МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

по дисциплине
‘ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА’

Вариант №8

Выполнил:
Студент группы Р3208
Петров В. М.

Преподаватель:

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург, 2025

Цель работы

Изучить численные методы решения нелинейных уравнений и реализовать три из них средствами программирования. Понять их сходства и различия.

Ход работы

Часть 1.

$$3x^3 + 1.7x^2 - 15.42x + 6.89$$

Метод секущих: [-3; -2]

Рабочая формула:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{x_i - x_{i-1}}{f(x_i) - f(x_{i-1})} f(x_i) \qquad i = 1,2 \ldots$$

Метод хорд: [0; 1]

Рабочая формула:

$$x_i = a_i - \frac{b_i - a_i}{f(b_i) - f(a_i)} f(a_i) \quad \text{или} \quad x_i = \frac{a_i f(b_i) - b_i f(a_i)}{f(b_i) - f(a_i)}$$

Метод простой итерации: начальное приближение – x = 1

Рабочая формула:

$$x_{i+1} = \varphi(x_i)$$

$\varepsilon = 10^{-2}$

№ шага	a	b	x	f (a)	f (b)	f (x)	$\lvert x_{k+1} - x_k \rvert$
0	0	1	0.64272	6.89	-3.83	-1.522	0.3573
1	0	0.64272	0.52643	6.89	-1.522	-0.3188	0.11629
2	0	0.52643	0.50315	6.89	-0.3188	-0.0561	0.02328
3	0	0.50315	0.4991	6.89	-0.0561	-0.0095	0.00405

Таблица 1 - Уточнение центрального корня методом хорд

№ шага	x_{k-1}	$f(x_{k-1})$	x_k	$f(x_k)$	x_{k+1}	$f(x_{k+1})$	$\lvert x_k - x_{k+1} \rvert$
0	-3	-12.55	-2	20.53	-2.62062	4.9826	0.62062
1	-2	20.53	-2.62062	4.9826	-2.8195	-3.3609	0.19888
2	-2.62062	4.9826	-2.8195	-3.3609	-2.7394	0.2173	0.0801
3	-2.8195	-3.3609	-2.7394	0.2173	-2.74426	0.0085	0.00486

Таблица 2 - Уточнение крайнего левого корня методом секущих

№ шага	x_k	x_{k+1}	$f(x_{k+1})$	$\lvert x_{k+1} - x_k \rvert$
0	1.000	-0.26826	11.0909	1.26826
1	-0.26826	0.43887	0.70359	0.70713
2	0.43887	0.49657	0.01938	0.057699
3	0.49657	0.49826	1.74e-05	0.00168

