Санкт-Петербургский Национальный Исследовательский
Университет ИТМО

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6

по дисциплине
'ИНФОРМАТИКА'

Вариант: 1

Выполнил:
Студент группы P3108
Петров Вячеслав Маркович *Принял:*
Балакшин Павел валерьевич

Санкт-Петербург, 2021

С. Овчинников, И. Шарыгин

Решение неравенств с модулем

В этой заметке излагается приём, который, в некотором смысле, "автоматически" сводит решение неравенств, содержащих переменную под знаком модуля, к решению *систем* и *совокупностей* неравенств, где переменные уже свободны от знака модуля.

Пусть даны нексколько неравенств - скажем, для простоты, два неравенства с о д н о й (и той же) переменной:

$$\text{f(x)} > 0, \tag{1}$$

$$\text{g(x)} > 0. \tag{2}$$

Обозначим множество решений неравенства (1) через A, неравенства (2) - через B.

Если требуется, найти множество чисел, которые одновременно удовлетворяют неравенству (1) и неравенству (2), то есть найти п е р е с е ч е н и е C $= A \cap B$ множеств A и B, то неравенства (1), (2) соединяют фигурной скобкой

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

и называют *системой* неравенств ("Алгебра и начала анализа 10 п. 123).

Если же требуется найти множество чисел, удовлетворяющих неравенсту (1) **или** неравенству (2), то есть объединение D$=A \cup B$ множеств A и B, то неравенства (1), (2) соединяют квадратной скобкой

$$\left[\begin{array}{l} f(x) > 0, \\ g(x) > 0. \end{array}\right.$$

и называют *совокупностью* неравенств *).

Повторим ещё раз: когда ищут переечение - говорят "система"; когда ищут объединение - говорят "совокупность". В таблице

Система	Совокупность
пересечение	объединение
и	или

сведены три пары соответствующих друг другу понятий **).

При решении задач, как мы сейчас увидим, часто приходится рассматривать комбинации систем и совокупностей; чтобы избегать в таких случаях ошибок, следует аккуратно пользоваться введёнными выше обозначениями.

* *
*

Обычный приём решения неравенств, содержащих переменную под знаком модуля, - "раскрытие"модуля - состоит в следующем. Исходя из определения модуля

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0 \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

множество допустимых значений переменной разбивают на непересекающиеся подмножества, на каждом из которых все функции, содержащиеся под знаком модуля, сохраняют знак. После этого решение искохной залачи сводится к решению с о в о к у п н о с т и с и с т е м неравенств.

Пусть, например, требуется решить неравенство

$$|x - 1| + |x - 2| > 3 + x$$

*) Абсолютно аналогично определяется термины "система уравнений"("Алгебра и начала анализа 10 п. 122).

**) Таблицу можно было бы продолжить парой терминов "конъюнкция - дизъюнкция"; об этих терминах см., например, "Квант 1971, № 4, с. 15, или 1947, № 12, с. 14, или 1975, № 1, с. 29.