

1. Uma onda electromagnética plana com frequência de oscilação de 9.4GHz propaga-se no polipropileno ( $\epsilon_r = 2.25$  e  $\mu_r = 1$ ). Se a amplitude do campo magnético é 7mA/m e o material não tem perdas calcule:

- a) A velocidade de propagação.
- b) O comprimento de onda.
- c) A constante de fase.
- d) A impedância intrínseca.
- e) A amplitude do campo eléctrico.

2. O fasor do campo eléctrico de uma onda plana com frequência de oscilação de 100MHz no ponto P(4,-2,6) é dada por  $\vec{E}_s = 100\hat{x} - 70\hat{y}$  [V/m]. Calcule o campo eléctrico instantâneo,

- a) no ponto P para  $t=0$ s.
- b) no ponto P para  $t=1$ ns.
- c) no ponto Q(3,5,8) para  $t=2$ ns se a onda viajar na direcção  $\hat{z}$  em meio-livre.

3. Duas ondas planas uniformes propagam-se na direcção  $z$  em meio livre. Para  $t=0$ s e na origem, ambas atingem o campo eléctrico máximo positivo de 1 V/m (o campo está orientado segundo  $x$ ). A frequência das ondas é respectivamente 920kHz e 930kHz.

- a) Calcule o intervalo de tempo necessário para que ambas as ondas voltem a atingir simultaneamente o valor máximo na origem.
- b) Para  $t=0$ s, qual o ponto mais próximo no eixo positivo dos  $z$  em que  $\vec{E}_{total} = 2\hat{x}$  [V/m]?

4. A onda plana  $\vec{E} = \text{Re}\{(50\hat{x} - 120\hat{y})\exp(j10^{10}t - j\beta z)\}$  [V/m] propaga-se no polipropileno ( $\epsilon_r = 2.25$  e  $\mu_r = 1$ ). Calcule a constante de fase, o comprimento de onda e o campo magnético  $\vec{H}(\mathbf{r}, t)$ .

- 
5. Na zona distante o campo radiado por uma antena é aproximadamente (localmente) uma onda plana com comprimento de onda  $\lambda = 12\text{ cm}$ . Quando a mesma onda se propaga num certo material sem perdas, o comprimento de onda decresce para  $8\text{ cm}$ . Neste material a amplitude do campo eléctrico é  $50\text{ V/m}$ , e a amplitude do campo magnético é de  $0.1\text{ A/m}$ . Calcule a frequência de oscilação e os parâmetros característicos do material.
6. Para a frequência de oscilação de  $1\text{ MHz}$ , um material é caracterizado pela permitividade relativa  $\epsilon_r = 2.5$ , pela permeabilidade relativa  $\mu_r = 1$ , e pela condutividade  $\sigma = 4 \times 10^{-5}\text{ S/m}$ . Determine: a) a tangente de perdas, b) a constante de atenuação, c) a constante de fase.
7. Calcule os parâmetros  $(\epsilon_r, \mu_r, \sigma)$  de um material caracterizado pela impedância intrínseca (em módulo) de  $200\Omega$ , tal que uma onda plana e uniforme com frequência de oscilação de  $100\text{ MHz}$  se propaga com o comprimento de onda de  $1\text{ m}$  e sofre uma atenuação de  $2\text{ Np/m}$ .
8. Uma onda plana uniforme com velocidade angular de oscilação de  $2\text{ Mrad/s}$  é caracterizada pelo fasor  $\vec{E} = 20j\hat{x}\text{ [mV/m]}$  no plano  $z=0$ . O meio é caracterizado pelos parâmetros  $\epsilon_r = 2.5$ ,  $\mu_r = 10$  e  $\sigma = 10^{-4}\Omega^{-1}\text{ m}^{-1}$ . Determine:
- A constante de atenuação.
  - A constante de fase (número de onda)
  - O comprimento de onda.
  - Velocidade de propagação (de fase).
  - A impedância intrínseca.
  - O campo eléctrico para  $z=10\text{ m}$  e  $t=6\mu\text{s}$ .
9. Um forno de microondas trabalha à frequência de  $2.5\text{ GHz}$ . Nesta frequência um bife de lombo tem a permitividade complexa  $\epsilon = 30(1 - 0.3j)\epsilon_0$ .
- Qual o comprimento das microondas no bife?
  - Qual a profundidade de penetração (pelicular) das microondas no bife?
  - Se o bife é colocado num prato de plástico com  $\epsilon = (1.1 - 2 \times 10^{-4}j)\epsilon_0$  e espessura  $3\text{ mm}$ , explique como este procedimento afecta o aquecimento do bife pelas microondas.
-