Таблица 3 - Уточнение центрального корня методом простой итерации

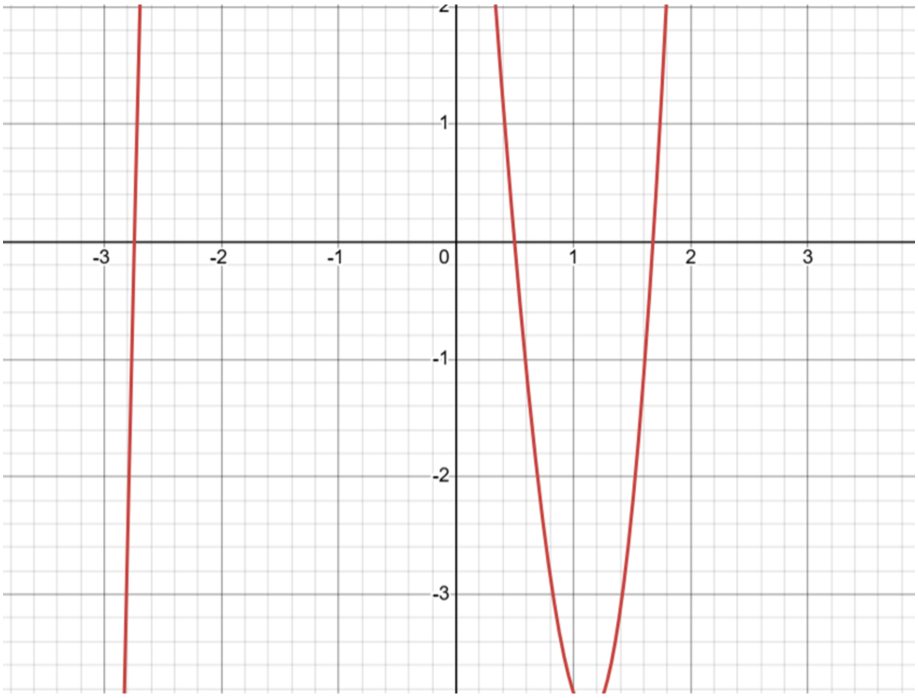


Рисунок 1 - График функции $x^3 - 2{,}92x^2 + 1{,}435x + 0{,}791$

2 часть

$$\begin{cases} tg(xy) = x^2 \\ 0{,}8x^2 + 2y^2 = 1 \end{cases} \text{->} \begin{cases} f(x,y) = 0 \\ g(x,y) = 0 \end{cases} \text{->} \begin{cases} tg(xy) - x^2 = 0 \\ 0{,}8x^2 + 2y^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} \frac{y}{(cosxy)^2} - 2x & \frac{x}{(cosxy)^2} \\ 1{,}6x & 4y \end{vmatrix} * \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 - tg(xy) \\ 1 - 0{,}8x^2 - 2y^2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y}{(cosxy)^2} - 2x\right)\Delta x + \frac{x}{(cosxy)^2}\Delta y = x^2 - tg(xy) \\ 1{,}6x\Delta x + 4y\,\Delta y = 1 - 0{,}8x^2 - 2y^2 \end{cases}$$

Начальное приближение: $x_0 = -0.61;\ y_0 = -0.59$

Первая итерация:

$$\begin{cases} \left(\frac{-0.59}{(\cos(-0.61)(-0.59))^2} - 2(-0.61)\right)\Delta x + \frac{-0.61}{(\cos(-0.61)(-0.59))^2}\Delta y = (-0.61)^2 - tg((-0.61)(-0.59)) \\ 1{,}6(-0.61)\Delta x + 4(-0.59)\,\Delta y = 1 - 0{,}8(-0.61)^2 - 2(-0.59)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0.5465\Delta x + (-0.6964)\Delta y = -0.0042 \\ -0.976\Delta x - 2.36\,\Delta y = 0{,}00612 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x = 0.0029 \\ \Delta y = -0.0038 \end{cases}$$

Приближение: $x_1 = -0.61 + 0.0029 = -0.6071;\ y_1 = -0.59 - 0.0038 = -0.5938$

$$|x_1 - x_0| \le \varepsilon, |y_1 - y_0| \le \varepsilon$$

$|-0.6071 + 0.61| \le \varepsilon, |-0.5938 + 0.59| \le \varepsilon$ => *1-ый корень:* ($-0.6071;\ -0.5938$)

Аналогично находим 2-ой корень: ($0;\ -0.70711$)

Корни симметричны относительно центра координат, поэтому другие 2 корня: ($0.6071;\ 0.5938$) *и* ($0;\ 0.70711$)

