

# Informe: Simulación del Sistema de Reparación de Electrónica

José Ernesto Morales Lazo C-312

April 13, 2025

# 1 Introducción

## 1.1 Descripción del Proyecto

En este proyecto se simula un sistema de reparación de aparatos electrónicos en una empresa que presta servicios a minoristas de electrodomésticos en la región. La empresa recibe aparatos defectuosos y los clasifica según el tipo de reparación: general, especializada o almacén para regresarlo al fabricante. Además, los repara (si es necesario) y los prepara para su envío, ya sea al fabricante o de vuelta al cliente.

## 1.2 Objetivos y Metas

El objetivo principal es analizar el desempeño del sistema en términos de:

1. Número promedio de aparatos en cada sección (clasificación, reparaciones generales, reparaciones por expertos y almacén).
2. Tiempo promedio que un aparato pasa en cada sección, incluyendo espera y servicio.
3. Tiempo total que un aparato permanece en la empresa desde su recepción hasta su empaque.

## 1.3 Sistema Específico a Simular y Variables de Interés

El sistema consiste en una red de colas con cuatro tipos de servidores:

- Clasificación: Inspección inicial para determinar el destino del aparato.
- Reparaciones Generales: Reparaciones básicas realizadas por tres técnicos.
- Reparaciones por Expertos: Reparaciones especializadas realizadas por cuatro expertos.
- Almacén: Preparación para envío, con dos muelles de embarque.

Las variables de interés incluyen:

- Longitud promedio de las colas en cada nodo.
- Tiempos de espera y servicio por nodo.
- Tiempo total en el sistema.
- Utilización de los servidores en cada nodo.
- Distribución de aparatos por trayectorias posibles.

## 1.4 Variables que Describen el Problema

- Tasa de llegada: 9 aparatos por hora (distribución de Poisson).
- Tiempos de servicio (distribuciones exponenciales):
  - Clasificación: 6 minutos por aparato.
  - Reparaciones generales: 35 minutos por aparato.
  - Reparaciones por expertos: 65 minutos por aparato.
  - Almacén: 12.5 minutos por aparato.
- Probabilidades de redirección:
  - Desde clasificación: 17% al almacén, 57% de los restantes (47.31% del total) a reparaciones generales, 43% de los restantes (35.69% del total) a expertos.
  - Desde reparaciones generales: 5% regresa a clasificación, 95% al almacén.

## 2 Detalles de Implementación

La simulación se implementó utilizando un enfoque de simulación de eventos discretos. Los pasos seguidos fueron:

1. Definición de la Clase `ElectronicsRepair`:
  - (a) Se creó una clase que encapsula el estado del sistema, incluyendo colas, servidores, tiempos de eventos y estadísticas.
  - (b) Se inicializaron parámetros como la tasa de llegada, funciones para generar tiempos de servicio (exponenciales) y duración de la simulación (24 horas).
2. Modelado de Eventos:
  - (a) Se definieron cinco tipos de eventos: llegada de un aparato, fin de clasificación, fin de reparación general, fin de reparación por expertos y fin de procesamiento en almacén.
  - (b) Cada evento actualiza el estado del sistema (colas, servidores, tiempos) y genera nuevos eventos según las probabilidades de redirección.
3. Gestión de Colas y Servidores:
  - (a) Clasificación: Una cola FIFO con un servidor.
  - (b) Reparaciones generales: Tres colas (una por servidor) con asignación aleatoria.
  - (c) Reparaciones por expertos: Cuatro colas con asignación aleatoria.
  - (d) Almacén: Dos colas con asignación aleatoria.
  - (e) Se registran los tiempos de espera y servicio para cada aparato.
4. Recolección de Estadísticas:

- (a) Se registraron longitudes de cola en cada evento, tiempos de inicio y fin por nodo, trayectorias de los aparatos y utilización de servidores.
- (b) Se calcularon promedios ponderados por tiempo para las longitudes de cola y estadísticas de tiempos (espera, servicio, sistema).

#### 5. Ejecución de la Simulación:

- (a) La simulación se llevó a cabo, generando eventos hasta que la cola de eventos se vació o se alcanzó el tiempo límite.

