

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа

Часть 1

Вариант 80

Студент группы Р3112:

Файзиев Фаридун Равшанович

Преподаватель:

Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург, 2022 г

Функция $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ принимает значение 1 при $|x_2x_3 - x_4x_5x_1| = 0, 1, 3$ и неопределенное значение при $|x_2x_3 - x_4x_5x_1| = 2$

Таблица истинности

№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_2x_3	$x_4x_5x_1$	x_2x_3	$x_4x_5x_1$	f
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	2	0	2	d
2	0	0	0	1	0	0	4	0	4	0
3	0	0	0	1	1	0	6	0	6	0
4	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
5	0	0	1	0	1	1	2	1	2	1
6	0	0	1	1	0	1	4	1	4	1
7	0	0	1	1	1	1	6	1	6	0
8	0	1	0	0	0	2	0	2	0	d
9	0	1	0	0	1	2	2	2	2	1
10	0	1	0	1	0	2	4	2	4	d
11	0	1	0	1	1	2	6	2	6	0
12	0	1	1	0	0	3	0	3	0	1
13	0	1	1	0	1	3	2	3	2	1
14	0	1	1	1	0	3	4	3	4	1
15	0	1	1	1	1	3	6	3	6	1
16	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
17	1	0	0	0	1	0	3	0	3	1
18	1	0	0	1	0	0	5	0	5	0
19	1	0	0	1	1	0	7	0	7	0
20	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1
21	1	0	1	0	1	1	3	1	3	d
22	1	0	1	1	0	1	5	1	5	0
23	1	0	1	1	1	1	7	1	7	0
24	1	1	0	0	0	2	1	2	1	1
25	1	1	0	0	1	2	3	2	3	1
26	1	1	0	1	0	2	5	2	5	1
27	1	1	0	1	1	2	7	2	7	0
28	1	1	1	0	0	3	1	3	1	d
29	1	1	1	0	1	3	3	3	3	1
30	1	1	1	1	0	3	5	3	5	d
31	1	1	1	1	1	3	7	3	7	0

Аналитический вид

Каноническая ДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 x_5 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 x_5 \vee x_1 x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee x_1 x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee x_1 x_2 x_3 \overline{x_4} x_5$$

Каноническая КНФ:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \\ (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \\ (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})$$

