

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

по дисциплине

‘ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА’

Вариант №8

Выполнил:

Студент группы Р3208

Петров В. М.

Преподаватель:



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург, 2025

Вычислительная реализация

1. Точное вычисление

$$\int_2^3 (3x^3 - 2x^2 - 7x - 8) dx = \left(\frac{3x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{7x^2}{2} - 8x \right) \Big|_2^3 = \frac{127}{12} = 10,583$$

2. По формуле Ньютона-Котеса при n=6

$$\begin{aligned} \int_2^3 (3x^3 - 2x^2 - 7x - 8) dx &= \sum_{i=0}^n f(x_i) c_n^i = \\ &= f(2) c_6^0 + f\left(\frac{1}{6} + 2\right) c_6^1 + f\left(\frac{2}{6} + 2\right) c_6^2 + f\left(\frac{3}{6} + 2\right) c_6^3 + f\left(\frac{4}{6} + 2\right) c_6^4 \\ &+ f\left(\frac{5}{6} + 2\right) c_6^5 + f(2) c_6^6 = \\ &= \frac{41}{840} (f(2) + f(3)) + \frac{216}{840} \left(f\left(\frac{13}{6}\right) + f\left(\frac{17}{6}\right) \right) + \frac{27}{840} \left(f\left(\frac{14}{6}\right) + f\left(\frac{16}{6}\right) \right) \\ &+ \frac{272}{840} \left(f\left(\frac{15}{6}\right) \right) = 10,583 \end{aligned}$$

Относительная погрешность: $\frac{|10,583 - 10,621|}{10,583} * 100\% = 0,36\%$

3. Средние прямоугольники

$$n = 10; h = \frac{b-a}{n} = \frac{1}{10}$$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_{i-\frac{1}{2}}$	2,05	2,15	2,25	2,35	2,45	2,55	2,65	2,75	2,85	2,95
$y_{i-\frac{1}{2}}$	-4,91	-2,48	0,30	3,44	6,96	10,89	15,23	20,02	25,25	30,96

Сумма: $105,66 * 0,1 = 10,566$

Относительная погрешность: $\frac{|10,583 - 10,566|}{10,583} * 100\% = 0,16\%$

4. Трапеции

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3
y_i	-6	-3,74	-1,14	1,82	5,15	8,88	13,01	17,57	22,58	28,05	34

Сумма: $\frac{0,1(-6 - 2*3,74 - 2*1,14 + 2*1,82 + 2*5,15 + 2*8,88 + 2*13,01 + 2*17,57 + 2*22,58 + 2*28,05 + 34)}{2} = 10,618$

Относительная погрешность: $\frac{|10,583 - 10,618|}{10,583} * 100\% = 0,33\%$

5. По формуле Симпсона

$$\begin{aligned} \int_2^3 (3x^3 - 2x^2 - 7x - 8) dx &= \\ &= \frac{0,1}{3} [-6 + 4(-3,74 + 1,82 + 8,88 + 17,57 + 28,05) \\ &+ 2(-1,14 + 5,15 + 13,01 + 22,58) + 34] = 10,584 \end{aligned}$$

Относительная погрешность: $\frac{|10,583 - 10,584|}{10,583} * 100\% = 0,01\%$

Результаты работы программы

```
Лабораторная работа #3 (вариант 8)
Численное интегрирование
Выберите функцию: (введите номер)
1:  $x^2 - 3$ 
2:  $5/x - 2x$ 
3:  $e^{(2x)} - 2$ 
4:  $3x^3 - 2x^2 - 7x - 8$ 
Выбранный номер: 4
Выберите метод решения: (введите номер)
1.1: Метод прямоугольников (левый)
1.2: Метод прямоугольников (средний)
1.3: Метод прямоугольников (правый)
2: Метод трапеций
3: Метод Симпсона
Выбранный номер: 2
Введите пределы интегрирования (a, b): 2 3
Введите погрешность вычислений (> 0 и < 1): 0.01

Результаты:
Значение интеграла: 10.58416748046875
Количество разбиений: 64
```

```
Лабораторная работа #3 (вариант 8)
Численное интегрирование
Выберите функцию: (введите номер)
1:  $x^2 - 3$ 
2:  $5/x - 2x$ 
3:  $e^{(2x)} - 2$ 
4:  $3x^3 - 2x^2 - 7x - 8$ 
Выбранный номер: 4
Выберите метод решения: (введите номер)
1.1: Метод прямоугольников (левый)
1.2: Метод прямоугольников (средний)
1.3: Метод прямоугольников (правый)
2: Метод трапеций
3: Метод Симпсона
Выбранный номер: 1.2
Введите пределы интегрирования (a, b): 2 3
Введите погрешность вычислений (> 0 и < 1): 0.01

Результаты:
Значение интеграла: 10.5816650390625
Количество разбиений: 32
```

Вывод

Во время выполнения работы мне удалось изучить методы численного интегрирования, такие как метод прямоугольников (левый, правый, средний), метод трапеций, метод Ньютона-Котеса и метод Симпсона. Самыми точными оказались методы Симпсона и Ньютона-Котеса, однако они довольно затратные по памяти, так как требуют много шагов. Методы прямоугольников и трапеции показались мне более простыми для понимания, но они дают большую погрешность (при не большом количестве интервалов). Таким образом, метод Симпсона показался мне наиболее удобным и надежным в поставленной мне задаче.