

Projekt 4: Algorytm Schrage z i bez podziału zadań

1 Opis problemu

Problem dotyczy omawianego już zagadnienia RPQ $(1|r_i, q_i|C_{max})$. Każde zadanie ma trzy parametry: czas dostarczenia, czas trwania oraz czas stygnięcia. Rozwiązaniem problemu jest znalezienie takiej permutacji zadań, dzięki której otrzyma się jak najmniejszy całkowity czas skończenia wszystkich zadań.

$$(r_i, p_i, q_i)$$

- r_i - czas dostarczenia
- p_i - czas trwania
- q_i - czas stygnięcia

2 Algorytm Schrage

2.1 Bez wyłączeń

Algorytm Schrage jest jednym z algorytmów, rozwiązujący problem. Używa on dwóch zbiorów:

- Zbiór N - znajdują się w nim nieuszeregowane jeszcze zadania
- zbiór G - znajdują się w nim dostarczone (gotowe do realizacji) zadania

Algorytm wyznacza z puli dostępnych zadań te o największym czasie stygnięcia i podaje je na maszynę. Proces powtarza się aż do przejścia wszystkich zadań przez maszynę.

1. $t = 0, k = 0, C_{max} = 0, G = \emptyset, N = \{1, 2, \dots, n\},$
2. **Dopóki** $((G \neq \emptyset) \text{ lub } (N \neq \emptyset))$ **wykonaj**
3. **Dopóki** $((N \neq \emptyset) \text{ oraz } (\min_{j \in N} r_j \leq t))$ **wykonaj**
4. $e = \arg \min_{j \in N} r_j, G = G \cup \{e\}, N = N \setminus \{e\}.$
5. **Jeżeli** $G = \emptyset$ **wykonaj**
6. $t = \min_{j \in N} r_j, \text{ idź do 3.}$
7. $e = \arg \max_{j \in G} q_j, G = G \setminus \{e\},$
8. $k = k + 1, \pi(k) = e, t = t + p_e, C_{max} = \max(C_{max}, t + q_e).$

Rysunek 1: Pseudoko bez wyłączeń

Gdzie:

- π - permutacja wykonania zadań na maszynie
- C_{max} - całkowity czas trwania zadań
- t - czas
- k - pozycja w permutacji π
- N - zbiór zadań nieuszeregowanych
- G - zbiór zadań gotowych do realizacji

2.2 Z wywłaszczzeniami

Ten wariant algorytmu korzysta z wywłaszczeń. W momencie, w którym pojawia się zadanie gotowe do realizacji z większym czasem stygnięcia q_i , zadanie jest przerywane i zwracane do zbioru zadań gotowych z odpowiednio mniejszym czasem wykonywania. Następnie wykonywane jest dostarczone zadanie z większym priorytetem.

1. $t = 0, C_{max} = 0, G = \emptyset, N = \{1, 2, \dots, n\}, l = 0, q_0 = \infty$.
2. **Dopóki** $((G \neq \emptyset) \text{ lub } (N \neq \emptyset))$ **wykonaj**
3. **Dopóki** $((N \neq \emptyset) \text{ oraz } (\min_{j \in N} r_j \leq t))$ **wykonaj**
4. $e = \arg \min_{j \in N} r_j, G = G \cup \{e\}, N = N \setminus \{e\},$
5. **jeżeli** $q_e > q_l$ **to** $p_l = t - r_e, t = r_e$, **jeżeli** $p_l > 0$ **to** $G = G \cup \{l\}$.
6. **Jeżeli** $G = \emptyset$ **wykonaj**
7. $t = \min_{j \in N} r_j$, **idź do 3.**
8. $e = \arg \max_{j \in G} q_j, G = G \setminus \{e\},$
9. $l = e, t = t + p_e, C_{max} = \max(C_{max}, t + q_e).$

Rysunek 2: Pseudoko z wywłaszczzeniami

Gdzie dodatkowo:

- $l = 0$ - zadanie zerowe
- $q_0 = \infty$ - czas stygnięcia zadania zerowego - zapobiega przerwaniu pierwszego zadania przez algorytm

3 Wnioski

1. Algorytm Schrage z wywłaszczzeniami daje lepsze wyniki niż bez wywłaszczeń.
2. Modyfikacja podstawowego Algorytmu Schrage'a w celu dodania podziału zadań nie sprawia większych problemów. Powinna być więc stosowana w przypadkach, w których zadania mogą być przerywane.