

# Heuristic methods for the single-machine scheduling problem with periodical resource constraints

---

Mateus Filipe Moreira Silva - 21.1.4156  
Guilherme Salim Monteiro de Castro Paes - 21.1.4109

ARTIGO **01**

PROBLEMA **02**

EXEMPLO **03**

ÍNDICE E  
PARÂMETROS **04**

# ÍNDICE

**05** VARIÁVEIS

**06** FUNÇÃO

**07** RESTRIÇÕES

# 01

## Artigo

---





---

# Dados do Artigo

Prata, B.A., de Abreu, L.R. & Lima, J.Y.F.  
Heuristic methods for the single-machine  
scheduling problem with periodical resource  
constraints. TOP 29, 524–546 (2021).  
<https://doi.org/10.1007/s11750-020-00574-x>

---



# 02

## Problema Abordado

---

# Problema Abordado

**Versão do problema  
de Programação de  
Máquinas**





# Problema Abordado



## Máquina Única

Uma única máquina para processar as tarefas

## Minimização de Makespan

Fazer todas as tarefas o mais rápido possível.

Respeitando as restrições

## Dados

Cada Tarefa tem uma quantidade de recurso necessário para ser processada.

Cada Período tem uma quantidade de recurso disponível e um tempo máximo.



# 03

## Exemplo

---



## Exemplo - Entradas

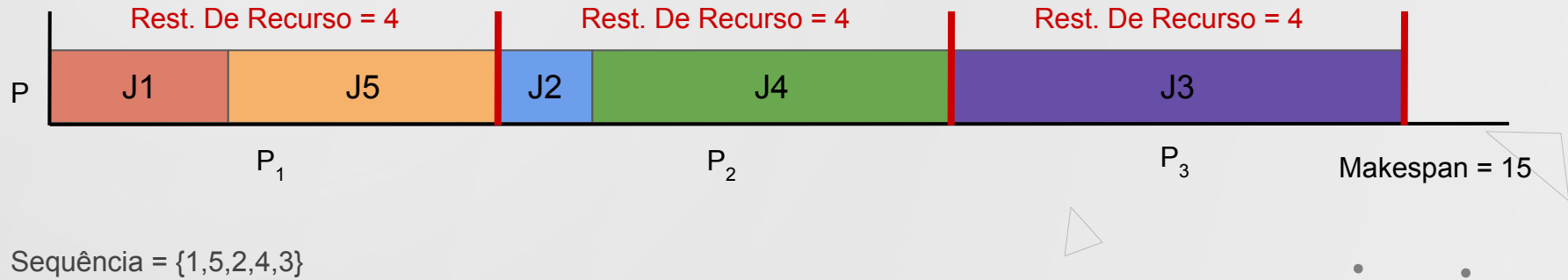
TAREFA	RECURSO NECESSÁRIO	TEMPO DE PROCESSAMENTO
1	3	2
2	3	1
3	4	5
4	1	4
5	1	3

Duração de cada período

→ 5 Unidades

Número Máximo de recurso por período → 4 Unidades

# Exemplo - Solução



# 04

## Índices e Parâmetros

---



# Índices

*i*

Índices para os períodos  
 $\{1, 2, \dots, t\}$

*j*

Índices para as tarefas  
 $\{1, 2, \dots, n\}$

# NÚMERO DE PERÍODOS

## Upper Bound

---

Limite superior para número de períodos necessários

Não é calculado pelo modelo, já é um dado calculado anteriormente.

- $NF_T$

Número de períodos levando em consideração apenas os tempos de processamento

- $NF_R$

Número de períodos considerando apenas o consumo de recursos

$$UB = \max \{ NF_T, NF_R \}$$

# Parâmetros


$$p_j$$

Tempo de  
processamento  
da tarefa

$$r_j$$

Quantidade de  
Recurso  
necessário para  
a tarefa  $j$ .

$$T$$

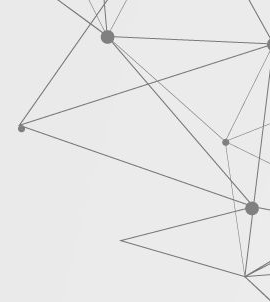
Duração máxima  
do período

$$R$$

Máximo de  
recurso para  
cada período

$$M$$

Número Inteiro  
suficientemente  
Grande





# 05

## VARIÁVEIS DE DECISÃO

# Variáveis de decisão

 $x_{ij}$ 

**1** Se a tarefa  $j$  é processado no período  $i$

**0** Caso Contrário

 $y_i$ 

**1** Se o período  $i$  é usado na solução

**0** Caso Contrário

 $w_i$ 

**1** Se esse é o período com maior tempo ocioso

**0** Caso Contrário

 $z$ 

Computa tempo ocioso no último período





# 06

## FUNÇÃO OBJETIVO

# Função Objetivo

Minimizar  
Makespan

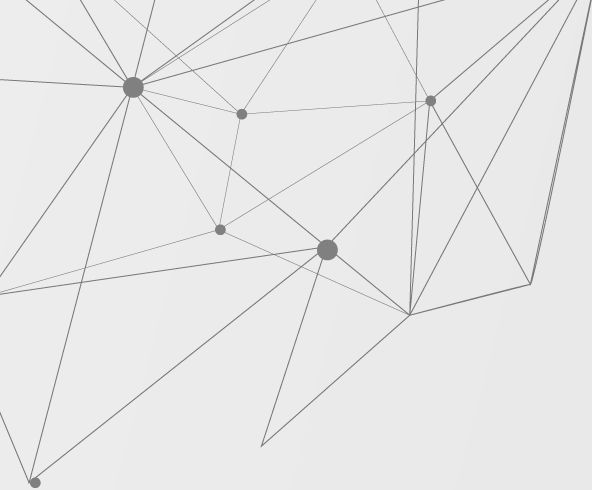
$$\underbrace{T}_{\substack{\text{Duração} \\ \text{do período}}} \cdot \underbrace{\sum_{i=1}^t y_i}_{\substack{\text{Quantidade de} \\ \text{períodos usados na} \\ \text{solução}}} - \underbrace{z}_{\substack{\text{Tempo não utilizado} \\ \text{no último período}}}$$

