令和 6 年度 卒業論文
マルコフ連鎖を用いたなくしもの位置推定

品川風丸
Chiba Institute of Technology

2025 年 x 月 x 日

謝辞

目次

第 1 章

序論

1.1 研究背景

スマートタグとは貴重品などに取り付け, 紛失した際に捜索を補助するデバイスである. 補助の方法はタグが音を鳴らす方法と付近のスマートフォンと無線通信する方法が一般的である. 近年こうした製品が普及しており, なくしものの対策に需要があることを示唆している. しかし特性上タグの取り付けが困難な物もある. 例えば入れ歯は口内で使用するために衛生や防水, 日常生活の邪魔になるなどの理由で取り付けが難しい.

1.2 関連研究

タグを必要としないなくしもの対策として, 草野らが提案する家庭内での移動マニピュレータによるベイズ推定と自然言語処理を用いた物品捜索手法 [草野 22] がある. この手法ではまず捜索範囲をいくつかのエリアに区切る. そして各エリアごとに過去そのエリアを捜索し捜索対象を発見した回数 α, 発見できなかった回数 β を用い, 捜索対象の存在確率を $\alpha/(\alpha+\beta)$ と定義し, 存在確率が最大のエリアを捜索する. また存在確率が最大のエリアが複数ある場合は移動マニピュレータが位置するエリアからの距離, ならびに自然言語処理によるエリア内の家具の名前と捜索対象の名前の類似度も考慮する.

図 1.1　捜索対象の存在確率を表したヒートマップ

この手法は捜索する主体が移動マニピュレータであることを前提としている．しかし現在, そうしたロボットはスマートタグの代替としては高価であり利用できる環境は限定される．

また, 人がなくしものを捜索する際に捜索対象の所有者（以下, 単に所有者という）がよく使う場所を重点的に捜索する等, 所有者の行動を手がかりにする．一方この手法の場合, なくしものは発生頻度が高くないため α が同じエリアが複数ある状況が長く続くことが想定される．こうした状況ではエリア間の距離と単語の類似度を重視することになるが, これらは所有者の行動を反映していない．

1.3　研究目的

なくしものの捜索をなくしものがある場所を予測する部分と予測した場所に移動し周辺を見回すという部分に分解して考える．草野らの手法は双方が密接に結びついているために移動マニピュレータが必要となる．そこで本研究は移動等の部分は扱わず, なくしものの位置を推定する手法を提案する．位置推定にあたり所有者の行動を反映するため, なくしものが発生するまでの過程を確率論を用いてモデル化する．また提案手法の有効性を確認する準備として, なくしものの位置を推定するソフトウェアと推定に用いるパラメータの機械学習のためのシステムの開発も行う．

第 2 章

提案手法

2.1 概要

経験則としてなくしものは手に持っていたものを置いて次の動作に移るとき, 置いたことを忘れることで発生する. 例えば郵便受けから新聞紙をとろうと手に持っていたスマートフォンを床に置いたらそのまま忘れた, といった状況がありうる. この経験則を次のようにモデル化する.

- 人はマルコフ連鎖に従い行動する.
- マルコフ連鎖の各状態は寝る, 食べる, 新聞を取るといった動作に対応する.
- なくしものは異なる動作に遷移するときに確率的に発生する.

