

### Задача №3 (из главы №11)

#### Условие задачи

Нелинейный безынерционный элемент имеет ВАХ вида  $i(u) = a_0 + a_1 u + a_4 u^4$ . К элементу приложено напряжение  $u(t) = U_{m1} \cos \omega_1 t + U_{m2} \cos \omega_2 t$ . Найдите амплитуды и частоты всех комбинационных составляющих тока.

#### Решение

Найдем ток в нелинейном безынерционном элементе подставив в выражение  $i(u)$  выражение для  $u(t)$ :

$$\begin{aligned} i(t) &= a_0 + a_1(U_{m1} \cos \omega_1 t + U_{m2} \cos \omega_2 t) + a_4(U_{m1} \cos \omega_1 t + U_{m2} \cos \omega_2 t)^4 = \\ &= a_0 + a_1 U_{m1} \cos \omega_1 t + a_1 U_{m2} \cos \omega_2 t + a_4 [(U_{m1} \cos \omega_1 t)^4 + \\ &+ 4(U_{m1} \cos \omega_1 t)^3 U_{m2} \cos \omega_2 t + 6(U_{m1} \cos \omega_1 t)^2 (U_{m2} \cos \omega_2 t)^2 + \\ &+ 4(U_{m2} \cos \omega_2 t)^3 U_{m1} \cos \omega_1 t + (U_{m2} \cos \omega_2 t)^4] = \\ &= a_0 + a_1 U_{m1} \cos \omega_1 t + a_1 U_{m2} \cos \omega_2 t + a_4 U_{m1}^4 \left( \frac{\cos^4 \omega_1 t + 4 \cos^2 \omega_1 t + 3}{8} \right) + \\ &+ 4a_4 U_{m1}^3 U_{m2} \cos \omega_2 t \left( \frac{3 \cos \omega_1 t - \cos 3 \omega_1 t}{4} \right) + 6a_4 U_{m1}^2 U_{m2}^2 \left( \frac{1 + \cos 2 \omega_1 t}{2} \right) \cdot \\ &\cdot \left( \frac{1 + \cos 2 \omega_2 t}{2} \right) + 4a_4 U_{m1} U_{m2}^3 \cos \omega_1 t \left( \frac{3 \cos \omega_2 t - \cos 3 \omega_2 t}{4} \right) + \\ &+ a_4 U_{m2}^4 \left( \frac{\cos^4 \omega_2 t + 4 \cos^2 \omega_2 t + 3}{8} \right) \end{aligned}$$

Выполнив элементарные тригонометрические преобразования и сгруппировав члены, приходим к следующему спектральному представлению тока в нелинейном безынерционном элементе:

$$\begin{aligned} i(t) &= a_0 + \frac{3a_4(U_{m1}^4 + U_{m2}^4)}{8} + \frac{3a_4 U_{m1}^2 U_{m2}^2}{2} + a_1 U_{m1} \cos \omega_1 t + a_1 U_{m2} \cos \omega_2 t + \\ &+ \left( \frac{a_4 U_{m1}^4}{2} + \frac{3a_4 U_{m1}^2 U_{m2}^2}{2} \right) \cos 2\omega_1 t + \left( \frac{a_4 U_{m2}^4}{2} + \frac{3a_4 U_{m1}^2 U_{m2}^2}{2} \right) \cos 2\omega_2 t + \\ &+ \left( \frac{3a_4 U_{m1}^3 U_{m2}}{2} + \frac{3a_4 U_{m1} U_{m2}^3}{2} \right) \cos(\omega_1 + \omega_2) t + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left( \frac{3a_4 U_{m1}^3 U_{m2}}{2} + \frac{3a_4 U_{m1} U_{m2}^3}{2} \right) \cos(\omega_1 - \omega_2) t + \\
& + \frac{a_4 U_{m1}^4}{8} \cos 4\omega_1 t + \frac{a_4 U_{m2}^4}{8} \cos 4\omega_2 t + \frac{3a_4 U_{m1}^2 U_{m2}^2}{4} \cos(2\omega_1 + 2\omega_2) t + \\
& + \frac{3a_4 U_{m1}^2 U_{m2}^2}{4} \cos(2\omega_1 - 2\omega_2) t - \frac{a_4 U_{m1}^3 U_{m2}}{2} \cos(3\omega_1 + \omega_2) t - \\
& - \frac{a_4 U_{m1}^3 U_{m2}}{2} \cos(3\omega_1 - \omega_2) t - \frac{a_4 U_{m1} U_{m2}^3}{2} \cos(\omega_1 + 3\omega_2) t - \\
& - \frac{a_4 U_{m1} U_{m2}^3}{2} \cos(\omega_1 - 3\omega_2) t
\end{aligned}$$

Таким образом, получаем амплитуды и частоты всех комбинационных составляющих тока, а также амплитуды и частоты второй и четвертой гармоник.