

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Национальный исследовательский университет  
ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Курсовая работа  
По дискретной математике  
Часть 1  
Вариант 140

Выполнил:

Петров Вячеслав Маркович Р3108

Проверил:

Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург 2023

## Оглавление

Условие .....	3
Таблица истинности.....	3
Представление булевой функции в аналитическом виде .....	4
Минимизация булевой функции методом Квайна-Мак-Класки .....	4
а) Нахождение простых импликант .....	4
б) Составление импликантной таблицы.....	5
Минимизация булевой функции на картах Карно.....	7
Определение МДНФ .....	7
Определение МКНФ .....	7
Преобразование минимальных форм булевой функции .....	8
Факторизация и декомпозиция для МДНФ: .....	8
Факторизация и декомпозиция для МКНФ: .....	8
Синтез комбинационных схем в булевом базисе .....	8
Булев базис .....	8
Сокращенный булев базис (И, НЕ).....	9
Универсальный базис (И-НЕ, 2 входа).....	10

## Условие

Условия при которых  $f = 1$ :  $1 \leq |x_3x_2x_1 - x_5x_4| \leq 3$

Условия при которых  $f = d$ :  $|x_3x_2x_1 - x_5x_4| = 0$

## Таблица истинности

N	$x_1x_2x_3x_4x_5$	$x_3x_2x_1$	$(x_3x_2x_1)_{10}$	$x_5x_4$	$(x_5x_4)_{10}$	$ - $	f
0	00000	000	0	00	0	0	d
1	00001	000	0	10	2	2	1
2	00010	000	0	01	1	1	1
3	00011	000	0	11	3	3	1
4	00100	100	4	00	0	4	0
5	00101	100	4	10	2	2	1
6	00110	100	4	01	1	3	1
7	00111	100	4	11	3	1	1
8	01000	010	2	00	0	2	1
9	01001	010	2	10	2	0	d
10	01010	010	2	01	1	1	1
11	01011	010	2	11	3	1	1
12	01100	110	6	00	0	6	0
13	01101	110	6	10	2	4	0
14	01110	110	6	01	1	5	0
15	01111	110	6	11	3	3	1
16	10000	001	1	00	0	1	1
17	10001	001	1	10	2	1	1
18	10010	001	1	01	1	0	d
19	10011	001	1	11	3	2	1
20	10100	101	5	00	0	5	0
21	10101	101	5	10	2	3	1
22	10110	101	5	01	1	4	0
23	10111	101	5	11	3	2	1
24	11000	011	3	00	0	3	1
25	11001	011	3	10	2	1	1
26	11010	011	3	01	1	2	1
27	11011	011	3	11	3	0	d
28	11100	111	7	00	0	7	0
29	11101	111	7	10	2	5	0
30	11110	111	7	01	1	6	0
31	11111	111	7	11	3	4	0

## Представление булевой функции в аналитическом виде

Канонический вид КДНФ :  $(\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge \neg x_5) \vee$   
 $(\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge x_5) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge \neg x_5) \vee$   
 $(\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge x_5) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4 \wedge \neg x_5) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge \neg x_5) \vee$   
 $(\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge x_5) \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4 \wedge \neg x_5) \vee$   
 $(x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5) \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5) \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5) \vee$   
 $(x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge x_5) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4 \wedge \neg x_5) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5) \vee$   
 $(x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge \neg x_5)$

ККНФ:  $(x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4 \vee \neg x_5) \wedge$   
 $(x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4 \vee x_5) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4 \vee x_5) \wedge$   
 $(\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4 \vee \neg x_5) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4 \vee x_5) \wedge$   
 $(\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5)$