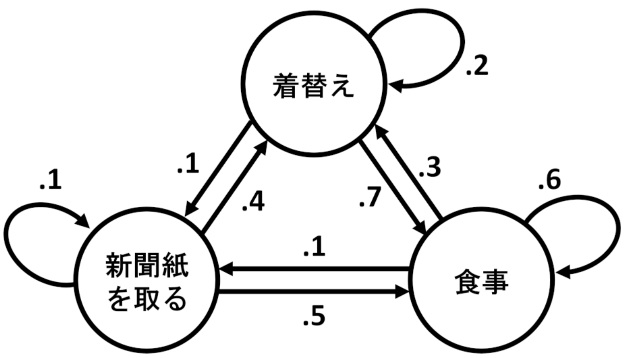

図 2.1 動作を状態とするマルコフ連鎖のイメージ

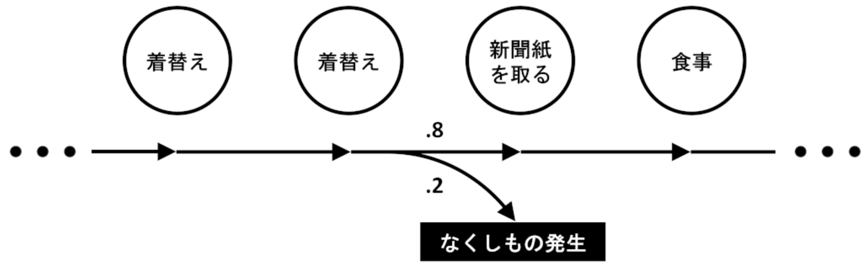

図 2.2　なくしもの発生のイメージ

このモデルの下では遷移を繰り返すことでいつかはなくしものが発生する．そのため動作ごとになくしものが発生したときに遷移先がその動作である確率を計算できる．この確率をなくしもの発生確率と呼ぶ.

動作ごとに利用者がいる位置の傾向を表す分布を用意なくしもの発生確率を重みとして利用者位置分布を加算和をなくしものの位置の分布とする

利用者位置分布とマルコフ連鎖を通じてなくしものが発生していない状況下での利用者の行動を反映

2.2　定式化

捜索範囲を $X \subseteq \mathbb{R}^d$ $(d = 2, 3)$ とおく．マルコフ連鎖の状態数すなわち動作の数を n, 各動作を m_i $(i = 1, 2, \cdots, n)$, $t \in \{0, 1, 2, \cdots\}$ 回目の遷移の後の動作を M_t とおく．ただし M_0 は初期動作とする．m_i から m_j に遷移する確率 $\mathrm{P}(M_t = m_j | M_{t-1} = m_i)$ を a_{ij}, 初期動作が m_i である確率 $\mathrm{P}(M_0 = m_i)$ を s_i とおく．ただしマルコフ連鎖はエルゴード的であると仮定する．[舟木 04] また R_t $(t = 1, 2, 3, \cdots)$ を 0 または 1 をとる確率変数とする．$\mathrm{P}(R_t = 0 | M_t = m_j, M_{t-1} = m_i)$ を m_i から m_j への遷移失敗確率と呼ぶ．この確率は $i = j$ のとき 0, $i \neq j$ のとき M_j にのみ依存した 0 より真に大きい値をとると仮定しその値を θ_j とおく．

$$\mathrm{P}(R_t = 0 | M_t = m_j, M_{t-1} = m_i) = \begin{cases} 0 & \text{if } i = j \\ \theta_j & \text{if } i \neq j \end{cases} \tag{2.1}$$

はじめて $R_t = 0$ となるときになくしものが発生するとし, そのような t を τ とおく．すなわち τ は任意の $t' \in \{1, 2, 3, \cdots, t-1\}$ に対し $R_{t'} = 0$ かつ $R_t = 1$ を満たす t である．$\mathrm{P}(\tau < \infty, M_\tau = m_i)$ を p_i とおき m_i におけるなくしもの発生確率と呼ぶ．各記号の補足として図 (2.3) , (2.4) , (2.5) を載せる．