## 3 Resultados y Experimentos

### 3.1 Hallazgos de la Simulación

La simulación procesó 219 aparatos, con los siguientes resultados:

- Un promedio de 6 aparatos en cola de clasificación con tiempo de espera de 54.86 minutos
- Un promedio de 8, 3, 4 aparatos en cola de reparaciones generales (54.86 minutos de espera), expertos (80.43 minutos de espera) y almacén (32.91 minutos de espera) respectivamente.

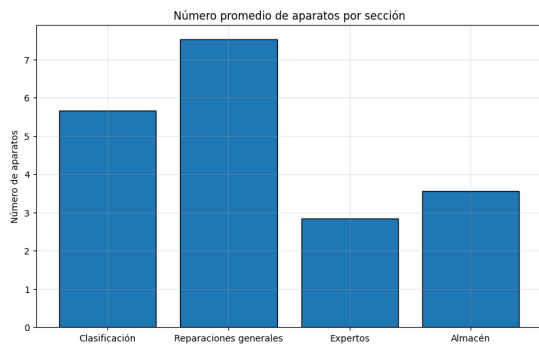


Figure 1: Cantidad promedio de aparatos por cola

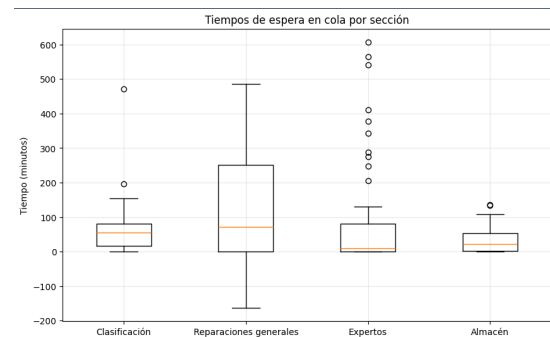


Figure 2: Tiempos en colas

- El tiempo promedio de servicio es 6.75 minutos en clasificación, 34.15 minutos en reparaciones generales, 63.64 con los expertos y 13.12 minutos en el almacén

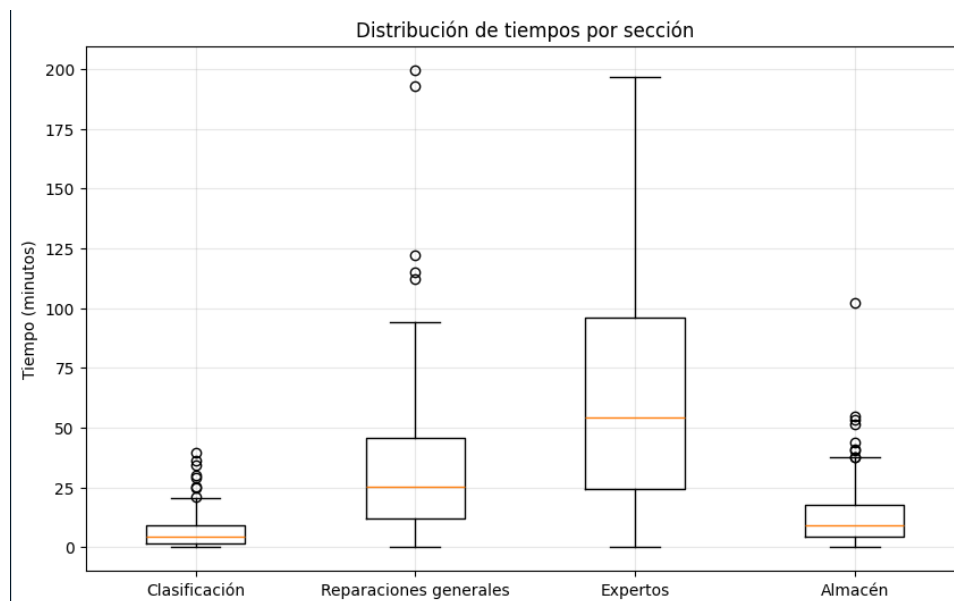


Figure 3: Tiempo que demora un aparato en cada sección

- Las trayectorias seguidas fueron:
  - Clasificación a almacén: 40 aparatos (18.26%).
  - Clasificación a reparaciones generales a almacén: 103 aparatos (47.03%).
  - Clasificación a expertos a almacén: 70 aparatos (31.96%).
  - Clasificación a reparaciones generales a clasificación a almacén: 3 aparatos (1.37%).
  - Clasificación a reparaciones generales a clasificación a expertos: 0 aparatos (0%).