## Минимизация булевой функции методом Квайна-Мак-Класки

а) Нахождение простых импликант

№	K <sup>0</sup>		№	K <sup>1</sup>			K <sup>2</sup>		K <sup>3</sup>		K <sup>4</sup>	№	Z(f)
1	00000	✓	1	0000X	1-2	✓	000XX	✓	0X0XX	✓	XX0XX	1	XX0XX
2	00001	✓	2	000X0	1-3	✓	0X00X	✓	X00XX	✓		2	X0XX1
3	00010	✓	3	X0000	1-13	✓	X000X	✓	XX00X	✓		3	00X1X
4	00011	✓	4	0X000	1-8	✓	X00X0	✓	XX0X0	✓		4	0XX11
5	00101	✓	5	00X01	2-5	✓	0X0X0	✓	1X0XX	✓			
6	00110	✓	6	000X1	2-4	✓	XX000	✓	X0XX1				
7	00111	✓	7	0X001	2-9	✓	00X1X		X10XX	✓			
8	01000	✓	8	X0001	2-14	✓	00XX1	✓	XX01X	✓			
9	01001	✓	9	0001X	3-4	✓	010XX	✓	XX0X1	✓			
10	01010	✓	10	00X10	3-6	✓	0X01X	✓					
11	01011	✓	11	0X010	3-10	✓	100XX	✓					
12	01111	✓	12	X0010	3-15	✓	1X00X	✓					
13	10000	✓	13	00X11	4-7	✓	1X0X0	✓					
14	10001	✓	14	0X011	4-11	✓	X001X	✓					
15	10010	✓	15	X0011	4-16	✓	X00X1	✓					
16	10011	✓	16	001X1	5-7	✓	X0X01	✓					
17	10101	✓	17	X0101	5-17	✓	X100X	✓					
18	10111	✓	18	0011X	6-7	✓	X10X0	✓					
19	11000	✓	19	0X111	7-12	✓	XX001	✓					
20	11001	✓	20	X0111	7-18	✓	XX010	✓					
21	11010	✓	21	0100X	8-9	✓	0XX11						

22	11011	✓	22	010X1	9-11	✓	10XX1	✓					
			23	X1001	9-20	✓	110XX	✓					
			24	0101X	10-11	✓	1X01X	✓					
			25	X1010	10-21	✓	1X0X1	✓					
			26	01X11	11-12	✓	X01X1	✓					
			27	X1011	11-22	✓	X0X11	✓					
			28	1000X	13-14	✓	X101X	✓					
			29	100X0	13-15	✓	X10X1	✓					
			30	1X000	13-19	✓	XX011	✓					
			31	100X1	14-16	✓							
			32	1X001	14-20	✓							
			33	1001X	15-16	✓							
			34	1X010	15-21	✓							
			35	10X11	16-18	✓							
			36	1X011	16-22	✓							
			37	101X1	17-18	✓							
			38	1100X	19-20	✓							
			39	110X0	19-21	✓							
			40	110X1	20-22	✓							
			41	1101X	21-22	✓							
			42	10X01	14-17	✓							
			43	X1000	8-19	✓							
			44	010X0	8-10	✓							

#### б) Составление импликантной таблицы

Простые импликанты (максимальные кубы)	0-кубы																	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1
	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1. XX0XX	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
2. X0XX1	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
3. 00X1X	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
4. 0XX11	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Вычеркнем из таблицы строки, соответствующие существенным импликантам, а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами.

Вся таблица вычеркнулась, поэтому ядро покрытия и есть минимальное покрытие.

