Mixed Integer Linear Programming Model for Vehicle Routing Problem for Hazardous Materials Transportation

Lucas Henrique
Samuel Queiroz

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DECOMPUTAÇÃO
INTRODUÇÃO À OTIMIZAÇÃO – BCC 342

Prof.: Gustavo Peixoto Silva

Introdução

Descrição do Problema

- Ataca o Problema de Roteamento de Veículos Heterogêneos
- O “agravante” é carga transportada: materiais perigosos/tóxicos.
- Deve-se levar em conta o risco de acidente em cada rota.
- A frota de veículos considerada é ilimitada.
- Podem existir tipos diferentes de veículos.
- Considera que existe um centro de distribuição único e caminhos entre todos clientes.
- O objetivo é escolher a rota que tenha o menor risco de transporte e que atenda todos os clientes.
- O custo de cada rota pode mudar dependendo do sentido que está sendo viajado (grafo direcionado).

Introdução

Descrição do Problema

- O risco de transporte depende de uma série de fatores:
  - Quantidade de carga transportada
  - Tipo de acidente que pode acontecer
  - Taxa média de acidente com cada tipo de caminhão
  - Quantidade de pessoas expostas ao possível acidente na rota considerada.
- Não leva em conta se a rota é a mais curta (ou mais barata financeiramente), além de não considerar o custo monetário de cada tipo de caminhão (custo fixo). Se baseia somente nos riscos de acidente da rota.
- O artigo apresenta uma função objetivo não linear no termo que calcula a probabilidade de acidente no transporte entre dois clientes.
- Usamos a probabilidade de acidente como entrada e combinamos com os outros parâmetros para gerar a função objetivo.

Formulação do Problema

Parâmetros de Entrada

- $G(N, E)$: grafo direcionado completo onde $N = \{0, 1, \ldots, n\}$ formado por $C = \{1, \ldots, n\}$ clientes e o centro de distribuição (nó 0).
- Cada arco $(i, j) \in E$ é caracterizado pelos parâmetros:
  - al_{ij}: Seu comprimento (cada unidade corresponde a 100m).
  - c_{ij}: Custo por unidade transportada.
  - PD_{ij}: Quantidade de pessoas que podem ser expostas a materiais perigosos como consequência de um acidente nessa rota.
  - P_{ij} Probabilidade de ocorrer um acidente no trecho. (i, j) [a]

[a] Parâmetro adicionado pelo grupo

Formulação do Problema

Parâmetros de entrada

- d_i: demanda de cada cliente $i \in C$ (em centenas de galões de material).
- Para atender as demandas, existem K diferentes tipos de caminhão, cada tipo $k \in K$ com os seguintes parâmetros:
  - Q_k: Capacidade de transporte (em centenas de galões de material).
  - f_k: Um custo fixo.
  - $TTAR_k$ Uma taxa de acidentes (acidentes/numero de viagens já realizadas)
- Constantes:
  - $P_{release}$: Chance de vazamento de material devido a um acidente qualquer.
  - α e β: Normalização de grandezas para a função objetivo.

Formulação do Problema

Variáveis de Decisão

- y_{ij}^{k}: Quantidade de produtos transportados entre os nós (i,j) por um caminhão do tipo k
- x_{ij}^{k}: 1 se um caminhão do tipo k passa pelo arco (i,j), 0 caso contrário.

Formulação do Problema

Função Objetivo

- *minimize* $z = \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} al_{ij} \times TTAR_k \times P_{ij} \times y_{ij}^k + PD_{ij}$

  \- Função que avalia o risco de transporte em cada rota. Para cada unidade transportada entre os clientes i e j com um caminhão do tipo k, é avaliado o risco de acidente de acordo com a distância que será viajada (al_{ij}), a taxa de acidentes do tipo de caminhão usado ($TTAR_k$), a probabilidade de acidentes (P_{ij}), a quantidade de material que é transportada (y_{ij}^k) e quantas pessoas podem ser afetadas no caso de um acidente nessa rota (PD_{ij}).

Formulação do Problema

Restrições

1. $\sum_{k \in K} \sum_{i \in N} x_{ij}^k = 1, \forall j \in N \setminus \{0\}$
   - Garante que cada cliente seja visitado exatamente uma vez.
2. $\sum_{i \in N} x_{ij}^k - \sum_{i \in N} x_{ji}^k = 0, \forall k \in K, \forall j \in C$
   - Conservação de fluxo em cada nó da rede.
3. $\sum_{k \in K} \sum_{i \in N} y_{ij}^k - \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} y_{ji}^k = d_j, \forall j \in C$
   - Satisfação da demanda de cada cliente.
4. $d_j \sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq \sum_{k \in K} y_{ij}^k, \forall i, j \in N, i \neq j$
   - Não deve ser transportado nenhum material na rota (i,j) se não existe nenhum tipo de caminhão operando nesse arco.
5. $y_{ij}^k \leq x_{ij}^k (Q_k - d_i), \forall i, j \in N, i \neq j, \forall k \in K$
   - Garante que o limite de carga de cada tipo de caminhão seja respeitado.

Formulação do Problema

Restrições

6. $y_{ij}^{k} \geq 0, \forall k \in K, \forall (i,j) \in E$
   - Devem ser transportados valores positivos de carga entre os clientes.
7. $x_{ij}^{k} \in \{0,1\}, \forall k \in K, \forall (i,j) \in E$
   - x deve ser binário.

Exemplo

Table: Dados dos tipos de Caminhão

Tipo(k)	Capacidade(Q_k)	Taxa de acidentes ($TTAR_k$)	Custo fixo (f_k)
1	45	0.2	1
2	35	0.3	1

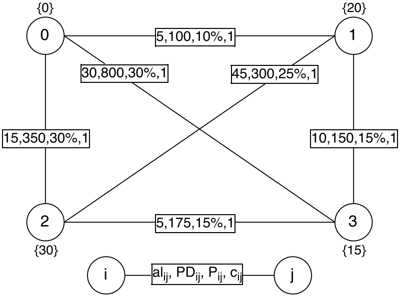

Figure: Grafo que representa os clientes e deposito