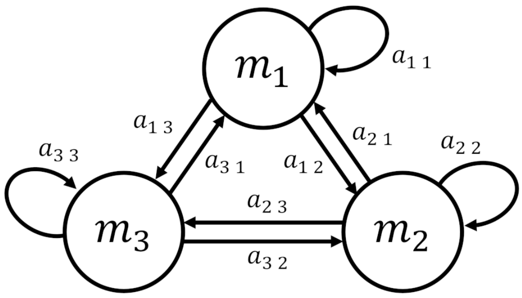

図 2.3　遷移確率 a_{ij}

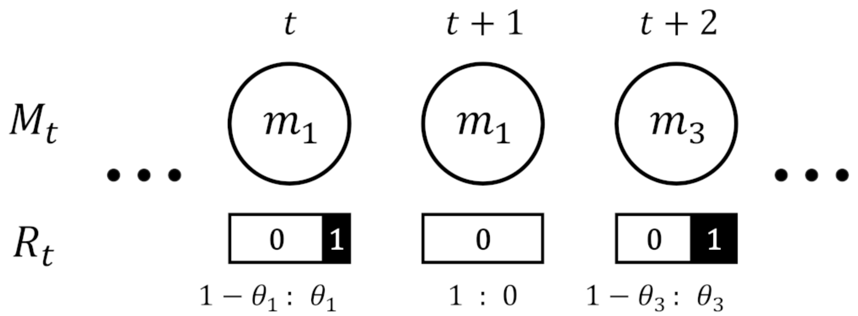

図 2.4　遷移失敗確率, R_t が 1 となる確率は前の動作が同じ場合 0, 異なる場合 θ_i

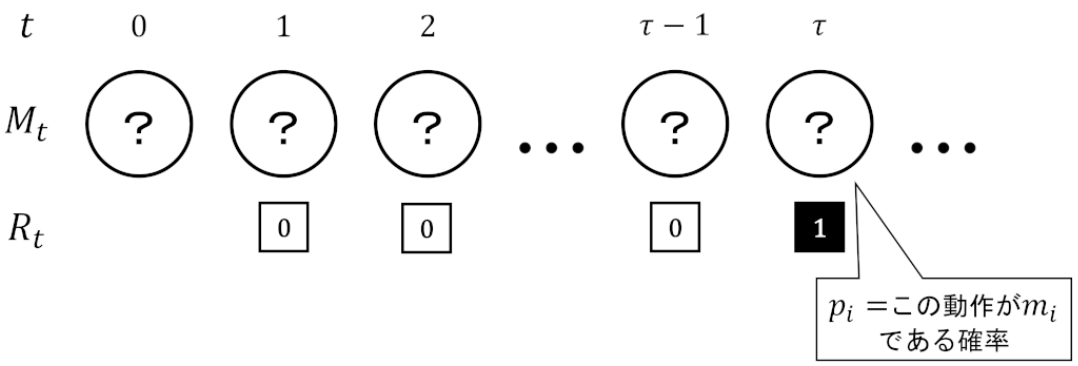

図 2.5　なくしもの発生確率 p_i

なくしもの発生確率 p_i は下式で求まる.

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{L}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K})^{-1}\boldsymbol{s} \tag{2.2}$$

ただし

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{p} &= (p_1, p_2, \cdots, p_n)^{\mathrm{T}} \\
\boldsymbol{L} &= \begin{pmatrix} 0 & \theta_1 a_{21} & \cdots & \theta_1 a_{n1} \\ \theta_2 a_{12} & 0 & \cdots & \theta_2 a_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_n a_{1n} & \theta_n a_{2n} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \\
\boldsymbol{I} &= n \text{ 行 } n \text{ 列の単位行列} \\
\boldsymbol{K} &= \begin{pmatrix} a_{11} & (1-\theta_1) a_{21} & \cdots & (1-\theta_1) a_{n1} \\ (1-\theta_2) a_{12} & a_{22} & \cdots & (1-\theta_2) a_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (1-\theta_n) a_{1n} & (1-\theta_n) a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \\
\boldsymbol{s} &= (s_1, s_2, \cdots, s_n)^{\mathrm{T}}
\end{aligned}
$$

とおいた．導出は A.1 節にある．

動作 m_i に対応する利用者の位置分布を $b_i : X \to [0, \infty)$ とし $\int_X b_i = 1$ を満たすとする．利用者位置分布をなくしもの発生確率で重み付けした和 $\sum_i p_i b_i$ を h とおき, なくしもの位置分布と呼ぶ.

2.3 学習

s_i, a_{ij}, b_i について, これらはマルコフ連鎖と位置分布の組み合わせであり連続型 HMM（Hidden Markov Model）に類似していることに注目する．HMM のパラメータ学習アルゴリズムに Baum-Welch アルゴリズムがある．[石井 14] b_i が多変量ガウス分布であるという制約の下, 利用者の位置を監視し Baum-Welch アルゴリズムを適用することで s_i, a_{ij}, b_i を同時に学習する.

θ_i の学習にはベイズ推論を用いる．なくしものの発見場所を $\boldsymbol{x}_{\mathrm{found}}$，$\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n)^{\mathrm{T}}$ の事前分布の密度関数を f とおく．$\boldsymbol{\theta}$ の分布の更新にあたり尤度としてなくしもの位置分布 h を用いる．すなわち事後分布の密度関数 $f(\boldsymbol{\theta}|x_{\mathrm{found}})$ を下式で定める.

$$f(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{x}_{\mathrm{found}}) \propto h(\boldsymbol{x}_{\mathrm{found}}, \boldsymbol{\theta}) f(\boldsymbol{\theta}) \tag{2.3}$$

ただし h を $\boldsymbol{x} \in X$ と $\boldsymbol{\theta}$ の関数とみなしている.

