Dizionari
Specifiche, rappresentazione e confronto tra realizzazioni alternative.

Algoritmi e Strutture Dati + Lab
A.A. 15/16

Informatica
Università degli Studi di Bari “Aldo Moro”

Nicola Di Mauro

Introduzione

- Esistono delle applicazioni che, pur richiedendo una struttura dati del tipo insieme, non richiedono tutte le operazioni definite sull'insieme
  - Ad esempio, nel trattamento dei testi sono presenti spesso dei dizionari della lingua messi a disposizione per controllare la correttezza ortografica dello scritto. E' certamente un problema adatto al tipo astratto di dati insieme, ma non sembrano necessarie operazioni come unione, intersezione e differenza.
- Questi sottotipi del tipo insieme sono i **dizionari**
- Gli elementi sono generalmente tipi strutturati ai quali si accede per mezzo di un riferimento a un campo chiave. Gli elementi assumono la forma di una coppia cosituita da (chiave, valore).

Introduzione /2

- La caratteristica della chiave è legata alla applicazione:
  - nei dizionari degli elaboratori di testi la chiave individua una parola mentre in un dizionario di magazzino la chiave può essere un codice pezzo
- Il valore associato, invece, rappresenta l'informazione associata per scopi di gestione o manutenzione
- Esempio:
  - nelle tabelle di simboli, utili ai compilatori e ai linker, la chiave viene usata per l'identificatore mentre nel valore vengono memorizzate le informazioni di gestione (indirizzo della locazione, dimensione, posizioni nelle quali l'identificatore è usato nel programma etc.)

Operazioni

- Le operazioni applicate ad un dizionario devono consentire la verifica dell'esistenza di una definita chiave e deve essere possibile l'inserimento di nuove coppie (chiave, valore) come pure la cancellazione.
- Può essere utile anche il recupero delle informazioni presenti nell'attributo oppure la loro eventuale modifica.
- Poiché possiamo definirli come un caso particolare di insieme, la specifica per i dizionari è identica a quella del tipo di dato insieme. Le operazioni ammesse sono:
  - crea, appartiene, inserisci, cancella
- In alcuni casi troviamo anche operazioni come
  - recupera e aggiorna

Specifica sintattica

- Tipi
  - dizionario, boolean, chiave, valore
- Operatori
  - creadizionario: ( ) → dizionario
  - dizionariovuoto: (dizionario) → boolean
  - appartiene: (chiave, dizionario) → boolean
  - inserisci: (<chiave, valore>, dizionario) → dizionario
  - cancella: (chiave, dizionario) → dizionario
  - recupera: (chiave, dizionario) → valore

Specifica semantica

- Tipi
  - Dizionario = famiglia di dizionari costituita da coppie di tipo <chiave, valore>
  - boolean = insieme valori verità
- Operatori
  - creadizionario = D
    - post : D = {}
  - dizionariovuoto(D) = b
    - post : b = vero se D = {} , b = falso altrimenti
  - appartiene(k, D) = b
    - post : b = vero se esiste una coppia <k', v> ∈D tale che k' = k, b = falso altrimenti
  - inserisci(<k,v>, D) = D'
    - post : D' = D ∪ { <k,v> } se non esiste una coppia <k',v'> ∈D tale che k' = k;
      D' = D \ {<k', v'>} ∪ { <k,v> } se esiste già una coppia <k',v'> ∈Dtale che k' = k;
  - cancella(k, D) = D'
    - pre: esiste una coppia <k',v'> ∈D tale cke k'=k
    - post: D' = D \ {<k', v'>}
  - recupera(k, D) = v
    - pre: esiste una coppia <k',v'> ∈D tale cke k'=k
    - post: v = v'

Rappresentazioni

- Oltre alle realizzazioni viste per l'insieme, che si rifanno alla rappresentazione con vettore booleano (vettore caratteristico) e alla rappresentazione mediante una lista (i cui elementi sono quelli dell'insieme), ci sono realizzazioni più efficienti mediante vettori ordinati e tabelle hash.
- Rappresentazione con vettore ordinato
  - si utilizza un vettore con un cursore all'ultima posizione occupata
  - avendo definito una relazione di ordinamento totale <= sulle chiavi, queste si memorizzano nel vettore in posizioni contigue e in ordine crescente a partire dalla prima posizione. Per verificare l'appartenenza di un elemento o chiave k, si utilizza la ricerca binaria (dicotomica, logaritmica), si confronta cioè il valore da ricercare k con il valore v che occupa la posizione centrale del vettore e si stabilisce in quale metà continuare la ricerca.