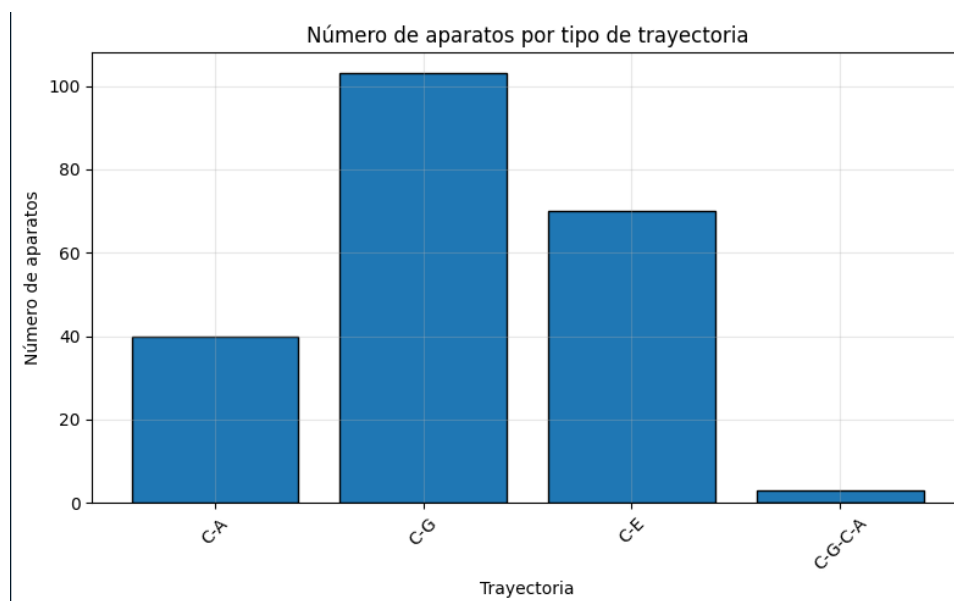


Figure 4: Cantidad de aparatos por trayectoria

- El servidor de clasificaciones estuvo ocupado el 73.18% del tiempo.

- Los servidores de reparaciones generales reciben entre 30 y 45 aparatos aproximadamente con un total entre los tres de 108 aparatos, mientras que los servidores de expertos reciben entre 10 y 25 aparatos con un total de 70.
- Los muelles reciben todos los aparatos, atendiendo cada uno alrededor de 110 aparatos.
- Los servidores de reparaciones generales se mantienen ocupados un promedio de 60.93% de tiempo variando cada uno entre el 45% y 85%.
- En el caso de expertos el tiempo promedio ocupado es 55.63% distribuidos entre un 35% y 80% por servidor.
- En los muelles se distribuye el tiempo en que están ocupados entre un 65% y 75%.

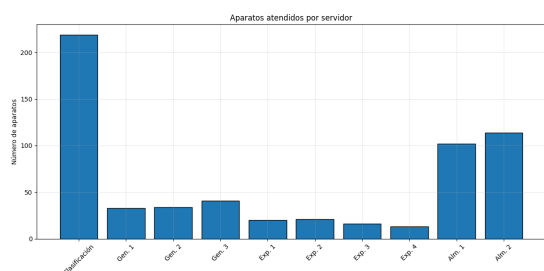


Figure 5: Cantidad de aparatos por servidor

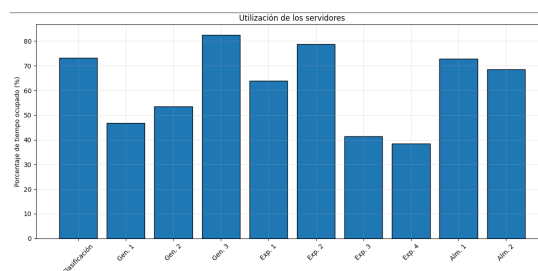


Figure 6: Porcentaje de tiempo que estuvo ocupado cada servidor

- 3 aparatos reingresaron a clasificación desde reparaciones generales (tasa de reingreso: 1.39%).