# 07

## RESTRIÇÕES

---





## Restrição 1

$$\sum_{i=1}^t x_{ij} = 1, \quad \forall j$$

Garante que um trabalho seja processado apenas no período  $i$



## Restrição 2

$$\sum_{j=1}^n p_j x_{ij} \leq T, \quad \forall i$$

Impõe a restrição de tempo de cada período

Para todo período a soma das tarefas vezes sua respectiva duração deve ser menor ou igual à duração máxima do período.



### Restrição 3

$$\sum_{j=1}^n r_j x_{ij} \leq R, \quad \forall i$$

Determina que as tarefas produzidos em um determinado período de produção não exceda o recurso disponível do período.



## Restrição 4

$$x_{ij} \leq y_i \quad \forall i, j$$

Determina que os trabalhos sejam produzidos apenas nos períodos selecionados.



## Restrição 5

$$\sum_{i=1}^t w_i = 1$$

Afirma que apenas um determinado período fornece a folga máxima





## Restrição 6

$$w_i \leq y_i \quad \forall i$$

Afirma que, se um período não for utilizado, ele não fornece a folga máxima

## Restrição 7

Apenas um período vai  
ser diferente de  
 $z \leq M$

$$z \leq M(1 - w_i)$$

Período com maior tempo  
ocioso  
Existe apenas 1  
O resto não está na solução  
ou não é o Período com  
maior tempo ocioso

+

$$Ty_i - \sum_{j=1}^n p_j x_{ij}, \quad \forall i$$

Tempo fixo  
Caso o período seja  
usado na solução

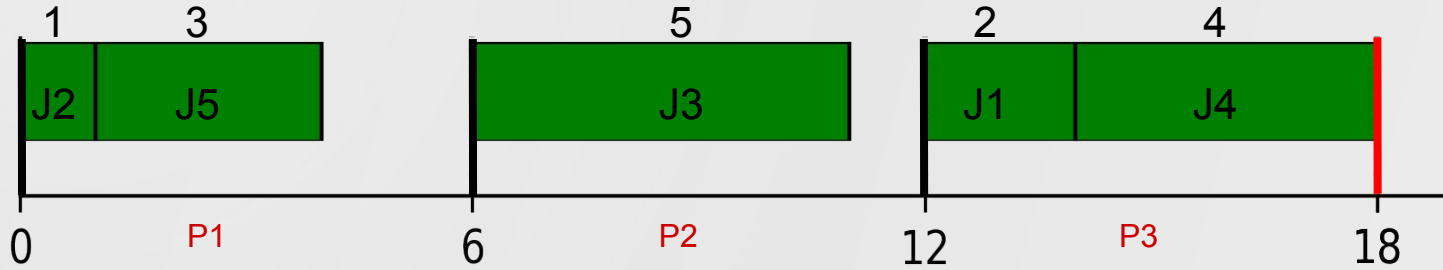
Calcula o tempo ocioso  
nesse período

Calcula o tempo gasto  
pelas tarefas desse  
determinado período  $i$

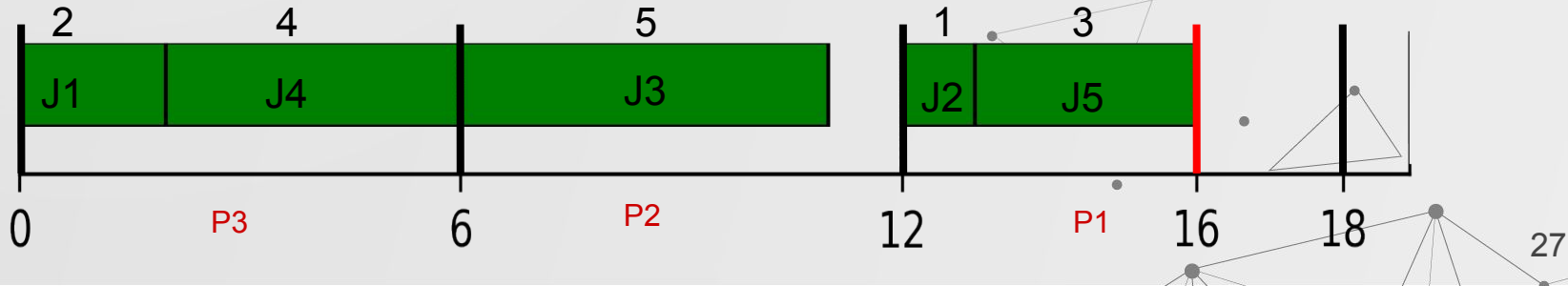
Se  $y_i$  for 0 esse somatório  
também será 0

# Pós-Processamento Necessário

Sequência das tarefas na saída original do modelo



Sequência de tarefas após ordenar os períodos do menor tempo ocioso para o maior



# Domínio das Variáveis

$$y_i \geq 0 \quad \forall i$$

O Fato da restrição 5  
garantir que a soma dos  
 $W_i$  seja 1 e  $W_i$  ser binário.

Ocasiona no relaxamento  
do domínio de  $y_i$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \quad \left| \quad w_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \quad \right| \quad z \geq 0.$$



# OBRIGADO

Perguntas?

CREDITS: This presentation template was created by **Slidesgo**, including icons by **Flaticon**, and infographics & images by **Freepik**.

Please keep this slide for attribution.