Ricerca binaria

- Definizione dei tipi:
  - Dizionario: tipo strutturato con componenti
    - elementi: array di maxlung elementi di tipo tipoelem
    - ultimo: intero in [0..maxlung]

```
bool APPARTIENE(k:tipoelem; D:dizionario per riferimento)
    return RICBIN(D.elementi, k, 1, D.ultimo)

bool RICBIN(V: vettore per riferimento; k: tipoelem; i: integer; j: integer)
    if i>j then
    RICBIN = false
    else
    m = (i + j) div 2
    if k = V[m] then
            RICBIN = true
    else
            if k < V[m] then
            RICBIN = RICBIN (V, k, i, m-1)
            else
            RICBIN = RICBIN (V, k, m+1, j)
```

Hash

- Esiste una tecnica denominata “hash”, che si appoggia su di una struttura di dati tabellare, che si presta ad essere usata per realizzare dizionari.
  - Con questa struttura, le operazioni di ricerca e di modifica di un dizionario possono operare in tempi costanti e indipendenti sia dalla dimensione del dizionario che dall'insieme dei valori che verranno gestiti.
- Rappresentazione con tabella hash
  - idea base: ricavare la posizione che la chiave occupa in un vettore dal valore della chiave.
  - esistono diverse varianti che comunque si possono far risalire ad una forma statica e ad una forma dinamica o estensibile.
  - la prima fa uso di strutture o tabelle di dimensione prefissata, mentre l'hash dinamico è in grado di modificare dinamicamente le dimensioni della tabella hash sulla base del numero di elementi che vengono via via inseriti o eliminati. Nel seguito si farà riferimento solo alla forma statica.

Rappresentazione con tabella Hash

- L'hash (statico) può assumere a sua volta due forme diverse denominate rispettivamente
  - **hash chiuso**: consente di inserire un insieme limitato di valori in uno spazio di dimensione fissa
  - **hash aperto**: consente di memorizzare un insieme di valori di dimensione qualsiasi in uno spazio potenzialmente illimitato
- Ambedue queste varianti però utilizzano una sottostante tabella hash a dimensione fissa costituita da una struttura allocata sequenzialmente in memoria e che assume la forma di un array

Rappresentazione con tabella Hash /2

- Nel caso di hash chiuso la struttura sarà composta da un certo numero (maxbucket) di contenitori di uguale dimensione denominati bucket.
- Ognuno di questi contenitori può mantenere al proprio interno al massimo un numero nb = 1 di elementi che comprenderanno la chiave e il corrispondente valore (nel caso nb=1 ogni bucket avrà una sola coppia (chiave, valore)
- Nel caso di hash aperto la struttura sarà composta da un certo numero indeterminato di contenitori bucket
- In ambedue i casi viene usata una funzione aritmetica allo scopo di calcolare, partendo dalla chiave, la posizione in tabella delle informazioni contenute nell'attributo collegato alla chiave.

Rappresentazione con tabella Hash /3

- È una alternativa efficace all'indirizzamento diretto in un vettore perché la dimensione é proporzionale al numero di chiavi attese.
- Se k è l'insieme di tutte le possibili chiavi distinte e v è il vettore di dimensione m in cui si memorizza il dizionario, la soluzione ideale è la funzione di accesso $h: K \rightarrow \{ 1,\ldots,m \}$ che permetta di ricavare la posizione h(k) della chiave k nel vettore v così che, se $k1 \in K$ e $k2 \in K$, $k1 \neq k2$ si ha $h(k1) \neq h(k2)$.
- Utilizzando $m = |K|$ si ha garanzia di biunivocità e di poter accedere direttamente alla posizione contenente la chiave.
- Se $|K|$ è grande, si ha spreco enorme di memoria.
  - la dimensione m del vettore va scelta in base al numero di chiavi attese.
- La soluzione di compromesso è scegliere un m maggiore di 1 ma molto minore di $|K|$