2.4 推定

$$E_{\boldsymbol{\theta}}[h] = \int_0^1 \int_0^1 \cdots \int_0^1 h f(\theta) \mathrm{d}\theta_1 \mathrm{d}\theta_2 \cdots \mathrm{d}\theta_n \tag{2.4}$$

を推定結果とする.

第 3 章

結論

得られた知見を定量的に述べましょう．予稿等では箇条書きにしたほうがよいのですが，卒論の場合はどうせ長くなるので箇条書きは不要です．

付録 A

提案手法の補足

A.1　式 (2.2) の導出

$p_{ti} = \mathrm{P}(\tau = t, M_t = m_i)$ とおけば

$$p_i = \sum_{t=1}^{\infty} p_{ti} \tag{A.1}$$

である．

p_{ti} を求めるにあたって，まず $q_{ti} = \mathrm{P}(\tau > t\ , M_t = m_i)$ の一般項を求める．q_{ti} は次の漸化式を満たす．

$$\begin{aligned}
q_{t+1i} &= \sum_{k=1}^{n} \mathrm{P}(\tau > t+1, M_{t+1} = m_i, M_t = m_k) && \text{(A.2)}\\
&= \sum_{k=1}^{n} \mathrm{P}(\tau \neq t+1, M_{t+1} = m_i, M_t = m_k | \tau > t)\mathrm{P}(\tau > t) && \text{(A.3)}\\
&= \sum_{k=1}^{n} \mathrm{P}(R_{t+1} = 1, M_{t+1} = m_i, M_t = m_k)\mathrm{P}(\tau > t) && \text{(A.4)}\\
&= \sum_{k=1}^{n} \begin{pmatrix} \mathrm{P}(R_{t+1} = 1 | M_{t+1} = m_i, M_t = m_k) \\ \times\mathrm{P}(M_{t+1} = m_i, M_t = m_k)\mathrm{P}(\tau > t) \end{pmatrix} && \text{(A.5)}\\
&= \sum_{k=1}^{n} \begin{pmatrix} \mathrm{P}(R_{t+1} = 1 | M_{t+1} = m_i, M_t = m_k) \\ \times\mathrm{P}(M_{t+1} = m_i, M_t = m_k)\mathrm{P}(\tau > t) \end{pmatrix} && \text{(A.6)}\\
&= \sum_{k=1}^{n} \begin{pmatrix} \mathrm{P}(R_{t+1} = 1 | M_{t+1} = m_i, M_t = m_k) \\ \times\mathrm{P}(M_{t+1} = m_i | M_t = m_k)\mathrm{P}(M_t = m_k)\mathrm{P}(\tau > t) \end{pmatrix} && \text{(A.7)}\\
&= \sum_{k=1}^{n} \begin{pmatrix} \mathrm{P}(R_{t+1} = 1 | M_{t+1} = m_i, M_t = m_k) \\ \times\mathrm{P}(M_{t+1} = m_i | M_t = m_k)\mathrm{P}(\tau > t, M_t = m_k) \end{pmatrix} && \text{(A.8)}\\
&= \sum_{k \neq i} (1 - \theta_i) a_{ki} q_{tk} + a_{ii} q_{ti} && \text{(A.9)}
\end{aligned}$$

$\boldsymbol{q}_t = (q_{t1}, q_{t2}, \cdots, q_{tn})^{\mathrm{T}}$ とおいて行列で書けば

$$\boldsymbol{q}_{t+1} = \begin{pmatrix} a_{11} & (1-\theta_1)a_{21} & \cdots & (1-\theta_1)a_{n1} \\ (1-\theta_2)a_{12} & a_{22} & \cdots & (1-\theta_2)a_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (1-\theta_n)a_{1n} & (1-\theta_n)a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \boldsymbol{q}_t \tag{A.10}$$

となる．この係数行列は $\boldsymbol{K}$ なので

$$\boldsymbol{q}_{t+1} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{q}_t \tag{A.11}$$

