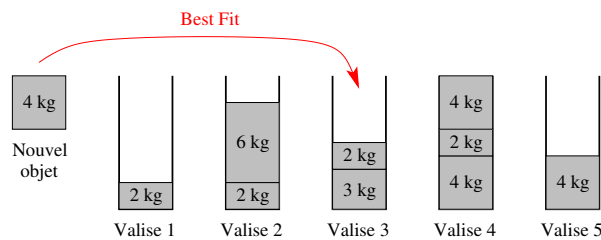


TD n° 3 - Rangement

Exercice 1.*Ilona Mitrecey*

En préparation du stage de fin d'année, vous commencez à remplir vos valises en rangeant les affaires au fur et à mesure où vous les trouvez. Aucune valise ne doit peser plus de 10 kg et vous souhaitez minimiser le nombre de valises utilisées. Il s'agit d'une instance du problème de Bin Packing à la volée (*Online Bin Packing*). Une bonne heuristique, dite *Best Fit*, consiste à choisir pour chaque nouvel objet la valise qui a le moins de place restante et pouvant le contenir sans dépasser 10 kg (ouvrir une nouvelle valise si aucune valise ne convient). Décrire comment implémenter cet algorithme pour avoir une exécution en temps $\mathcal{O}(n \log n)$ où n est le nombre d'objets rangés.

**Exercice 2.***Les daltons*

Soit Σ un alphabet totalement ordonné par une relation $<$. L'ordre *lexicographique* sur Σ^* (ensemble des mots finis sur Σ) est défini par $u <_{lex} v$ si u est un préfixe strict de v ou bien si $u = u_1 \dots u_p \in \Sigma^p$, $v = v_1 \dots v_q \in \Sigma^q$ et il existe un indice k tel que $\forall 1 \leq i \leq k-1, u_i = v_i$ et $u_k < v_k$. Dans ce qui suit, on supposera que $\Sigma = \{1, \dots, m\}$.

1. Est-ce que l'ordre lexicographique est toujours un ordre total sur Σ^* ?
2. Donner un algorithme qui trie, pour l'ordre lexicographique, n mots de même longueur ℓ sur $\Sigma = \{1, \dots, m\}$, en temps $\mathcal{O}((n+m)\ell)$.
3. Donner un algorithme qui trie, pour l'ordre lexicographique, n mots de longueurs respectives ℓ_1, \dots, ℓ_n , en temps $\mathcal{O}(m + \sum_{i=1}^n \ell_i)$.

Exercice 3.*Star Wars*

Soit S_1, \dots, S_n une famille de sous-ensembles de $\{1, \dots, m\}$, on suppose que chaque partie S_i est donnée par une liste qui énumère ses éléments dans un ordre quelconque. Des *ensembles jumeaux* sont tout simplement des ensembles identiques. Présenter un algorithme aussi efficace que possible pour calculer la partition de S_1, \dots, S_n en classes d'ensembles jumeaux. Analyser sa complexité.

Exercice 4.*La Poste*

Décrire une SD stockant des éléments strictement ordonnés, qui permet d'effectuer les opérations FIND-MIN, FIND-MAX en $\mathcal{O}(1)$, et les opérations INSERT, DELETE-MIN, DELETE-MAX en $\mathcal{O}(\log n)$.