$$T=\left\{\begin{matrix}XX0XX\\X0XX1\\00X1X\\0XX11\end{matrix}\right\}$$

$$C_{\min}=\left\{\begin{matrix}XX0XX\\X0XX1\\00X1X\\0XX11\end{matrix}\right\}$$

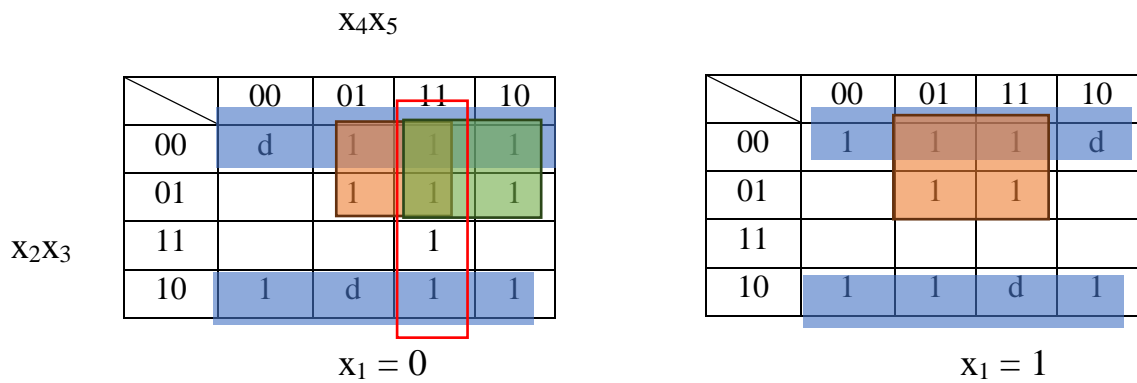
$$S^a=9$$

$$S^b=13$$

$$\text{МДН}\Phi\colon \neg x_3 \vee \neg x_2x_5 \vee \neg x_1\neg x_2x_4 \vee \neg x_1x_4x_5$$

## Минимизация булевой функции на картах Карно

### Определение МДНФ

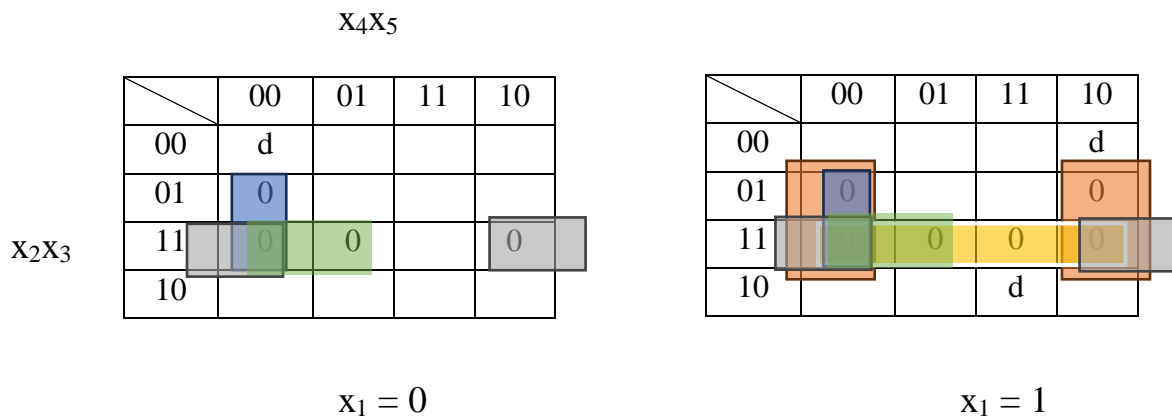


$$C_{\min} = \begin{cases} XX0XX \\ X0XX1 \\ 00X1X \\ 0XX11 \end{cases}$$

$$S^a = 9, S^b = 13$$

$$\text{МДНФ: } \neg x_3 \vee \neg x_2x_5 \vee \neg x_1\neg x_2x_4 \vee \neg x_1x_4x_5$$

### Определение МКНФ



$$C_{\min} = \begin{cases} XX100 \\ 1X1X0 \\ 111XX \\ X11X0 \\ X110X \end{cases}$$

$$S^a = 15, S^b = 20$$

$$\text{МКНФ: } (\neg x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3 \vee x_5) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_5) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4)$$

## Преобразование минимальных форм булевой функции

Факторизация и декомпозиция для МДНФ:

$$f = \neg x_3 \vee \neg x_2 x_5 \vee \neg x_1 \neg x_2 x_4 \vee \neg x_1 x_4 x_5 \quad (S_Q = 13)$$