である．また初項 q_{1i} についても $\mathrm{P}(\tau > 0) = 1$ であることに注意すれば同様にして下式を得る．

$$q_{1i} = \sum_{k=1}^{n} \begin{pmatrix} \mathrm{P}(R_1 = 1 | M_1 = m_i, M_0 = m_k) \\ \times \mathrm{P}(M_1 = m_i | M_0 = m_k)\mathrm{P}(M_0 = m_k) \end{pmatrix} \tag{A.12}$$

$$= \sum_{k \neq i} (1-\theta_i)a_{ki}s_k + a_{ii}s_i \tag{A.13}$$

これを $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, \cdots, s_n)^{\mathrm{T}}$ とおいて行列で書けば

$$\boldsymbol{q}_1 = \boldsymbol{K}\boldsymbol{s} \tag{A.14}$$

である．よって (A.11), (A.14) から $\boldsymbol{q}_t$ の一般項は

$$\boldsymbol{q}_t = \boldsymbol{K}^t \boldsymbol{s} \tag{A.15}$$

となる．

次に p_{ti} の一般項について，q_{ti} の漸化式を求めたのと同様にして下式を得る．

$$p_{t+1i} = \sum_{k=1}^{n} \mathrm{P}(\tau = t+1, M_{t+1} = m_i, M_t = m_k) \tag{A.16}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \begin{pmatrix} \mathrm{P}(R_t = 1 | M_{t+1} = m_i, M_t = m_k) \\ \times \mathrm{P}(M_{t+1} = m_i | M_t = m_k)\mathrm{P}(\tau > t, M_t = m_k) \end{pmatrix} \tag{A.17}$$

$$= \sum_{k \neq i} \theta_i a_{ki} q_{tk} \tag{A.18}$$

これを $\boldsymbol{p}_t = (p_{t1}, p_{t2}, \cdots, p_{tn})^{\mathrm{T}}$ とおいて行列で書けば

$$\boldsymbol{p}_{t+1} = \begin{pmatrix} 0 & \theta_1 a_{21} & \cdots & \theta_1 a_{n1} \\ \theta_2 a_{12} & 0 & \cdots & \theta_2 a_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_n a_{1n} & \theta_n a_{2n} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{q}_t \tag{A.19}$$

となる．この係数行列は $\boldsymbol{L}$ なので (A.15) を代入すれば

$$\boldsymbol{p}_t = \boldsymbol{L}\boldsymbol{K}^{t-1}\boldsymbol{s} \tag{A.20}$$

である.