Минимизация булевой функции методом Квайна–Мак-Класки

Кубы различной размерности и простые импликанты

$K^0(f)$			$K^1(f)$			$K^2(f)$		
m_0	00000	✓	m_0-m_1	0000X	✓	$m_0-m_1-m_4-m_5$	00X0X	✓
m_4	00100	✓	m_0-m_4	00X00	✓	$m_0-m_1-m_8-m_9$	0X00X	✓
m_{16}	10000	✓	m_0-m_8	0X000	✓	$m_0-m_4-m_8-m_{12}$	0XX00	✓
m_1	00001	✓	m_0-m_{16}	X0000	✓	$m_0-m_1-m_{16}-m_{17}$	X000X	✓
m_8	01000	✓	m_4-m_5	0010X	✓	$m_0-m_4-m_{16}-m_{20}$	X0X00	✓
m_5	00101	✓	m_4-m_6	001X0	✓	$m_0-m_8-m_{16}-m_{24}$	XX000	✓
m_6	00110	✓	m_1-m_5	00X01	✓	$m_8-m_9-m_{12}-m_{13}$	01X0X	✓
m_9	01001	✓	m_8-m_9	0100X	✓	$m_8-m_{10}-m_{12}-m_{14}$	01XX0	✓
m_{12}	01100	✓	m_8-m_{10}	010X0	✓	$m_4-m_5-m_{12}-m_{13}$	0X10X	✓
m_{17}	10001	✓	m_8-m_{12}	01X00	✓	$m_4-m_6-m_{12}-m_{14}$	0X1X0	✓
m_{20}	10100	✓	m_1-m_9	0X001	✓	$m_1-m_5-m_9-m_{13}$	0XX01	✓
m_{24}	11000	✓	m_4-m_{12}	0X100	✓	$m_{16}-m_{17}-m_{20}-m_{21}$	10X0X	✓
m_{10}	01010	✓	$m_{16}-m_{17}$	1000X	✓	$m_{16}-m_{17}-m_{24}-m_{25}$	1X00X	✓
m_{13}	01101	✓	$m_{16}-m_{20}$	10X00	✓	$m_{16}-m_{20}-m_{24}-m_{28}$	1XX00	✓
m_{14}	01110	✓	$m_{16}-m_{24}$	1X000	✓	$m_4-m_5-m_{20}-m_{21}$	X010X	✓
m_{25}	11001	✓	m_1-m_{17}	X0001	✓	$m_1-m_5-m_{17}-m_{21}$	X0X01	✓
m_{26}	11010	✓	m_4-m_{20}	X0100	✓	$m_8-m_9-m_{24}-m_{25}$	X100X	✓
m_{21}	10101	✓	m_8-m_{24}	X1000	✓	$m_8-m_{10}-m_{24}-m_{26}$	X10X0	✓
m_{28}	11100	✓	$m_{12}-m_{13}$	0110X	✓	$m_8-m_{12}-m_{24}-m_{28}$	X1X00	✓
m_{15}	01111	✓	$m_{12}-m_{14}$	011X0	✓	$m_1-m_9-m_{17}-m_{25}$	XX001	✓
m_{29}	11101	✓	m_9-m_{13}	01X01	✓	$m_4-m_{12}-m_{20}-m_{28}$	XX100	✓
m_{30}	11110	✓	$m_{10}-m_{14}$	01X10	✓	$m_{12}-m_{13}-m_{14}-m_{15}$	011XX	✓
			m_5-m_{13}	0X101	✓	$m_{24}-m_{25}-m_{28}-m_{29}$	11X0X	✓
			m_6-m_{14}	0X110	✓	$m_{24}-m_{26}-m_{28}-m_{30}$	11XX0	✓
			$m_{20}-m_{21}$	1010X	✓	$m_{20}-m_{21}-m_{28}-m_{29}$	1X10X	✓
			$m_{17}-m_{21}$	10X01	✓	$m_{17}-m_{21}-m_{25}-m_{29}$	1XX01	✓
			$m_{24}-m_{25}$	1100X	✓	$m_{12}-m_{13}-m_{28}-m_{29}$	X110X	✓
			$m_{24}-m_{26}$	110X0	✓	$m_{12}-m_{14}-m_{28}-m_{30}$	X11X0	✓
			$m_{24}-m_{28}$	11X00	✓	$m_9-m_{13}-m_{25}-m_{29}$	X1X01	✓
			$m_{17}-m_{25}$	1X001	✓	$m_{10}-m_{14}-m_{26}-m_{30}$	X1X10	✓
			$m_{20}-m_{28}$	1X100	✓	$m_5-m_{13}-m_{21}-m_{29}$	XX101	✓
			m_5-m_{21}	X0101	✓			
			m_9-m_{25}	X1001	✓			
			$m_{10}-m_{26}$	X1010	✓			
			$m_{12}-m_{28}$	X1100	✓			
			$m_{14}-m_{15}$	0111X	✓			
			$m_{13}-m_{15}$	011X1	✓			
			$m_{28}-m_{29}$	1110X	✓			
			$m_{28}-m_{30}$	111X0	✓			
			$m_{25}-m_{29}$	11X01	✓			
			$m_{26}-m_{30}$	11X10	✓			
			$m_{21}-m_{29}$	1X101	✓			
			$m_{13}-m_{29}$	X1101	✓			
			$m_{14}-m_{30}$	X1110	✓			
$K^3(f)$								
$m_0-m_1-m_4-m_5-m_8-m_9-m_{12}-m_{13}$	0XX0X	✓						
$m_0-m_1-m_4-m_5-m_{16}-m_{17}-m_{20}-m_{21}$	X0X0X	✓						
$m_0-m_1-m_8-m_9-m_{16}-m_{17}-m_{24}-m_{25}$	XX00X	✓						
$m_0-m_4-m_8-m_{12}-m_{16}-m_{20}-m_{24}-m_{28}$	XXX00	✓						
$m_{16}-m_{17}-m_{20}-m_{21}-m_{24}-m_{25}-m_{28}-m_{29}$	1XX0X	✓						
$m_8-m_9-m_{12}-m_{13}-m_{24}-m_{25}-m_{28}-m_{29}$	X1X0X	✓						
$m_8-m_{10}-m_{12}-m_{14}-m_{24}-m_{26}-m_{28}-m_{30}$	X1XX0	✓						
$m_4-m_5-m_{12}-m_{13}-m_{20}-m_{21}-m_{28}-m_{29}$	XX10X	✓						
$m_1-m_5-m_9-m_{13}-m_{17}-m_{21}-m_{25}-m_{29}$	XXX01	✓						