Rappresentazione con tabella Hash /4

- **Hash chiuso**

albinoni	h(albinoni) = 1
offenbach	h(offenbach) = 15
palestrina	h(palestrina) = 16
puccini	h(puccini) = 16
prokofev	h(prokofev) = 16
rossini	h(rossini) = 18

ALBINONI	1
:	
OFFENBACH	15
PALESTRINA	16
PUCCINI	17
PROKOFEV	18
ROSSINI	19
:	
	26

- Ci sono collisioni per i cognomi che iniziano con la stessa lettera
- Esempio: sia k = { cognomi di musicisti } e si assuma m= 26. Una possibile funzione è h(k)=h, 1<= h <= 26, se il carattere iniziale di k è la h-esima lettera dell'alfabeto inglese. h non è biunivoca.

Collisioni

- Una collisione si verifica quando chiavi diverse producono lo stesso risultato della funzione. Esistono funzioni hash più o meno buone anche se le collisioni non si potranno mai evitare del tutto.
- Nell'esempio visto si è adottata una semplice strategia per la risoluzione delle collisioni (**scansione lineare**):
  - se h(k) per qualunque chiave k indica una posizione già occupata, si ispeziona la posizione successiva nel vettore. Se la posizione è piena si prova con la seguente e così via fino a trovare una posizione libera o trovare che la tabella è completamente piena.
- Una posizione libera può venire facilmente segnalata in fase di realizzazione da una chiave fittizia *libero*.
- Per la cancellazione è più semplice sostituire l'oggetto cancellato con una chiave fittizia *cancellato* che dovrebbe essere facilmente distinguibile dalle altre chiavi reali e dall'altra chiave fittizia *libero*.
- La strategia lineare può produrre nel tempo il casuale addensamento di informazioni in certi tratti della tabella (**agglomerati**), piuttosto che una loro dispersione.

Collisioni /2

- Quale che sia la funzione hash adottata, deve essere prevista una strategia per gestire il problema degli agglomerati e delle collisioni. In definitiva:
  - occorre una funzione hash, calcolabile velocemente e che distribuisca le chiavi uniformemente in v, in modo da ridurre le collisioni;
  - occorre un metodo di scansione per la soluzione delle collisioni utile a reperire chiavi che hanno trovato la posizione occupata e che non provochi la formazione di agglomerati di chiavi;
  - la dimensione m del vettore v deve essere una sovrastima del numero delle chiavi attese, per evitare di riempire v completamente.
- Per definire funzioni hash, è conveniente considerare la rappresentazione binaria bin(k) della chiave k.
  - Nel caso di chiavi non numeriche si può considerare la rappresentazione binaria dei caratteri e bin(k) è data dalla loro concatenazione.

Collisioni /3

- 4 buoni metodi di generazione hash
  - denotiamo con int(b) il numero intero rappresentato da una stringa binaria b. Indichiamo da 0 a m-1 gli elementi di v.
  - 1) h(k)=int(b), dove b è un sottoinsieme di p bit di bin(k), solitamente estratti nelle posizioni centrali
  - 2) h(k)=int(b), dove b è dato dalla somma modulo 2, effettuata bit a bit, di diversi sottoinsiemi di p bit di bin(k).
  - 3) h(k)=int(b), dove b è un sottoinsieme di p bit estratti dalle posizioni centrali di bin(int(bin(k))2).
  - h(k) è uguale al resto della divisione int(bin(k)) /m (m è dispari; se fosse uguale a 2p, due numeri con gli stessi p bit finali darebbero sempre luogo a una collisione).
- L'ultima funzione hash definita è la migliore dal punto di vista probabilistico e fornisce un'eccellente distribuzione degli indirizzi h(k) nell'intervallo [0, m-1].