Декомпозиция невозможна

$$f = \neg x_3 \vee \neg x_2 x_5 \vee \neg x_1 x_4 (\neg x_2 \vee x_5) \quad (S_Q = 10)$$

Факторизация и декомпозиция для МКНФ:

$$f = (\neg x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3 \vee x_5) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_5) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4) \quad (S_Q = 20)$$

Декомпозиция невозможна

$$f = (\neg x_3 \vee \neg x_2 x_5 \vee \neg x_1 x_4) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_5) \quad (S_Q = 12)$$

## Синтез комбинационных схем в булевом базисе

Будем анализировать схемы на следующих наборах аргументов:

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 1]) = 1$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 0]) = 1$$

Булев базис

Схема по упрощенной МДНФ:

$$f = \neg x_3 \vee \neg x_2 x_5 \vee \neg x_1 x_4 (\neg x_2 \vee x_5) \quad (S_Q = 10)$$

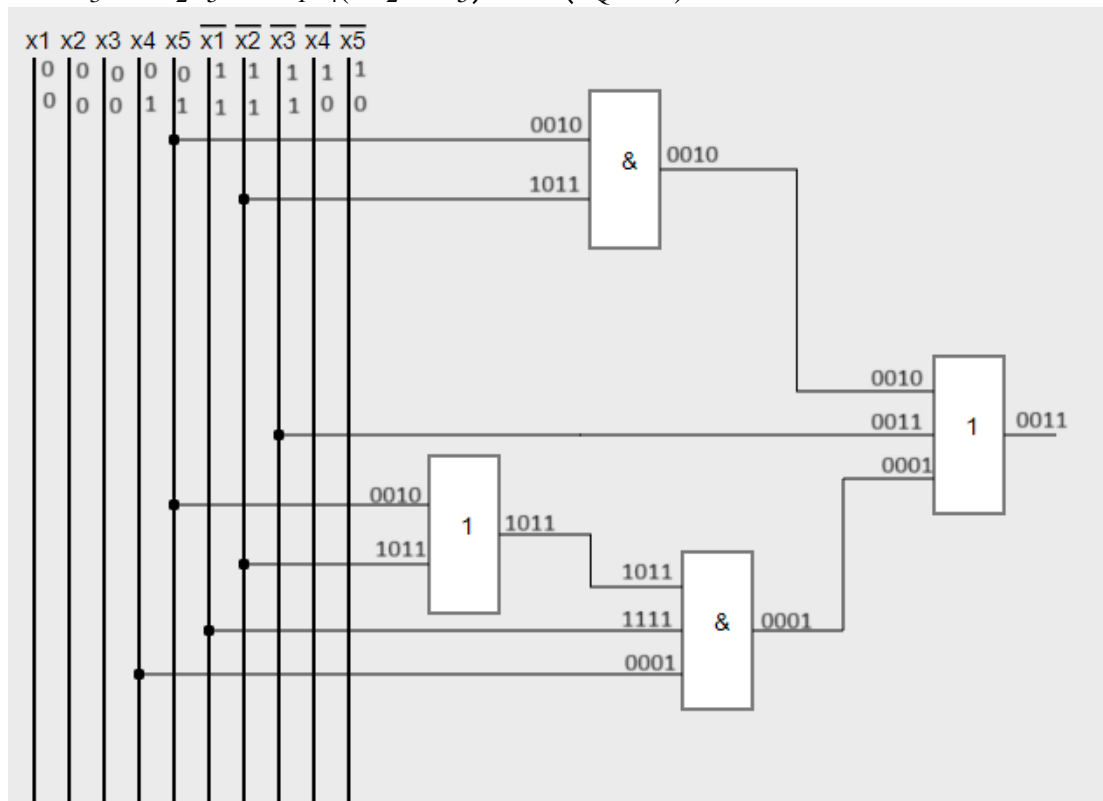
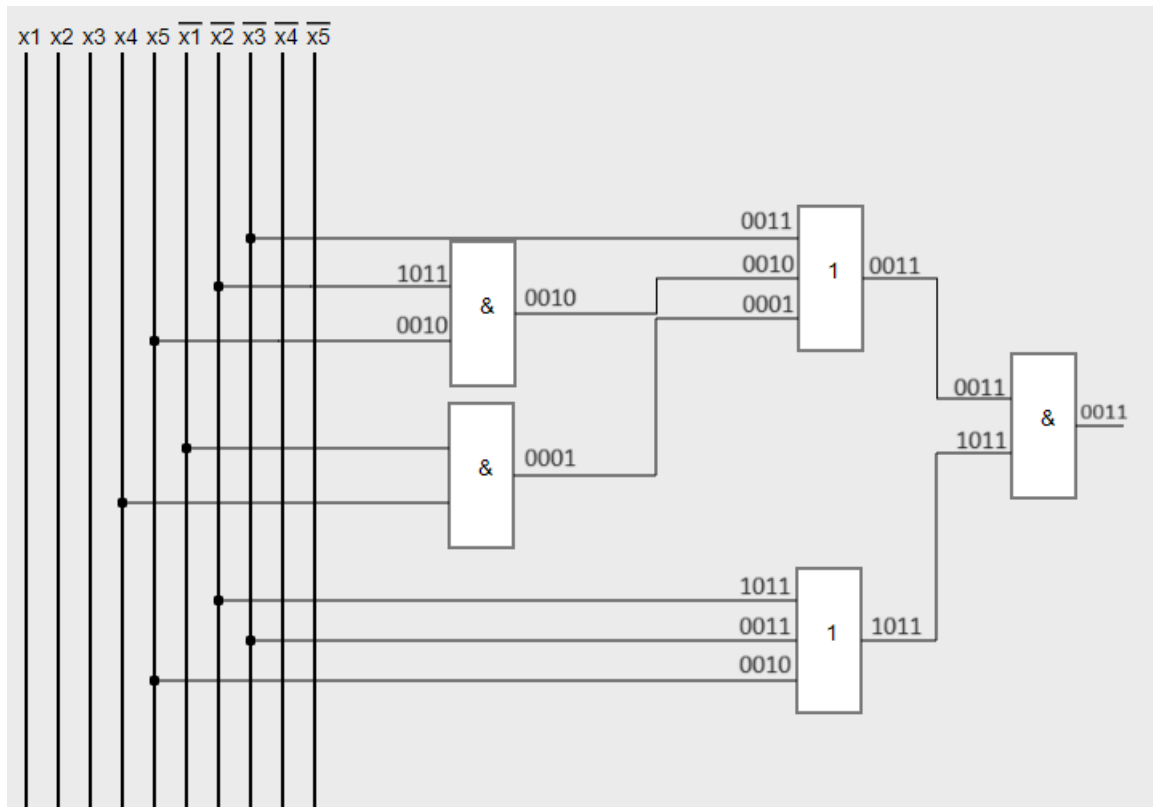




Схема по упрощенной МКНФ:

$$f = (\neg x_3 \vee \neg x_2 x_5 \vee \neg x_1 x_4) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_5) \quad (S_Q = 12)$$



Сокращенный булев базис (И, НЕ)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{x_3 \overline{x_2} x_5 \overline{x_1} x_4 x_2 \overline{x_5}}} \quad (S_Q = 14)$$