$K^4(f)$		$Z(f)$
$m_0-m_1-m_4-m_5-m_8-m_9-m_{12}-m_{13}-m_{16}-m_{17}-m_{20}-m_{21}-m_{24}-m_{25}-m_{28}-m_{29}$	XXX0X	0X1X0 011XX X1XX0 XXX0X

Таблица импликант

Вычеркнем строки, соответствующие существенным импликантам (это те, которые покрывают вершины, не покрытые другими импликантами), а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Затем вычеркнем импликанты, не покрывающие ни одной вершины.

Простые импликанты		0-кубы															
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
		0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
		0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1
		0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
		0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
		0	4	5	6	9	12	13	14	15	16	17	20	24	25	26	29
	0X1X0		X		X		X		X								
	011XX						X	X	X	X							
	X1XX0						X		X					X		X	
	XXX0X	X	X	X		X	X	X			X	X	X	X	X		X

Ядро покрытия:

$$T = \left\{ \begin{array}{l} XXX0X \\ 0X1X0 \\ X1XX0 \\ 011XX \end{array} \right\}$$

Вся таблица вычеркнулась, следовательно ядро покрытия является минимальным покрытием

Рассмотрим следующее минимальное покрытие:

$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} XXX0X \\ 0X1X0 \\ X1XX0 \\ 011XX \end{array} \right\}$$

$$S^a = 9$$

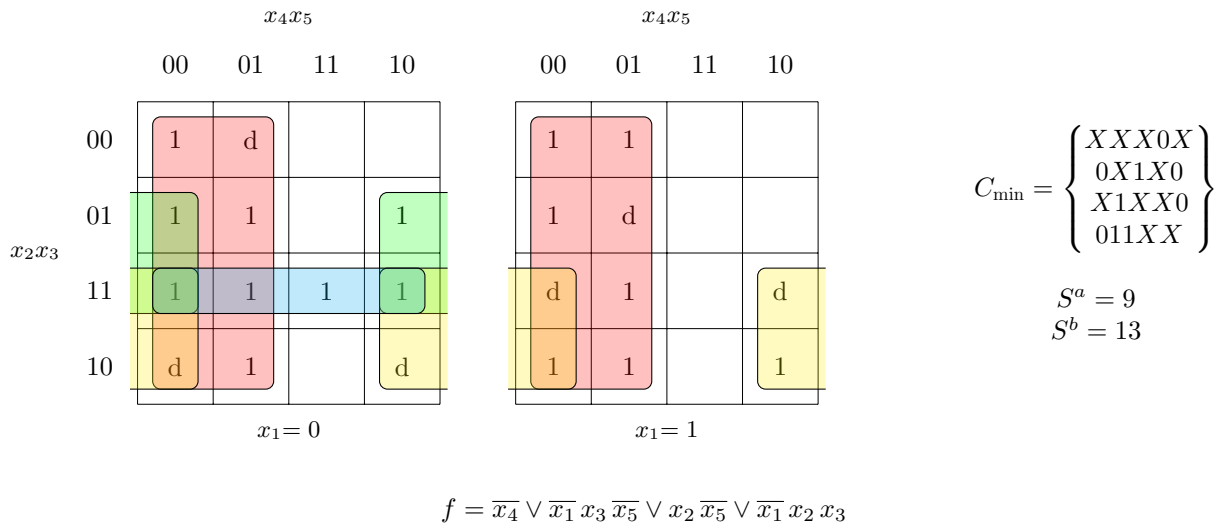
$$S^b = 13$$

Этому покрытию соответствует следующая МДНФ:

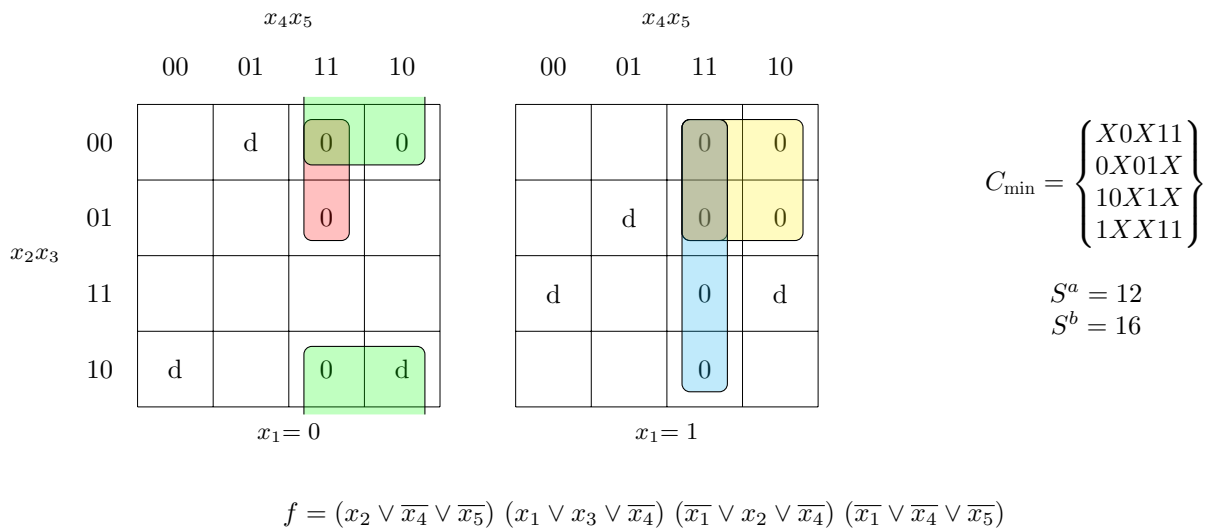
$$f = \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_3 \overline{x_5} \vee x_2 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3$$

Минимизация булевой функции на картах Карно

Определение МДНФ



Определение МКНФ



Преобразование минимальных форм булевой функции

Факторизация и декомпозиция МДНФ

$$f = \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_3 \overline{x_5} \vee x_2 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \quad S_Q = 13 \quad \tau = 2$$

Декомпозиция невозможна

$$f = \overline{x_4} \vee x_2 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_3 (x_2 \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 10 \quad \tau = 3$$

Факторизация и декомпозиция МКНФ

$$f = (x_2 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 16 \quad \tau = 2$$

Декомпозиция невозможна

$$f = \overline{x_4} \vee (x_2 \vee \overline{x_1} \overline{x_5}) (x_1 \vee x_3) (\overline{x_1} \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 13 \quad \tau = 4$$

Синтез комбинационных схем

Будем анализировать схемы на следующих наборах аргументов:

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 0]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 1]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 1$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 1$$

Булев базис

Схема по упрощенной МДНФ:

$$f = \overline{x_4} \vee x_2 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_3 (x_2 \vee \overline{x_5}) \quad (S_Q = 10, \tau = 3)$$