Collisioni /4

Esempio

- **Funzione hash**: si supponga che le chiavi siano di 6 caratteri alfanumerici (chiavi più lunghe sono troncate, mentre chiavi più corte sono espanse a destra con spazi). Si assuma ord(a)=1, ord(b)=2, … , ord(z)=26 e ord(b)=32, dove b indica lo spazio, con rappresentazione di ogni ordinale su 6 bit.
- Per le chiavi weber e webern si ottiene:
  - bin(weberb) = 010111 000101 000010 000101 010010 100000 0000
  - bin(webern) = 010111 000101 000010 000101 010010 001110 0000
- dove si sono evidenziati per chiarezza i gruppi di 6 bit che rappresentano ciascun carattere. Calcoliamo gli indirizzi hash ottenuti con le funzioni definite di seguito in (a), (b) e (d):
  - (a) sia m = 256 = 28. Estraendo gli 8 bit dalla posizione 15 alla 22 di bin(k), h(weber) = h(webern) = int(00100001) = 33. Le due chiavi danno pertanto luogo ad una collisione

Collisioni /5

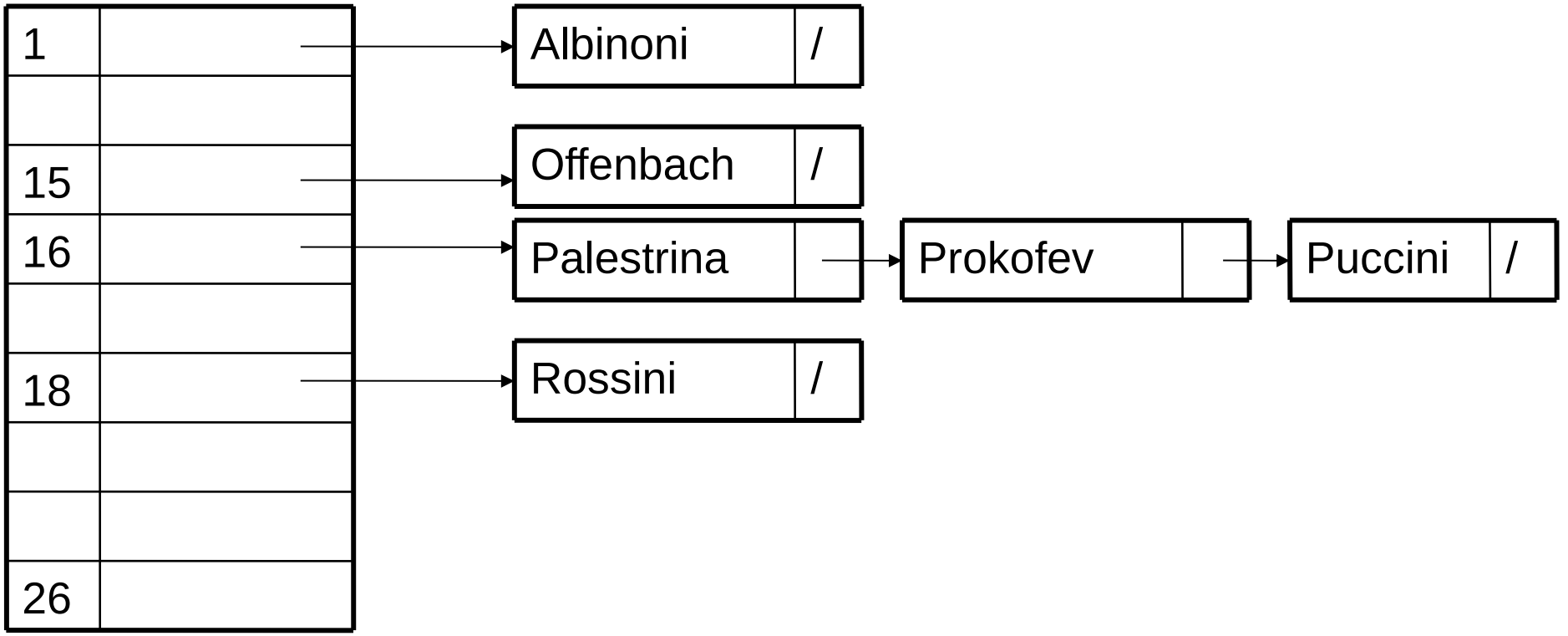
- (b) sia ancora m = 256 = 2^8 e si calcoli b raggruppando bin(k) in cinque gruppi di 8 bit (dopo aver espanso a destra bin(k) con quattro zeri). h(weber) = int(11000011) = 195, poiché
  - 11000011 = 01011100 + 01010000 + 10000101 + 01001010 + 00000000
- dove + indica la somma bit a bit modulo 2. Analogamente, h(webern) = int(00100001) = 33, poiché
  - 00100001 = 01011100 + 01010000 + 10000101 + 01001000 + 11100000
- benché h(webern) sia uguale a 33, come nel caso (a), la collisione é stata eliminata.
- (d) sia m = 383. utilizzando 6 bit, int(bin(k)) è un numero in base 2^6 = 64.
- int(bin(webern))= 23 * 645 + 5 * 644 + 2 * 643 + 5 * 642 + 18 * 641 + 14 * 640= 64(64(64(64(23*64)+5)+2)+5)+18)+14
- h(webern) e h(weber) sono ottenuti prendendo il resto della divisione int(bin(…..))/383

