformation

DFT, FFT

Performance

IDFT

**Konvergenzverhalten,
Fehleranalyse**

Leck-Effekt,
Fensterfunktionen

Frequenzen filtern

Vorgehensweise

Was kann schon schief
gehen?

Demonstration
des Programms

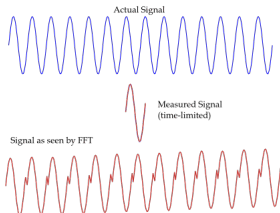
Fazit

► Vandermonde-Matrix

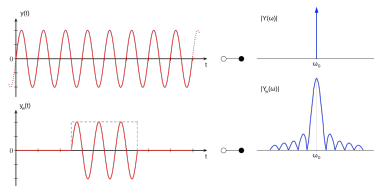
Fourier Transformation

Leck-Effekt, Fensterfunktionen

- ▶ Anzahl der Datenpunkte eines zeitdiskreten Signals ist kein ganzzahliges Vielfaches der Periodendauer
- ▶ DFT gibt Frequenzanteile an, die im unendlich langen Signal nicht vorkämen
- ▶ Leck-Effekt (spectral leakage) tritt auf, weil das Signal nur endlich lange beobachtet werden kann



Zustandekommen des Leck-Effekts,
<https://www.gaussianwaves.com/2011/01/fft-and-spectral-leakage-2/>

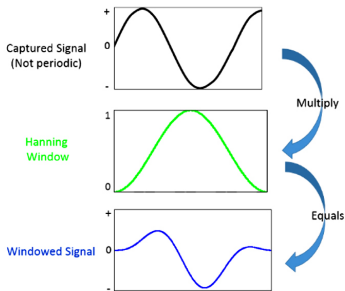


implizite Anwendung eines
Rechteck-Fensters,
<https://de.wikipedia.org/wiki/Leck-Effekt>

Fourier Transformation

Leck-Effekt, Fensterfunktionen

- ▶ Leck-Effekt lässt sich nicht komplett vermeiden
- ▶ Auswirkung aber reduzierbar durch Fensterfunktionen
- ▶ Fensterfunktion wird vor der DFT Operation auf das Signal angewendet, sodass das Signal künstlich periodisiert wird



Anwendung des Von-Hann-Fensters,

<https://www.modalshop.com/rental/learn/basics/how-to-choose-fft-window>

Frequenzen filtern

Vorgehensweise

- 1 Zeitdiskretes Signal durch DFT in Frequenzbereich überführen
 - 2 Amplitude der zu filternden Frequenzen auf 0 setzen
 - 3 IDFT anwenden um das gefilterte zeitdiskrete Signal zu erhalten
- Pitfalls:

Frequenzen filtern

Was kann schon schief gehen?

- ▶ Multiplizieren der zu filternden Frequenzanteile mit 0 ist dasselbe wie ein Rechteck-Fenster anzuwenden
⇒ Faltungssatz greift erneut
(IDFT von Rechteck-Fenster ist wieder Sinc-Funktion)
⇒ Frequenzanteile die nicht gefiltert werden sollen, werden auch (leicht) beeinflusst
- ▶ Lösung: Eine andere Fenster-Funktion als das Rechteck-Fenster zum Filtern verwenden

Inhaltsverzeichnis

Begriffe der
Digitalen Signal-
verarbeitung

Aufbau einer
WAV Datei

Fourier
Transformation

DFT, FFT

Performance

IDFT

Konvergenzverhalten,
Fehleranalyse

Leck-Effekt,
Fensterfunktionen

Frequenzen filtern

Vorgehensweise

Was kann schon schief
gehen?

Demonstration
des Programms

Fazit

- ▶ Oszilloskop erfüllt die Anforderungen
- ▶ misst akkurat
- ▶ Anpassungsmöglichkeiten sind eingeschränkt
⇒ für Hobbyprojekte ausreichend