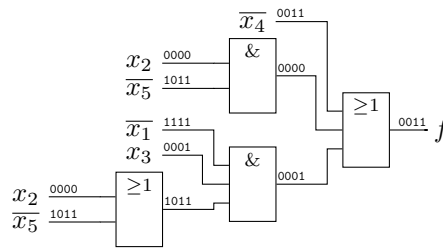
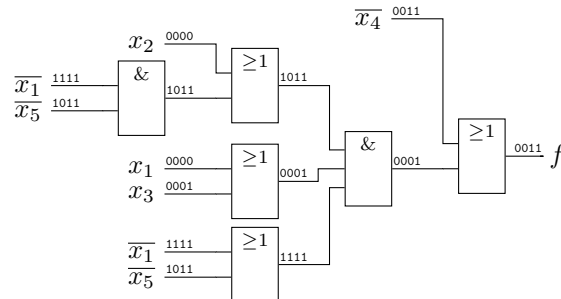


Схема по упрощенной МКНФ:

$$f = \overline{x_4} \vee (x_2 \vee \overline{x_1} \overline{x_5}) (x_1 \vee x_3) (\overline{x_1} \vee \overline{x_5}) \quad (S_Q = 13, \tau = 4)$$



Сокращенный булев базис (И, НЕ)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{x_4 x_2 \overline{x_5} \overline{x_1} x_3 \overline{x_2} x_5} \quad (S_Q = 14, \tau = 6)$$

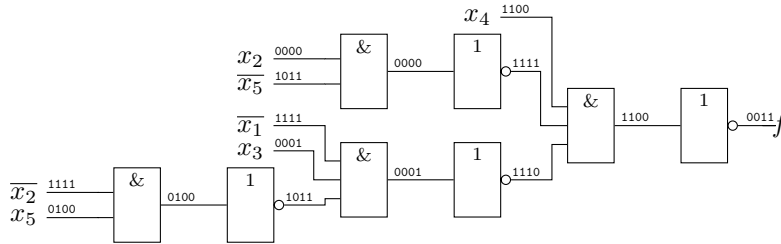
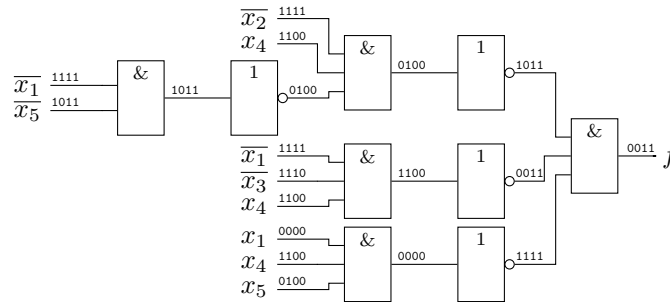


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{x_2 x_4 \overline{x_1} \overline{x_5} \overline{x_1} x_3 x_4 \overline{x_1} x_4 x_5} \quad (S_Q = 18, \tau = 5)$$



Универсальный базис (И-НЕ, 2 входа)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{x_4 x_2 \overline{x_5} \overline{x_1} x_3 \overline{x_2} x_5} \quad (S_Q = 16, \tau = 7)$$

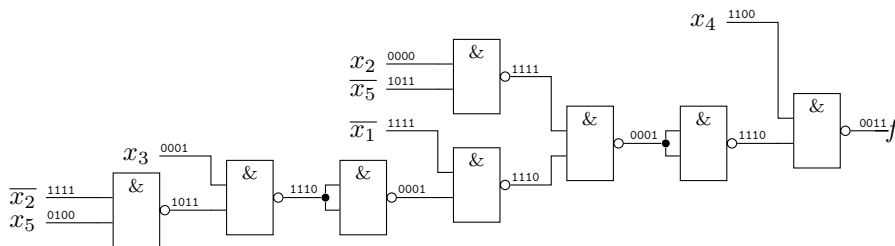


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{x_4 x_2 \overline{x_1} \overline{x_5} \overline{x_1} x_3 \overline{x_1} x_5} \quad (S_Q = 16, \tau = 5)$$