Hash aperto

- Una tecnica che evita la formazione di agglomerati è quella dell'hash aperto che richiede che la tabella hash mantenga la lista degli elementi le cui chiavi producono lo stesso valore di funzione (trasformata).
- La tabella hash viene realizzata definendo un array di liste di bucket (liste di trabocco).
- La funzione hash viene utilizzata per determinare quale lista potrebbe contenere l'elemento che possiede una determinata chiave in modo da poter attivare una successiva operazione di ricerca nella lista corrispondente e da restituire la posizione del bucket che contiene la chiave.

Liste di trabocco

- Il vettore v contiene in ogni posizione un puntatore ad una lista



Metodi di scansione

- Nella realizzazione con hash e liste di trabocco si è usato un metodo di scansione esterno contrapposto alla scansione lineare che è un metodo di scansione interno.
- Altri metodi interni (o chiusi) sono
  - scansione quadratica
  - scansione pseudocasuale
  - hashing doppio
- **scansione interna**
  - chiamiamo fi la funzione che viene utilizzata l'i-esima volta che si trova occupata una posizione del vettore v, i >= 0, (per i=0, f0 = h).
  - fi va scelta in modo da toccare tutte le posizioni di v (una sola volta).

Metodi di scansione /2

- **Scansione lineare**
  - fi = (h(k) + h*i) mod m
  - h è un intero positivo primo con m
  - h rappresenta la distanza tra due posizioni successive esaminate nella scansione (se h = 1, scansione a passo unitario).
  - essendo h e m primi tra loro, vengono esaminate tutte le posizioni di v prima di riconsiderare le posizioni già esaminate.
  - **svantaggio**: non riduce la formazione di agglomerati

Metodi di scansione /3

- **Scansione quadratica**
  - fi = (h(k) + h*i + i(i-1)/2) mod m
  - m e' primo
  - la distanza tra due posizioni successive nella sequenza è variabile, quindi la possibilità di agglomerati è ridotta. Svantaggio: la sequenza di scansione non include tutte le posizioni di v (svantaggio trascurabile per m non troppo piccolo).
- **Scansione pseudocasuale**
  - fi = (h(k) + pi) mod m
  - pi è l'i-esimo numero generato da un generatore di numeri pseudocasuali, che genera gli interi tra 1 e m una sola volta in un ordine qualunque.
- **Hashing doppio**
  - fi = (h(k) + i * f(k)) mod m
  - f è un'altra funzione hash diversa da h.

Metodi di scansione /4

- Usando metodi di scansione interna e potendo cancellare chiavi, non si è mai sicuri che, raggiunta una posizione vuota nella ricerca di k, tale chiave non si trovi in un'altra posizione di v, poiché la posizione ora vuota era occupata quando k è stata inserita.
- Bisogna dunque scandire anche le posizioni in cui si è cancellato e fermarsi o sulla posizione mai riempita o dopo essere tornati su una posizione già scandita.
- Ciò determina un aumento del tempo di ricerca.
- Utilizzare il metodo di scansione esterna se sono previste molte cancellazioni.