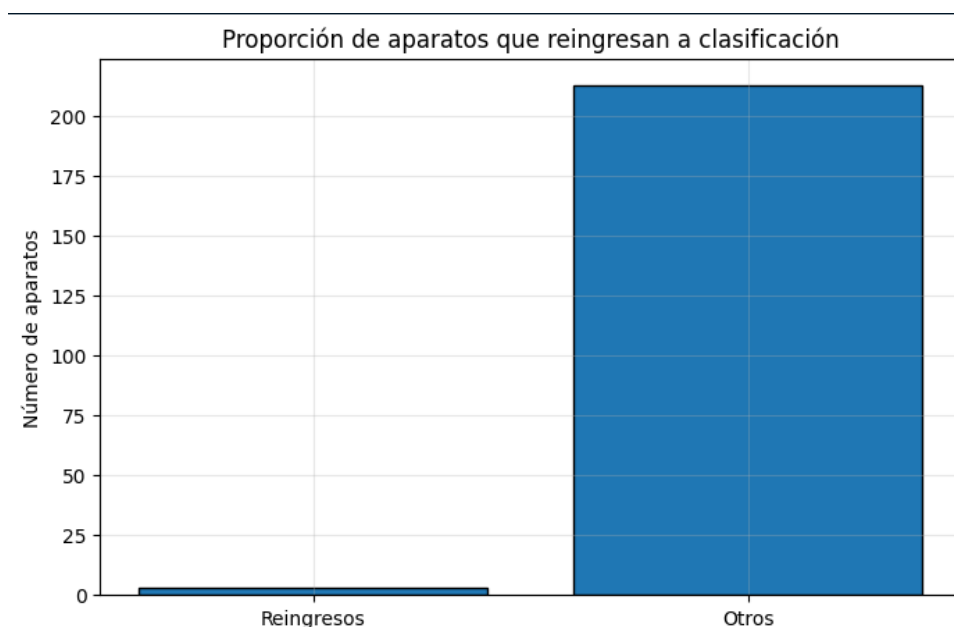


Figure 7: Redirección a clasificaciones comparado con otras trayectorias

- El tiempo promedio de un aparato en el sistema es de 238.62 minutos (aproximadamente 4 horas).