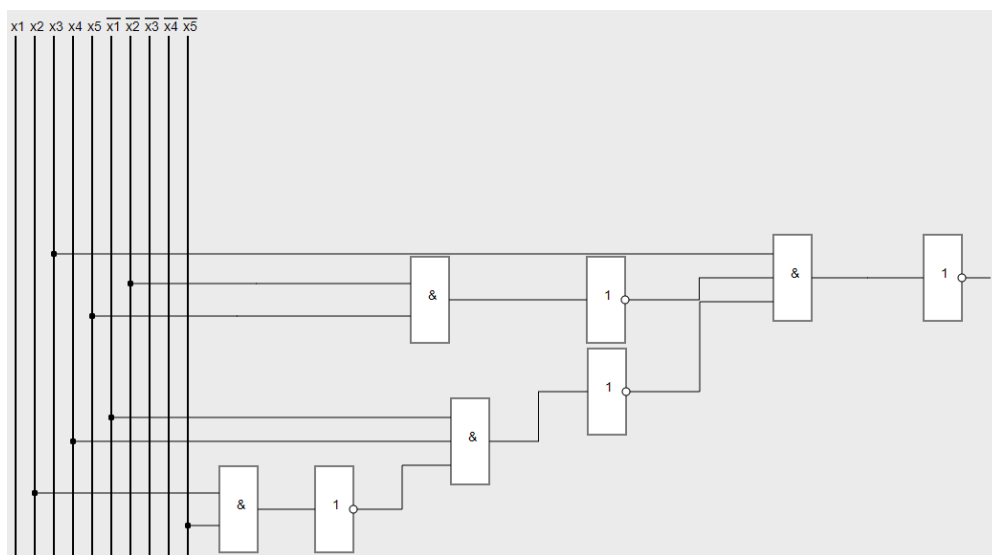
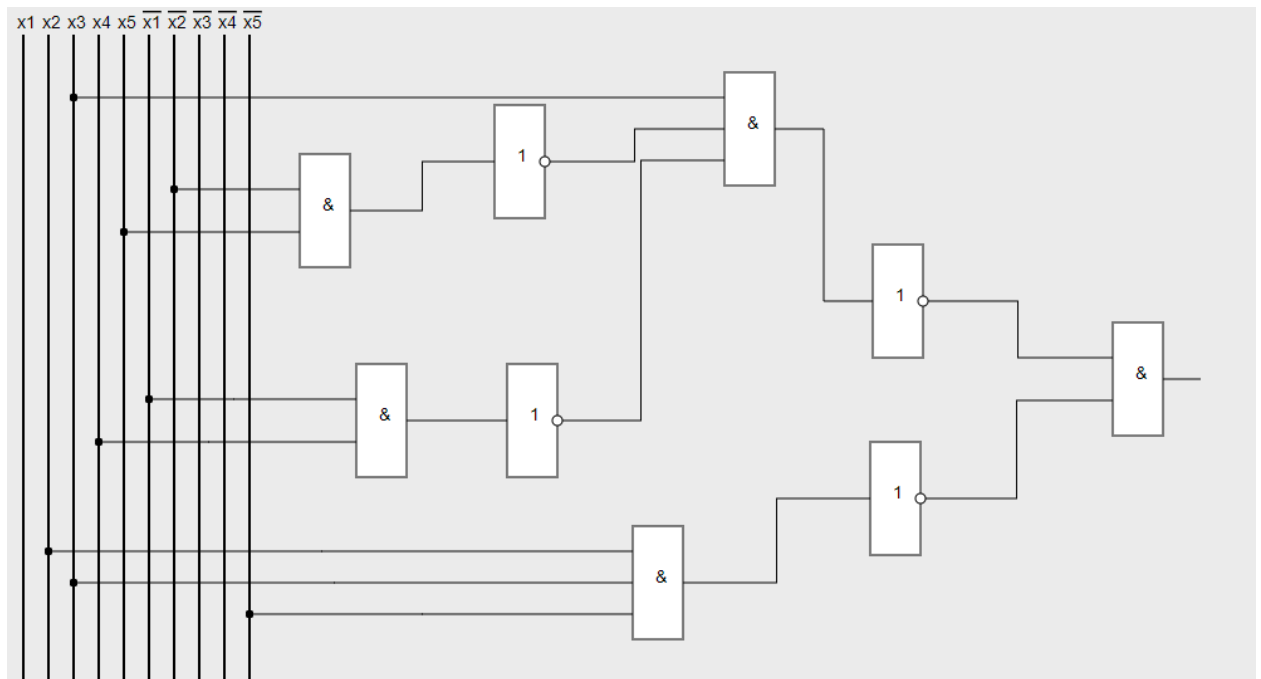