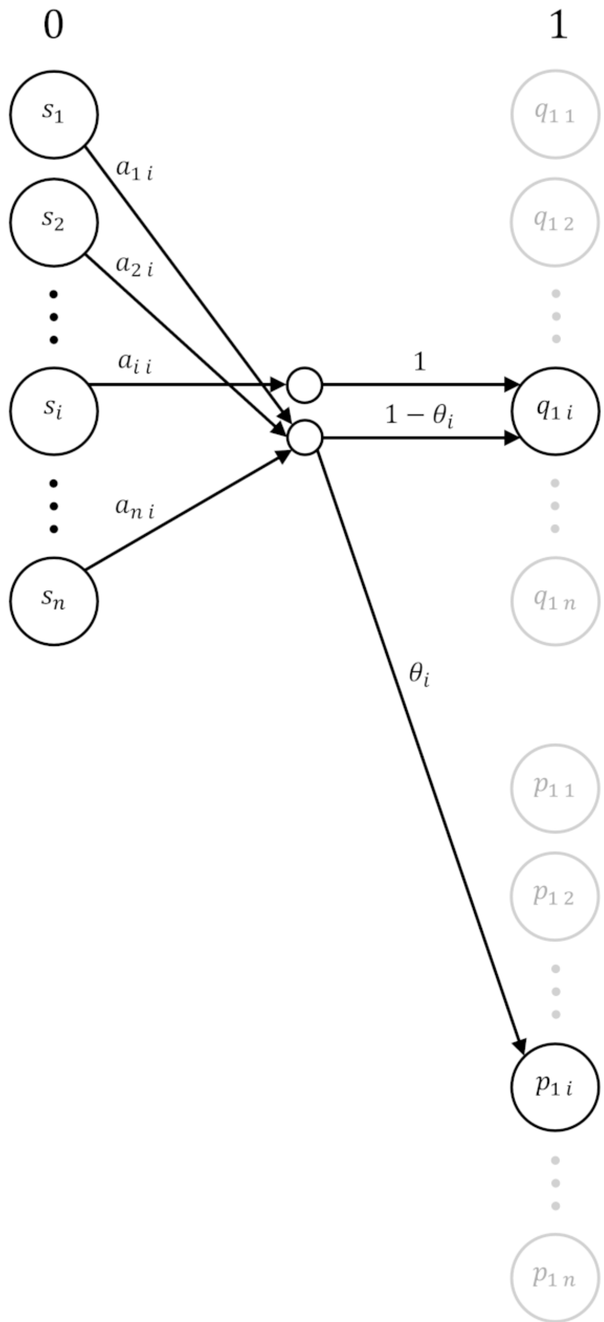

図 A.1　p_{ti} と q_{ti} の初項, 式 (A.13) を表したダイヤグラム

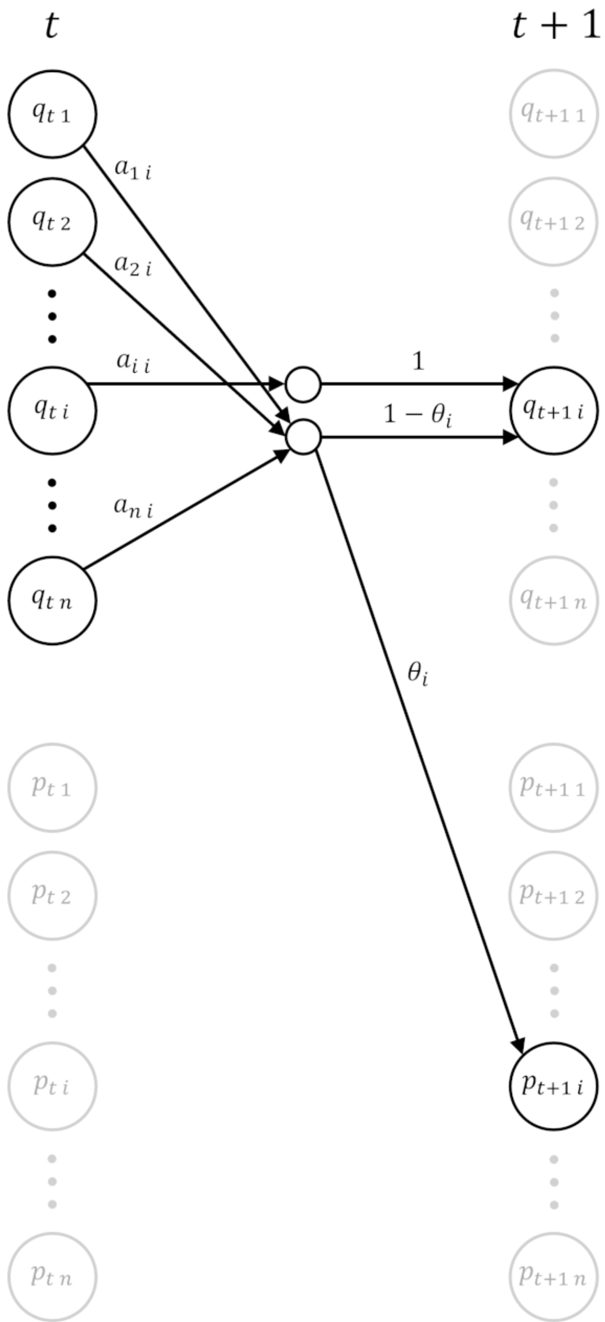

図 A.2　p_{ti} と q_{ti} の漸化式 (A.9) , (A.18) を表したダイヤグラム

次に p_i について, $\boldsymbol{p} = (p_1, p_2, \cdots, p_n)^{\mathrm{T}}$ とおき (A.20) を (A.1) に代入すれば

$$\boldsymbol{p} = \sum_{t=1}^{\infty} \boldsymbol{L}\boldsymbol{K}^{t-1}\boldsymbol{s} \tag{A.21}$$

$$= \boldsymbol{L}\left(\sum_{t=0}^{\infty} \boldsymbol{K}^{t}\right)\boldsymbol{s} \tag{A.22}$$

を得る．

ここで $\sum \boldsymbol{K}^t$ が収束することを示す．ゲルシュゴリンの定理 [齋藤 12] より $\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}$ の任意の固有値 λ はいずれかの i に対し

$$a_{ii} - \sum_{j \neq i}(1-\theta_j)a_{ij} \leq \lambda \leq a_{ii} + \sum_{j \neq i}(1-\theta_j)a_{ij} \tag{A.23}$$