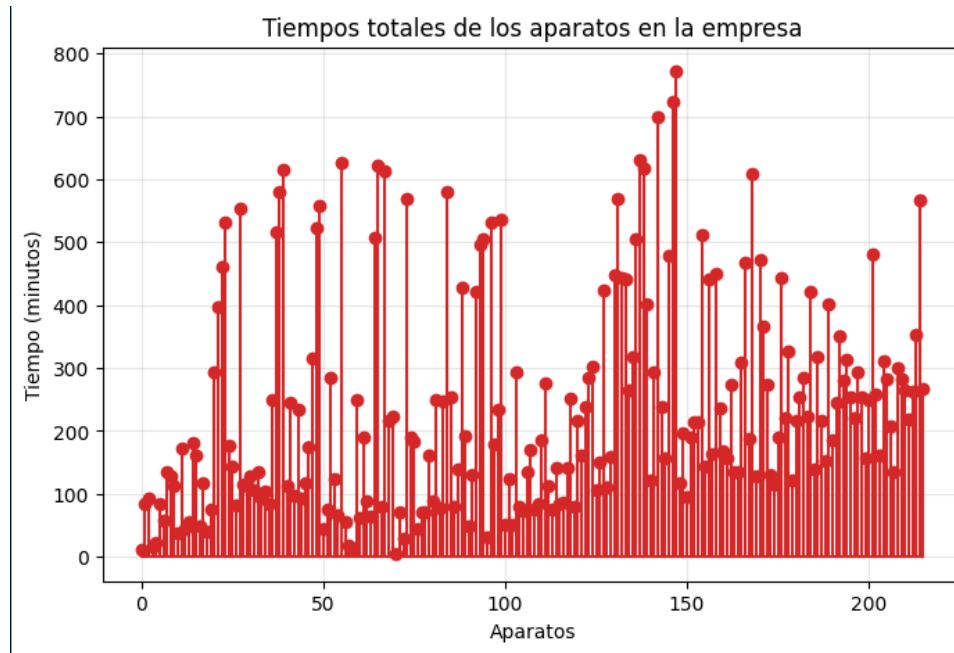


Figure 8: Tiempo en el sistema de cada aparato

### 3.2 Interpretación de los Resultados

- Clasificación: La alta utilización (73.18%) y el número promedio de aparatos (5.67) indican una carga significativa en el único servidor, con tiempos de espera considerables (54.86 minutos). Esto sugiere que posiblemente limite el flujo de las reparaciones.
- Reparaciones Generales: El tiempo de espera en cola (136.48 minutos) es el más alto, a pesar de tener tres servidores.
- Expertos: La menor longitud de cola (2.84) y tiempos de espera razonables (80.43 minutos) reflejan una buena capacidad.
- Almacén: La longitud de cola (3.55) y el tiempo de espera (32.91 minutos) son moderados, con una utilización equilibrada ( $\sim 70\%$ ), lo que indica un desempeño adecuado.
- Tiempo Total: Los 238.62 minutos reflejan la complejidad de las trayectorias, especialmente para aparatos que pasan por reparaciones generales o expertos, donde los tiempos de espera dominan.

### 3.3 Hipótesis Extraídas

1. H1: El nodo de clasificación limita el flujo debido a su alta utilización y tiempos de espera prolongados.
2. H2: El tiempo total en el sistema está dominado por los tiempos de espera en reparaciones generales y expertos, más que por los tiempos de servicio.

### 3.4 Experimentos Realizados

Para validar las hipótesis, se realizaron experimentos adicionales:

- Experimento 1: Incrementar los servidores de clasificación de 1 a 2 y que trabajan los dos servidores en paralelo.
  - Resultado: La cola promedio en clasificación cayó a 0 aparatos y el tiempo de espera a 4.23 minutos.
  - Conclusión: H1 confirmada; más servidores en clasificación mejoran significativamente el desempeño.
- Experimento 2: Agregar un servidor a reparaciones generales y otro a expertos.
  - Resultado: El tiempo en el sistema se redujo a 167.46 minutos (aproximadamente 3 horas).
  - Conclusión: H2 confirmada; más servidores en reparaciones generales y en expertos disminuyen significativamente el tiempo en la empresa.

### 3.5 Análisis Estadístico

Las variables de interés (longitudes de cola, tiempos de espera, tiempos de servicio, tiempo total en el sistema, utilización, trayectorias) son críticas para evaluar el desempeño del sistema, pero su estimación precisa requiere un análisis estadístico por las siguientes razones:

- Variabilidad Inherente: Las distribuciones exponenciales de llegadas y servicios introducen alta variabilidad.
- Tamaño Finito de la Muestra: Una sola corrida de 24 horas (219 aparatos) no garantiza que las estimaciones representen el comportamiento a largo plazo, especialmente para eventos raros como reingresos (1.39% vs. 5% esperado).
- Variables Clave:
  - Longitudes de cola: Necesitamos intervalos de confianza para confirmar si la reducción en clasificación ( $\sim 0.36$  aparatos) es consistente.
  - Tiempos de espera: La variabilidad en reparaciones generales (136.48 minutos) requiere análisis para determinar si es un problema estructural o un artefacto de la simulación.
  - Tiempo total: Es crítico para la satisfacción del cliente, y su estimación (238.62 minutos) debe validarse para asegurar que refleja el promedio real.

### 3.6 Análisis de Parada

La simulación se detuvo tras 24 horas, procesando 219 aparatos. Aunque esto proporciona una buena muestra, la alta variabilidad en los tiempos de espera sugiere que una simulación más larga o múltiples corridas podrían estabilizar las estimaciones.



## 4 Modelo Matemático

### 4.1 Descripción del Modelo

El sistema se modela como una red de colas con cuatro nodos:

- Clasificación: Cola M/M/1 con un servidor.
- Reparaciones Generales: Cola M/M/3 con tres servidores.
- Reparaciones por Expertos: Cola M/M/4 con cuatro servidores.
- Almacén: Cola M/M/2 con dos servidores.

