

《机器人学概论》

第三次作业

布置日期：2024年4月12日

截止日期：2024年4月26日23:59

请将作业以pdf形式发送给助教(胡韞泽, 2000011042@stu.pku.edu.cn), 作业可以是电子版文档, 也可是手写后扫描转成pdf。作业中请写出推导过程。如果涉及编程仿真, 请将代码一同提交。

1: 多项式轨迹生成

本题求解单关节在关节空间中生成多项式轨迹的问题。对以下三种情况中的每一种都分别计算轨迹的多项式表达式, 并且用程序画出关节角、角速度、角加速度随时间的变化(横轴为时间), 以下为三种情况:

1. 三次多项式轨迹。在轨迹起点和终点, 角速度均为0, 起点关节角 $\theta_s = 120^\circ$, 终点关节角 $\theta_f = 60^\circ$, 轨迹时长 $t_f = 1s$ 。
2. 五次多项式轨迹。在轨迹起点和终点, 角速度和角加速度均为0, 起点关节角 $\theta_s = 120^\circ$, 终点关节角 $\theta_f = 60^\circ$, 轨迹时长 $t_f = 1s$ 。
3. 带有中间点的三次多项式。在轨迹起点和终点, 角速度均为0, 中间点处需保持速度和加速度的连续性。起点关节角 $\theta_s = 60^\circ$, 中间点关节角 $\theta_v = 120^\circ$, 终点关节角 $\theta_f = 30^\circ$ 。从起点到中间点, 以及中间点到终点的两段轨迹均用三次多项式表示, 两段时长 $t_1 = t_2 = 1s$ 。

2: A*路径规划算法

考虑一个质点机器人, 即忽略机器人的几何尺寸, 将其建模为一个质点。现有一栅格地图“map.txt”(附件“hw3_starter_code”文件夹中), 地图尺寸为 473×436 。地图中自由空间的值为0, 有障碍物占据空间的值为1。机器人状态为 (x, y) 坐标。机器人每一步可移动到与其所在栅格相邻的八个栅格之一(如图1所示), 每一步运动的代价与路径长度一致, 即 $c(dx, dy) = \sqrt{dx^2 + dy^2}$, 其中 dx 和 dy 分别代表沿 x 和 y 方向的移动步长。因而, 沿对角线移动一步产生的代价是 $\sqrt{2}$, 而沿水平或竖直方向移动一步的代价是1。

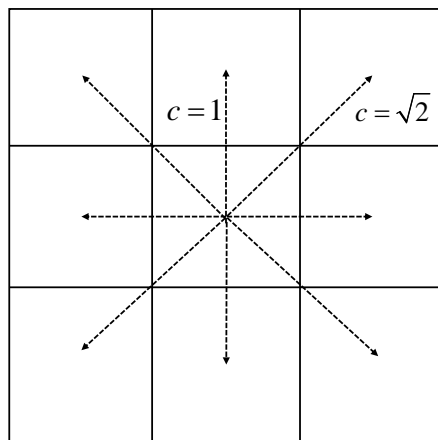


图 1: 机器人可沿水平、竖直或对角方向运动。符号“ c ”代表运动的代价。

请写一个程序实现A*路径规划算法¹。机器人的起点坐标为 $q_s = (148, 321)$ ，终点坐标为 $q_g = (202, 106)$ ，启发函数可以取当前栅格到目标栅格的欧氏距离。若使用MATLAB编程，可修改文档“astar.m”，基于文档中的“TODO sections”编写A*算法，使用指令`runtest('map.txt', [148,321], [202,106], 100, 'astar', 1)`运行算法。请计算最优路径长度并提交一张图，用于显示地图和生成的最优路径。提交作业时请同时提交包含注释的代码。

3: RRT路径规划算法

考虑和问题2相同的路径规划问题。请写一个程序实现RRT路径规划算法。采样阶段，可设置1%的概率采样目标状态；在搜索树上寻找到距离样本点最接近的节点后，可从该节点出发，沿着指向样本点的直线方向移动 δ 距离。路径的代价是路径上节点间的欧氏距离之和。若使用MATLAB编程，可修改文档“rrt.m”，基于文档中的“TODO sections”编写RRT算法，使用指令`runtest('map.txt', [148,321], [202,106], 100, 'rrt', 10)`运行算法，其中移动距离 δ 被设置为10（以地图中栅格尺寸为单位长度）。请计算可行路径长度并提交一张图，用于显示地图和生成的可行路径。提交作业时请同时提交包含注释的代码。

附加题: RRT*路径规划算法

考虑和问题2相同的路径规划问题。请写一个程序实现RRT*路径规划算法。若使用MATLAB编程，可修改文档“rrtstar.m”编写RRT*算法，使用指令`runtest('map.txt', [148,321], [202,106], 100, 'rrtstar', 10)`运行算法。请计算最优路径长度并提交一张图，用于显示地图和生成的最优路径。提交作业时请同时提交包含注释的代码。

¹问题2、问题3和附加题涉及编程仿真，可使用MATLAB、Python或C++编写程序。附件“hw3_starter_code”文件夹可帮助使用MATLAB实现路径规划算法，其中的pdf文件“codeExplain”解释了各MATLAB脚本的使用方法。若使用其他编程语言，请自行编写全部代码。

4: 拉普拉斯变换

求下列函数的拉氏变换，写出推导过程。

1. $f(t) = t^2 + 3t + 2$

4. $f(t) = 5 \sin 2t - 3 \cos 2t$

2. $f(t) = 1 - te^t$

5. $f(t) = \frac{t}{2\beta} \sin at$

3. $f(t) = (t-1)^2 e^t$

6. $f(t) = e^{-2t} \sin 6t$

5: 拉普拉斯逆变换

求下列函数的拉氏逆变换，写出推导过程。

1. $F(s) = \frac{1}{(s^2+4)^2}$

4. $F(s) = \frac{s^2+4s+4}{(s^2+4s+13)^2}$

2. $F(s) = \frac{1}{s^4+5s^2+4}$

5. $F(s) = \frac{2s^2+s+5}{s^3+6s^2+11s+6}$

3. $F(s) = \frac{s+2}{(s^2+4s+5)^2}$

6. $F(s) = \frac{2s^2+3s+3}{(s+1)(s+3)^3}$