を満たす．右の不等式についてマルコフ連鎖がエルゴード的であることから $a_{ii} < 1$ であり，[舟木 04]$\theta_j > 0$ でもあるので

$$\lambda < a_{ij} + \sum_{j \neq i} a_{ij} = 1 \tag{A.24}$$

となる．同様に左の不等式についても

$$\lambda > -1 \tag{A.25}$$

となる．よって $\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}$ の固有値はいずれも絶対値が 1 未満である．すると $\boldsymbol{K}$ と $\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}$ の固有値は等しいので $\boldsymbol{K}$ の固有値も絶対値が 1 未満となる．よって行列等比級数の公式が使えて [齋藤 66]

$$\sum_{t=0}^{\infty} \boldsymbol{K}^t = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K})^{-1} \tag{A.26}$$

となる．ただし $\boldsymbol{I}$ は n 行 n 列の単位行列である．

(A.26) を (A.22) に代入すれば (2.2) を得る．

A.2　τ が有限である確率

下式が成り立つ．

$$\mathrm{P}(\tau < \infty) = 1 \tag{A.27}$$

これを示す．$R_t = 0$ という事象を F_t とおけば，$\tau < \infty$ という事象は $\bigcup_{t=1}^{\infty} F_t$ である．この事象について下の包含関係が成り立つ．

$$\bigcup_{t=1}^{\infty} F_t \supseteq \bigcap_{t'=1}^{\infty} \bigcup_{t=t'}^{\infty} F_t \tag{A.28}$$

上式右辺の確率が 1 であることを示す．ボレル・カンテリの第二法則 [佐藤 94] より $\{F_t\}_{t=1,2,\dots}$ の独立性と $\sum_t \mathrm{P}(F_t)$ が発散することを示せばよい．そのためにまず $\mathrm{P}(F_t)$ を求める．$\mathrm{P}(F_t, M_t = m_i)$ を r_{ti} とおくと定義より下式が成り立つ．

$$\mathrm{P}(F_t) = \sum_{i=1}^{n} r_{ti} \tag{A.29}$$

また r_{ti} は下のようになる．

$$\begin{aligned} r_{ti} &= \sum_{j=1}^{n} \mathrm{P}(R_t = 0, M_t = m_i, M_{t-1} = m_j) && \text{(A.30)} \\ &= \sum_{j=1}^{n} \begin{pmatrix} \mathrm{P}(R_t = 0 | M_t = m_i, M_{t-1} = m_j) \\ \times \mathrm{P}(M_t = m_i | M_{t-1} = m_j) \mathrm{P}(M_{t-1} = m_j) \end{pmatrix} && \text{(A.31)} \\ &= \sum_{j \neq i} \theta_j a_{ji} \mathrm{P}(M_{t-1} = m_j) && \text{(A.32)} \end{aligned}$$

これを $\boldsymbol{r}_t = (r_{t1}, r_{t2}, \cdots, r_{tn})^{\mathrm{T}}$ とおいて行列で書けば

$$\boldsymbol{r}_t = \begin{pmatrix} 0 & \theta_1 a_{21} & \cdots & \theta_1 a_{n1} \\ \theta_2 a_{12} & 0 & \cdots & \theta_2 a_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_n a_{1n} & \theta_n a_{2n} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{P}(M_{t-1} = m_1) \\ \mathrm{P}(M_{t-1} = m_2) \\ \vdots \\ \mathrm{P}(M_{t-1} = m_n) \end{pmatrix} \tag{A.33}$$

となる．右辺の係数行列は $\boldsymbol{L}$ であり，ベクトルは i 番目の要素が t 回目の遷移の後動作 m_i である確率なので $\boldsymbol{A}^{t-1}\boldsymbol{s}$ である．[舟木 04] よって $\boldsymbol{r}_t$ は下のように書ける．

$$\boldsymbol{r}_t = \boldsymbol{L}\boldsymbol{A}^{t-1}\boldsymbol{s} \tag{A.34}$$

(A.29) と (A.34) から $\mathrm{P}(F_t)$ が求まった．

$$\mathrm{P}(F_t) = \boldsymbol{L}\boldsymbol{A}^{t-1}\boldsymbol{s} \text{ の全要素の和} \tag{A.35}$$