---

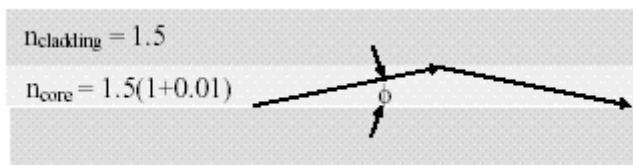
d) A água doce tem uma constante dielétrica de  $\epsilon = 80\epsilon_0$  e condutividade  $\sigma = 10^{-3} S/m$ .

Qual a profundidade de penetração das microondas na água?

10. Qual é a fracção de potência reflectida quando uma onda plana de luz incide normalmente num vidro de uma janela ( $n=1.5$ )?

11. Uma onda plana e uniforme com amplitude 100V/m propaga-se no ar e incide segundo a direcção normal num dieléctrico sem perdas com  $\epsilon_r = 4$ . Calcule as amplitudes dos campos transmitido e reflectido.

12. Numa fibra óptica, a luz é confinada por reflexão interna total à região entre o núcleo (*core*) e a bainha (*cladding*) da fibra. O núcleo e a bainha são ambos de vidro ( $n=1.5$ ), mas o núcleo é dopado para aumentar o seu índice de refração em cerca de 1%.



Determine o maior ângulo  $\phi$  (ver figura) para o qual a luz pode ser perfeitamente confinada na fibra. (Use as seguintes aproximações  $\sin\theta \approx \theta$ ,  $\cos\theta \approx 1 - \theta^2/2$  para  $\theta \ll 1$ ,  $1/(1+x) \approx 1-x$ ,  $\sqrt{1+x} \approx 1+x/2$ , para  $x \ll 1$ ).

Nota: Numa fibra real (espessura da bainha  $\cong 75\mu m$ ), a abertura angular deve ser ligeiramente inferior ao valor que determinou para poder garantir que o campo evanescente na bainha decaí suficientemente rápido e portanto é completamente desprezável na região exterior da bainha.

---

Soluções: 1  $\rightarrow$  a)  $2 \times 10^8$  m/s b) 0.021m c)  $295.3 \text{ m}^{-1}$  d)  $251.3 \Omega$  e)  $1.76 \text{ [mV/m]}$

2  $\rightarrow$  a)  $100\hat{x} - 70\hat{y} \text{ [V/m]}$  b)  $80.9\hat{x} - 56.6\hat{y} \text{ [V/m]}$  c)  $-97.8\hat{x} + 68.5\hat{y} \text{ [V/m]}$

3  $\rightarrow$  a)  $10^{-4}s$  b)  $3 \times 10^4 m$ .

4  $\rightarrow$  a)  $50 m^{-1}$  b) 0.13m c)  $\vec{H} = (0.48\hat{x} + 0.20\hat{y})\cos(\omega t - \beta z) \text{ [A/m]}$

---

$$5 \rightarrow \varepsilon_r = 1.1; \mu_r = 2.0 ; f = 2.5 \text{GHz}$$

$$6 \rightarrow \text{a) } 0.29 \text{ b) } 0.0047 \text{m}^{-1} \text{ c) } 0.033 \text{m}^{-1}$$

$$7 \rightarrow \varepsilon_r = 4.84; \mu_r = 1.67; \sigma = 0.02 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$$

$$8 \rightarrow \text{a) } 0.029 \text{ m}^{-1} \text{ b) } 0.044 \text{ m}^{-1} \text{ c) } 142.8 \text{m} \text{ d) } 0.45 \times 10^8 \text{ m/s} \text{ e) } 402 + j262 \Omega \text{ f) } 12.64 \text{ u}_x [\text{mV/m}]$$

$$9 \rightarrow \text{a) } 21.66 \text{mm} \text{ b) } 23.49 \text{mm} \text{ c) } \text{Não afecta significativamente (há baixa absorção/reflexão de energia pelo prato)} \text{ d) } 47.45 \text{m}$$

$$10 \rightarrow 4\%$$

$$11 \rightarrow 66.7 \text{V/m} \text{ e } -33.3 \text{ V/m}$$

$$12 \rightarrow 8.1^\circ$$