알고리즘 중급 세미나

01: 해답의 구성

연세대학교 전우제^{kiwiyou} 2023.11.24.r1

- 특정한 조건을 만족하는 배치를 전부 탐색할 때 쓰는 기법
- 한 수를 놓아 보고 안 되면 퇴각
- 일반적으로 다음에 놓을 수와 지금까지 놓은 수에 대한 정보를 매개변수로 하는 재귀 함수

• 돈이 M원 있다. N개의 품목의 가격은 $C_i>0$ 이고 만족도는 P_i 이다. 최대 만족도는?

```
1: function Max-Profit(M, N, C, P)

2: m \leftarrow 0 \triangleright 최대 만족도

3: for i \leftarrow 0 until N do

4: if M \geq C_i then

5: p \leftarrow P_i + \text{Max-Profit}(M - C_i, N, C, P)

6: m \leftarrow \max(m, p)

7: return m
```

• $C_i=1$ 이면 N개 품목마다 $\max\operatorname{Profit}(M-1)$ 을 호출: $\mathcal{O}(N^M)$

• 최적화: $1 \to 2 \to 1$ 과 $1 \to 1 \to 2$ 는 같다!

```
1: function Max-Profit(M, N, C, P, i)

2: if i = N then

3: return 0

4: m \leftarrow 0

5: c \leftarrow 0 \triangleright i번 품목 구매 개수

6: while c \times C_i \leq M do

7: p \leftarrow c \times P_i + \text{Max-Profit}(M - c \times C_i, N, C, P, i + 1)

8: m \leftarrow \max(m, p)

9: c \leftarrow c + 1

10 return m
```

• $_N\Pi_M$ 가지 i의 배치 중 **순서를 강제**했으므로, $\mathcal{O}(_NH_M)$

• 각 배치를 출력해 보자!

```
1: function Max-Profit(M, N, C, P, i, R)
2: if i = N then
        Print(R)
3:
       return 0
4:
5: ...
6: while c \times C_i \leq M do
        append i to R
7:
       p \leftarrow c \times P_i + \text{Max-Profit}(M - c \times C_i, N, C, P, i + 1)
8:
       remove i from R \triangleright 퇴각
9:
10:
11return m
```

- 주어진 게임에서 서로가 최선을 다할 때 승리 / 패배하는 사람은 누구이며, 필승 전략은 무엇인가?
- 여기서 다루는 게임은 조합론적 게임
 - 2인이 번갈아 진행하며
 - 모든 정보가 공개되어 있고
 - 비기는 경우가 없는 게임
- 두 플레이어가 같은 상황에 놓였다면 같은 선택을 함
- 서로가 최선을 다한다는 조건을 최대한 이용해서 풀기

- 더 이상 진행할 수 없는 사람이
 - 패배: 일반 게임
 - 승리: 미제르 게임
- 일반 게임의 경우, 더 이상 진행할 수 없는 상황을 만드는 것이 목표
- 다음 수가 이기는 수인지 지는 수인지 확정할 수 있다면 이전 수도 확정
- 더 이상 진행할 수 없는 상황으로부터 다이나믹 프로그래밍을 통해 각 상황 에서의 승패를 확정 가능

- 배스킨라빈스 31
 - 31을 외치면 패배
 - 30을 외치고 31에서 상대가 패배 → **승리** 가능
 - 30, 31을 외치고 패배 가능
 - •
- 다음 상황이 모두 (상대의) 패배라면 승리하는 수
- 다음 상황이 하나라도 (상대의) 승리라면 패배하는 수
- 승리하는 수가 하나라도 있으면 승리

```
1: function Is-First-Win(n)
2: if n > 31 then
        return false
3:
4: if Is-First-Win(n + 1) or Is-First-Win(n + 2) or Is-First-Win(n + 3) then
        return false
5:
6: return true
1: function Is-First-Win-Iterative(n)
2: table \leftarrow {}
3: table[31], table[32], table[33] \leftarrow false
4: for i = 30 downto n do
        table[i] \leftarrow not(table[i+1] \text{ or } table[i+2] \text{ or } table[i+3])
5:
6: return table [n]
```

과제

- <u>15649 N과 M (1)</u>
- 30242 N-Queen (Easy)
- 14889 스타트와 링크
- 1799 비숍
- 9655 돌 게임
- <u>2040 수 게임</u>