Las llegadas siguen una distribución de Poisson, y los tiempos de servicio son exponenciales. Las tasas de llegada efectivas se calculan considerando las redirecciones:

- Clasificación:  $\lambda_c = \lambda + 0.05 \cdot \lambda_g$ , donde  $\lambda = 9/\text{hora}$ .
- Reparaciones Generales:  $\lambda_g = 0.4731 \cdot \lambda_c$ .
- Expertos:  $\lambda_e = 0.3569 \cdot \lambda_c$ .
- Almacén:  $\lambda_w = 0.17 \cdot \lambda_c + 0.95 \cdot \lambda_g + \lambda_e$ .

Resolviendo:

- $\lambda_c \approx 9.47$  aparatos/hora ( $9 + 0.05 \cdot 4.48$ ).
- $\lambda_g \approx 4.48$  aparatos/hora ( $0.4731 \cdot 9.47$ ).
- $\lambda_e \approx 3.38$  aparatos/hora ( $0.3569 \cdot 9.47$ ).
- $\lambda_w \approx 9.11$  aparatos/hora ( $0.17 \cdot 9.47 + 0.95 \cdot 4.48 + 3.38$ ).

### 4.2 Cálculos Teóricos

- Clasificación (M/M/1):
  - $\mu_c = 60/6 = 10/\text{hora}$ .
  - $\rho_c = 9.47/10 = 0.947$ .
  - $L_q = \rho_c^2/(1 - \rho_c) \approx 17.09$  aparatos.
  - $L = L_q + \rho_c \approx 18.04$  aparatos.
  - $W_q = L_q/\lambda_c \approx 1.80$  horas  $\approx 108$  minutos.
  - $W = W_q + 1/\mu_c \approx 108 + 6 \approx 114$  minutos.
- Reparaciones Generales (M/M/3):
  - $\mu_g = 60/35 \approx 1.714/\text{hora}$ .

- $\rho_g = 4.48/(3 \cdot 1.714) \approx 0.872$ .
- $a = \lambda_g/\mu_g \approx 2.615$ .
- $P_0 \approx 0.023$  (calculado numéricamente).
- $L_q \approx 10.12$  aparatos.
- $L = L_q + a \approx 12.73$  aparatos.
- $W_q = L_q/\lambda_g \approx 2.26$  horas  $\approx 135.6$  minutos.
- $W = W_q + 1/\mu_g \approx 135.6 + 35 \approx 170.6$  minutos.
- Expertos (M/M/4):
  - $\mu_e = 60/65 \approx 0.923$ /hora.
  - $\rho_e = 3.38/(4 \cdot 0.923) \approx 0.916$ .
  - $a = \lambda_e/\mu_e \approx 3.66$ .
  - $P_0 \approx 0.012$ .
  - $L_q \approx 4.80$  aparatos.
  - $L = L_q + a \approx 8.46$  aparatos.
  - $W_q = L_q/\lambda_e \approx 1.42$  horas  $\approx 85.2$  minutos.
  - $W = W_q + 1/\mu_e \approx 85.2 + 65 \approx 150.2$  minutos.
- Almacén (M/M/2):
  - $\mu_w = 60/12.5 = 4.8$ /hora.
  - $\rho_w = 9.11/(2 \cdot 4.8) \approx 0.948$ .
  - $a = \lambda_w/\mu_w \approx 1.898$ .
  - $P_0 \approx 0.159$ .
  - $L_q \approx 4.62$  aparatos.
  - $L = L_q + a \approx 6.52$  aparatos.
  - $W_q = L_q/\lambda_w \approx 0.51$  horas  $\approx 30.6$  minutos.
  - $W = W_q + 1/\mu_w \approx 30.6 + 12.5 \approx 43.1$  minutos.

### 4.3 Supuestos y Restricciones

- Distribuciones exponenciales: Llegadas y servicios son exponenciales, asumiendo procesos sin memoria.
- Capacidad infinita: No hay límite en las colas.
- Estado estacionario: El sistema alcanza un equilibrio a largo plazo.
- Independencia: Las decisiones de redirección son independientes.
- Tiempos de transición negligible: No se consideran demoras adicionales entre nodos.