次に $\{F_t\}_{t=1,2,\cdots}$ の独立性について，任意の異なる $t_1, t_2 \in \{1, 2, 3, \cdots\}$ に対し

$$\begin{aligned} \mathrm{P}(F_{t_1} \cap F_{t_2}) &= \mathrm{P}(F_{t_1}) \sum_{i=1}^{n} \mathrm{P}(F_{t_2}, M_{t_2} = m_i | F_{t_1}) && \text{(A.36)} \\ &= \mathrm{P}(F_{t_1}) \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \begin{pmatrix} \mathrm{P}(F_{t_2} | F_{t_1}, M_{t_2} = m_i, M_{t_2-1} = m_j) \\ \times \mathrm{P}(M_{t_2} = m_i | F_{t_1}, M_{t_2-1} = m_j) \\ \times \mathrm{P}(M_{t_2-1} = m_j | F_{t_1}) \end{pmatrix} && \text{(A.37)} \\ &= \mathrm{P}(F_{t_1}) \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \begin{pmatrix} \mathrm{P}(F_{t_2} | M_{t_2} = m_i, M_{t_2-1} = m_j) \\ \times \mathrm{P}(M_{t_2} = m_i | M_{t_2-1} = m_j) \\ \times \mathrm{P}(M_{t_2-1} = m_j) \end{pmatrix} && \text{(A.38)} \\ &= \mathrm{P}(F_{t_1}) \sum_{i=1}^{n} r_{t_2 i} && \text{(A.39)} \\ &= \mathrm{P}(F_{t_1}) \mathrm{P}(F_{t_2}) && \text{(A.40)} \end{aligned}$$

である．ただし (A.38) は F_t が M_t と M_{t-1} の組み合わせにのみ依存することと遷移のマルコフ性から，(A.39) は (A.31) からわかる．よって $\{F_t\}_{t=1,2,\cdots}$ は独立である．

次に $\sum_t \mathrm{P}(F_t)$ が発散することを示す．$\boldsymbol{A}^t\boldsymbol{s}$ はマルコフ連鎖のエルゴード性より $t \to \infty$ で 0 でないベクトルに収束する．[舟木 04] また $\boldsymbol{L}$ はエルゴード性と遷移失敗確率 θ_i が真に 0 より大きいことより各列に真に 0 より大きい成分をもつ．よって (A.34) から $\boldsymbol{r}_t$ は 0 でないベクトルに収束し，(A.35) から $\mathrm{P}(F_t)$ も真に 0 より大きい値に収束する．

$$\lim_{t \to \infty} \mathrm{P}(F_t) \gneq 0 \tag{A.41}$$

そのため $\sum_t \mathrm{P}(F_t)$ は無限大に発散する.

$$\sum_{t=1}^{\infty} \mathrm{P}(F_t) = \infty \tag{A.42}$$

　ここまでで下式が示された.

$$\mathrm{P}\left(\bigcap_{t'=1}^{\infty} \bigcup_{t=t'}^{\infty} F_t\right) = 1 \tag{A.43}$$

この式と (A.28) より

$$\mathrm{P}\left(\bigcup_{t=1}^{\infty} F_t\right) \geq \mathrm{P}\left(\bigcap_{t'=1}^{\infty} \bigcup_{t=t'}^{\infty} F_t\right) \tag{A.44}$$

$$= 1 \tag{A.45}$$

なので下式が成り立つ.

$$\mathrm{P}\left(\bigcup_{t=1}^{\infty} F_t\right) = 1 \tag{A.46}$$

以上より τ が有限である確率は 1 である.

　またこのことからなくしもの位置分布 h について下式が成り立つ.

$$\int_X h \mathrm{d}x = 1 \tag{A.47}$$

上式は定義 $h = \sum_i p_i b_i$, $\int_X b_i = 1$ と下式よりわかる.

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = \mathrm{P}(\tau < \infty) \tag{A.48}$$

$$= 1 \tag{A.49}$$

参考文献

[佐藤 94] 佐藤坦. はじめての確率論 測度から確率へ. 共立出版株式会社, 1994.

[舟木 04] 舟木直久. 講座＜数学の考え方＞ 20 確率論. 朝倉書店, 2004.

[石井 14] 石井健一郎, 上田修功. 続・わかりやすいパターン認識 教師なし学習入門. オーム社, 2014.

[草野 22] 草野克英, 上田隆一. 移動マニピュレータのためのベイズ推定と自然言語処理を用いた物品捜索手法. ロボティクス・メカトロニクス講演会講演概要集 2022, pp. 1A1–T03, 2022.

[齋藤 66] 齋藤正彦. 基礎数学 1 線形代数入門. 東京大学出版会, 1966.

[齋藤 12] 齋藤宣一. 大学数学の入門 (9) 数値解析学入門. 東京大学出版会, 2012.

索引