

알고리즘 기초 세미나

06: 최적화 문제의 접근 방법

연세대학교 전우제^{kiwiyou}

2023.01.25.r1

그리디

- 문제가 단계별로 나누어져 있을 때, 각 단계의 최적을 통해 전체의 최적을 구하는 방법
- N 개의 정수 중 합이 가장 작은 세 수를 고르기
 - $\mathcal{O}(N^3)$
 - $\mathcal{O}(N^2)$
 - $\mathcal{O}(N)$
- K 개 수 고르기
 - $\mathcal{O}(N \log N)$
 - $\mathcal{O}(N)$

그리디

- N 명의 사람이 한 화장실을 A_i 초 이용할 때, 각 사람이 화장실을 다 쓰고 나올 때까지 걸린 시간의 합의 최솟값
- A_i 를 적절히 재배열한 수열 B_i 에 대해서, 기다리는 시간의 합은

$$NB_1 + (N - 1)B_2 + \cdots + 1B_N$$

- 직관적으로?

그리디

- 교환 논법 Exchange Argument
- 최소가 되는 배치 B 에서, 어떤 인접한 두 원소 B_i 와 B_j 가 $i < j$ 이고 $B_i \geq B_j$ 를 만족한다고 가정
- 필요한 시간은 $2B_i + B_j$
- 순서를 바꾸면 $B_i + 2B_j \leq 2B_i + B_j$
- 앞쪽이 작도록 정렬하는 게 절대 손해가 되지 않음: 반드시 최적해 중 하나!

그리디

- 시작 시각이 S_i , 종료 시각이 E_i 인 회의 N 개가 하나의 회의실을 사용하려고 할 때, 진행 가능한 회의의 최대 수
- 길이 N 의 문자열이 $(, ,)$, $?$ 로 이루어져 있을 때, $?$ 를 모두 적당히 바꿔서 괄호 짝이 모두 맞도록 하기
- N 종류의 동전이 있을 때 M 원을 거슬러 주기 위한 동전 수의 최소값

과제

- [29615 알파빌과 베타빌](#)
- [29767 점수를 최대로](#)
- [28353 고양이 카페](#)

재귀

- 자기 자신을 참조하는 것
- 크기 M 의 문제를 풀어서 크기 $N > M$ 의 문제를 풀 수 있는 경우
- 주로 그리디로 풀기 어려운 문제를 해결
- $n! = n \times (n - 1)!$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

재귀

- 원판이 N 개인 하노이 탑을 옮기는 방법
- $N - 1$ 개인 탑을 옮긴다
- 원판을 옮긴다
- $N - 1$ 개인 탑을 다시 옮긴다

재귀

- 함수의 동작 과정 대신 의미 혹은 반환값만을 생각해야 헛갈리지 않음

```
1: function HANOI( $N$ , from, to, mid)
2:   if  $N = 0$  then
3:     return
4:   HANOI( $N$ , from, mid, to)
5:   print from  $\rightarrow$  to
6:   HANOI( $N$ , mid, to, from)
```

- $\mathcal{O}(2^N)$

과제

- [1074 Z](#)

다이나믹 프로그래밍

- 문제를 재귀 형식으로 풀 때, 같은 인자를 주어 여러 번 실행하는 경우

$$f(n) = f(n - 1) + f(n - 2)$$

$$f(2) = 1$$

$$f(1) = 1$$

- $f(6)$ 을 구하기 위한 $f(1)$ 의 실행 횟수는?
- 배열에 함숫값을 저장해 두자!

다이나믹 프로그래밍

- $\mathcal{O}(n)$

```
1: function FIBONACCI( $n$ , cache)
2:   if cache not contains  $n$  then
3:     cache[ $n$ ]  $\leftarrow$  FIBONACCI( $n - 1$ , cache) + FIBONACCI( $n - 2$ , cache)
4:   return cache[ $n$ ]
```

```
1: function FIBONACCI( $n$ )
2:   cache[1]  $\leftarrow$  1
3:   cache[2]  $\leftarrow$  1
4:   for  $i$  from 3 upto  $n$  do
5:     cache[ $i$ ]  $\leftarrow$  cache[ $i - 1$ ] + cache[ $i - 2$ ]
6:   return cache[ $n$ ]
```

과제

- [14916 거스름돈](#)
- [9656 돌 게임 2](#)
- [9095 1, 2, 3 더하기](#)