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И, НЕ:

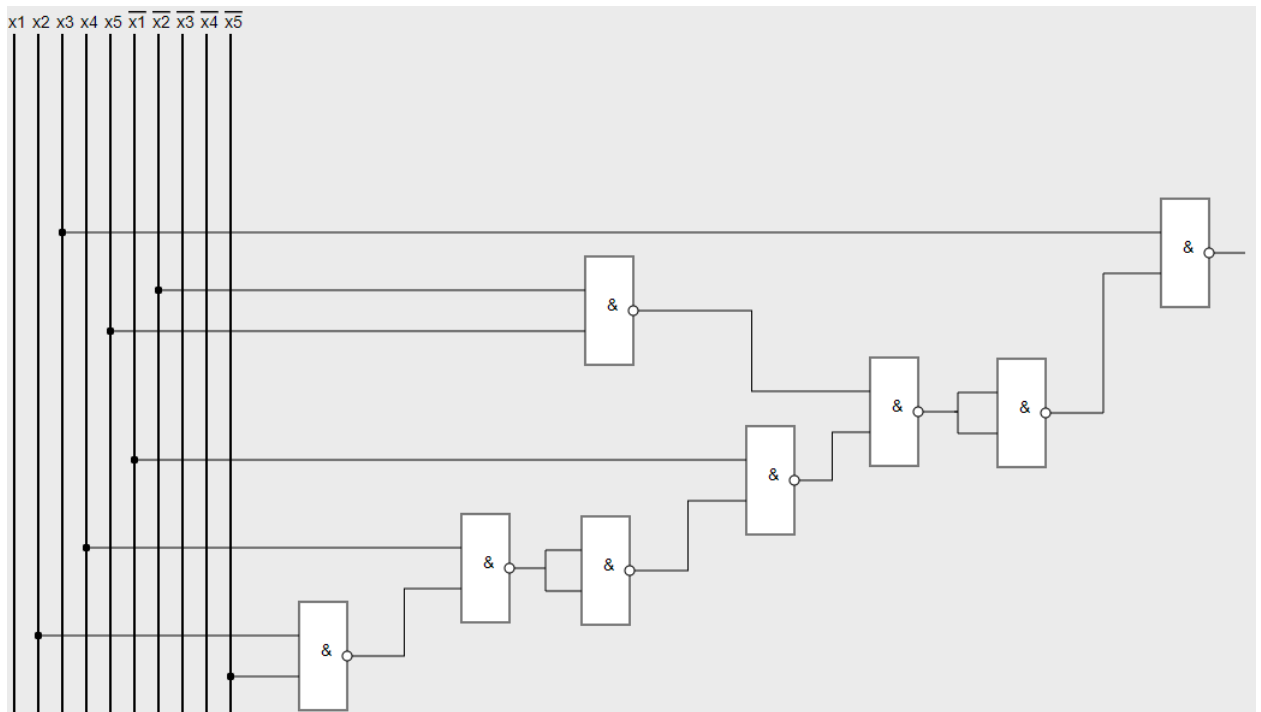
$$f = \overline{\overline{x_3 \overline{x_2} x_5} \overline{\overline{x_1} x_4} \overline{x_2 x_3 \overline{x_5}}} \quad (S_Q = 16)$$



Универсальный базис (И-НЕ, 2 входа)

МДНФ:

$$f = x_3x_2x_5x_1x_4x_2x_5 \quad (S_Q = 16)$$



МКНФ:

$$f = x_3x_2x_5x_1x_4x_2x_5 \quad (S_Q = 12)$$