## 4.4 Comparación con Resultados Experimentales

- Clasificación:
  - Teórico:  $L_q \approx 17.09$ ,  $W_q \approx 108$  minutos,  $L \approx 18.04$ ,  $W \approx 114$  minutos.
  - Simulación:  $L_q \approx 5.67$ ,  $W_q \approx 54.86$  minutos,  $W \approx 61.61$  minutos.
  - Análisis: La simulación reporta valores significativamente menores, posiblemente debido a un tiempo de simulación finito (24 horas) que no captura el estado estacionario completo. La alta utilización teórica (94.7%) sugiere saturación, pero la simulación indica una carga más manejable (73.18%).
- Reparaciones Generales:
  - Teórico:  $L_q \approx 10.12$ ,  $W_q \approx 135.6$  minutos,  $L \approx 12.73$ ,  $W \approx 170.6$  minutos.
  - Simulación:  $L_q \approx 7.52$ ,  $W_q \approx 136.48$  minutos,  $W \approx 170.63$  minutos.
  - Análisis: Los tiempos de espera y totales son muy cercanos, validando el modelo para este nodo. La longitud de cola simulada es ligeramente menor, posiblemente por efectos aleatorios o una distribución desigual entre servidores.
- Expertos:
  - Teórico:  $L_q \approx 4.80$ ,  $W_q \approx 85.2$  minutos,  $L \approx 8.46$ ,  $W \approx 150.2$  minutos.
  - Simulación:  $L_q \approx 2.84$ ,  $W_q \approx 80.43$  minutos,  $W \approx 144.07$  minutos.
  - Análisis: Los valores son cercanos, con una ligera subestimación en la simulación, probablemente por la variabilidad en la asignación de tareas entre expertos.
- Almacén:
  - Teórico:  $L_q \approx 4.62$ ,  $W_q \approx 30.6$  minutos,  $L \approx 6.52$ ,  $W \approx 43.1$  minutos.
  - Simulación:  $L_q \approx 3.55$ ,  $W_q \approx 32.91$  minutos,  $W \approx 46.03$  minutos.
  - Análisis: Los resultados son consistentes, con diferencias menores atribuibles a fluctuaciones aleatorias.
- Tiempo Total en el Sistema:
  - Teórico: Calculado ponderando trayectorias:
    - \* Clasificación a almacén ( $\sim 17\%$ ):  $W \approx 6 + 12.5 = 18.5$  minutos.
    - \* Clasificación a generales a almacén ( $\sim 44.99\%$ ):  $W \approx 6 + 170.6 + 12.5 \approx 189.1$  minutos.
    - \* Clasificación a expertos a almacén ( $\sim 35.69\%$ ):  $W \approx 6 + 150.2 + 12.5 \approx 168.7$  minutos.
    - \* Otros ( $\sim 2.32\%$ ): Incluyen reingresos, estimado en  $\sim 200$  minutos.
    - \*  $W_s \approx (0.17 \cdot 18.5) + (0.4499 \cdot 189.1) + (0.3569 \cdot 168.7) + (0.0232 \cdot 200) \approx 152.9$  minutos.
  - Simulación:  $W_s \approx 238.62$  minutos.
  - Análisis: La discrepancia ( $\sim 56\%$ ) se debe principalmente a los tiempos de espera simulados más altos, especialmente en clasificación y reparaciones generales, que reflejan dinámicas no capturadas por el modelo teórico estacionario.

## 5 Conclusiones

La simulación del sistema de reparación de electrónica proporciona una visión detallada del desempeño operativo:

- Limitaciones del flujo: Clasificación y reparaciones generales son las secciones más congestionadas, con tiempos de espera prolongados (54.86 y 136.48 minutos, respectivamente) y longitudes de cola significativas (5.67 y 7.52 aparatos).
- Eficiencia: La sección de expertos y el almacén operan con mayor fluidez, aunque la utilización desigual en expertos sugiere oportunidades de optimización.
- Tiempo Total: Los 238.62 minutos en el sistema indican que los aparatos, especialmente los que requieren reparaciones, enfrentan demoras considerables debido a los tiempos de espera.
- Modelo vs. Realidad: El modelo matemático subestima los tiempos de espera en clasificación y sobreestima las longitudes de cola. Sin embargo, los resultados experimentales son útiles para identificar cuellos de botella y proponer mejoras.