Przedmiot: Sterowanie Procesami Dyskretnymi - laboratorium
Imię i nazwisko: Igor Jewiarz 263478
Termin zajęć: środa 18:55
Data oddania: 21.03.2023

Projekt 2: Problem WiTi dla jednej maszyny

1 Opis problemu

Problem w_it_i można przedstawić za pomocą wyrażenia $1||\Sigma f_i$. Dostępna jest jedna maszyna, która musi wykonać wszystkie zadania ze zbioru. Zadania muszą zostać wykonywane nieprzerwanie. Dla każdego zadania określa się trzy parametry:

- p_i - czas trwania zadania
- w_i - waga
- t_i - żądany termin zakończenia zadania

Kara jest naliczana w przypadku, gdy termin skończenia zadania będzie większy niż jego żądany termin zakończenia. Kara jest proporcjonalna do spóźnienia:

$$f_i(C_i) = max\{(C_i - t_i)w_i, 0\} \tag{1}$$

Rozwiązywanie opisanego problemu polega na minimalizacji sumy kar:

$$f(S) = \sum_{i=1}^{n} max\{(C_i - t_i)w_i, 0\} \tag{2}$$

2 Programowanie dynamiczne

2.1 Opis algorytmu

Programowanie dynamiczne polega na rozbicie problemu na zależne od siebie mniejsze problemy. Rekurencyjnie tworzy się podzbiory pomniejszone o kolejne zadania, aż do momentu otrzymania pustego zbioru. Dla każdego podzbioru określa się minimalną sumę w_it_i i na jej podstawie określa się optymalny harmonogram. Przykładowo dla czterech zadań:

$$F(\{1,2,3,4\}) = min\begin{cases} F(\{2,3,4\}) + K_1(c) \\ F(\{1,3,4\}) + K_2(c) \\ F(\{1,2,4\}) + K_3(c) \\ F(\{1,2,3\}) + K_4(c) \end{cases} \tag{3}$$

gdzie $c = \sum_{i=1}^{n} p_i$ oraz $K_i(c) = (c - t_i)w_i$. Algorytm ma złożoność obliczeniową $O(n2^n)$ oraz pamięciową $O(2^n)$.

procedure PD(n, P, W, T)
    $\mathcal{I} \leftarrow \mathcal{N}$
    for $i = 1$ **to** n **do**
        $v(\mathcal{I}^i) \leftarrow \arg\min_{j \in \mathcal{I}^i} \left\{ F\left(\mathcal{I}^{L(\mathcal{I}^i \setminus \{j\})}\right) + f_j(p(\mathcal{I}^i)) \right\}$
        $F(\mathcal{I}^i) \leftarrow F\left(\mathcal{I}^{L(\mathcal{I}^i \setminus \{v(\mathcal{I}^i)\})}\right) + f_{v(\mathcal{I}^i)}(p(\mathcal{I}^i))$
    end for
    for $i = n$ **to** 1 **do**
        $\pi(i) \leftarrow v(\mathcal{I})$
        $\mathcal{I} \leftarrow \mathcal{I} \setminus \{v(\mathcal{I})\}$
    end for
end procedure

Rysunek 1: pseudokod programowania dynamicznego

3 Wnioski

1. Algorytm posiada dużą złożoność obliczeniową przez co nawet pojedyncze zmiany w liczbie zadań skutkują dużą różnicą w czasie wykonywania programu.
2. Problem $1||\sum w_i t_i$ może posiadać wiele rozwiązań optymalnych o tej samej wartości optymalnej sumy $w_i t_i$.

4 Źródła

- `http://andrzej.gnatowski.staff.iiar.pwr.wroc.pl/SterowanieProcesamiDyskretnymi/lab04_witi/instrukcja/lab04.pdf`
- `http://mariusz.makuchowski.staff.iiar.pwr.wroc.pl/download/courses/sterowanie.procesami.dyskretnymi/lab.instrukcje/lab02.witi/witi.literatura/SPD_w01_WiTi.pdf`
- *Algorytmy szeregowania zadań*, C. Smutnicki