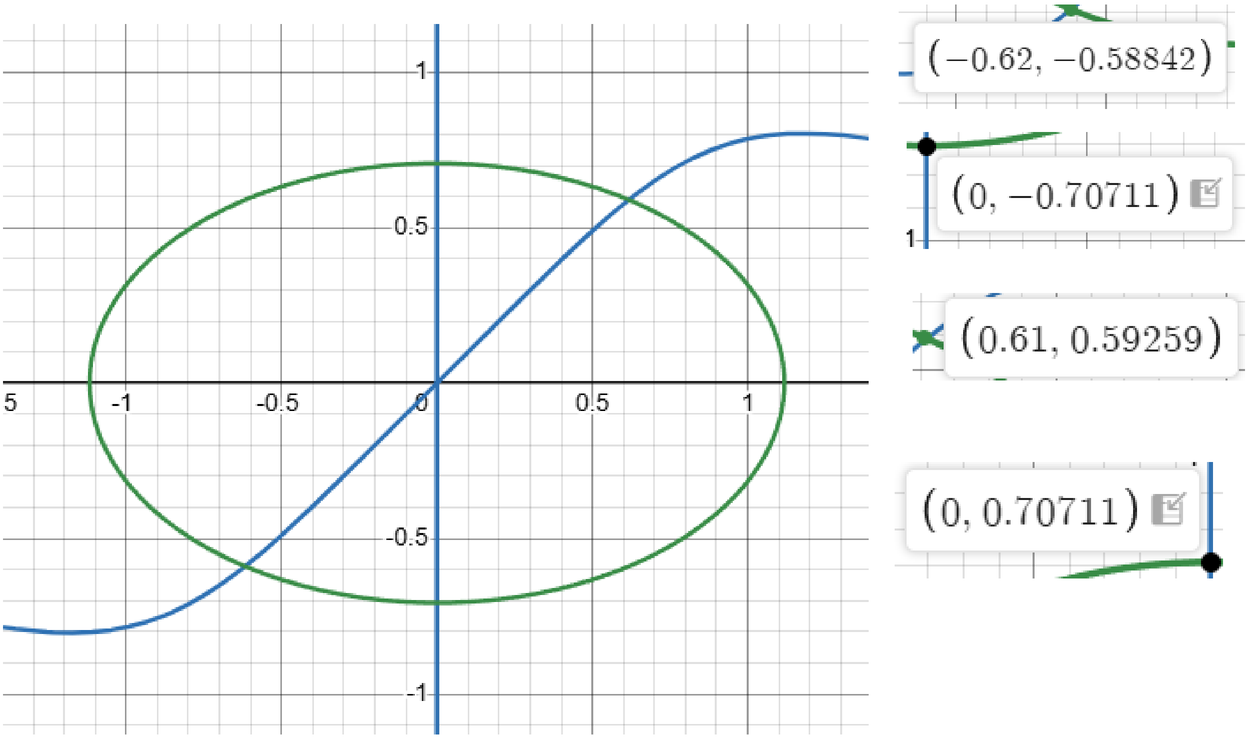


Рисунок 2 - График 2-ух функций

Блок-схемы используемых методов

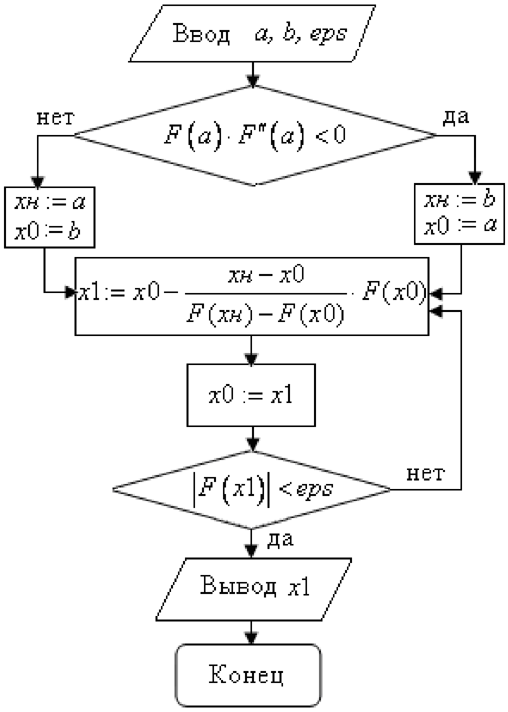


Рисунок 3 - Блок-схема метода хорд

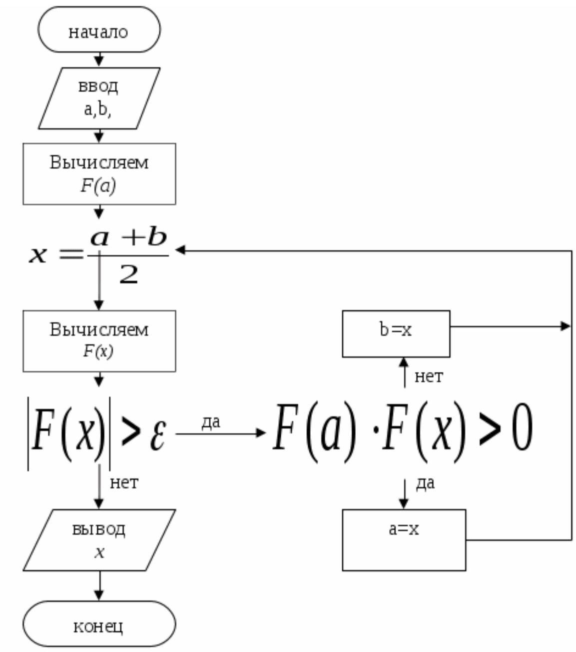


Рисунок 4 - Блок-схема метода секущих

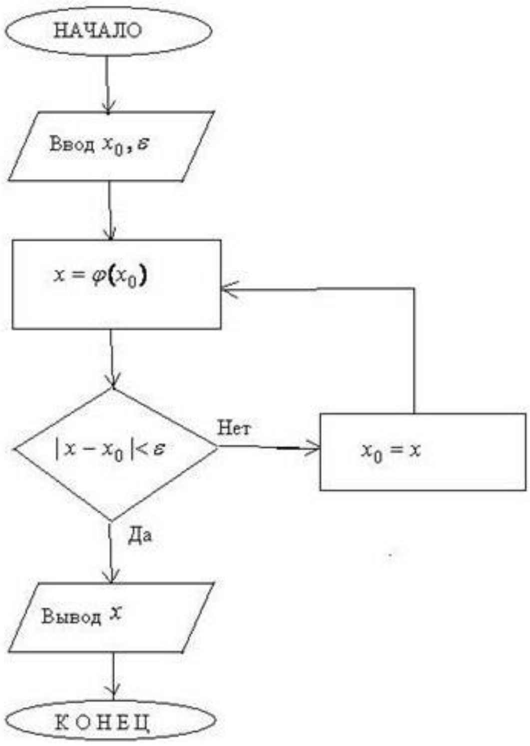
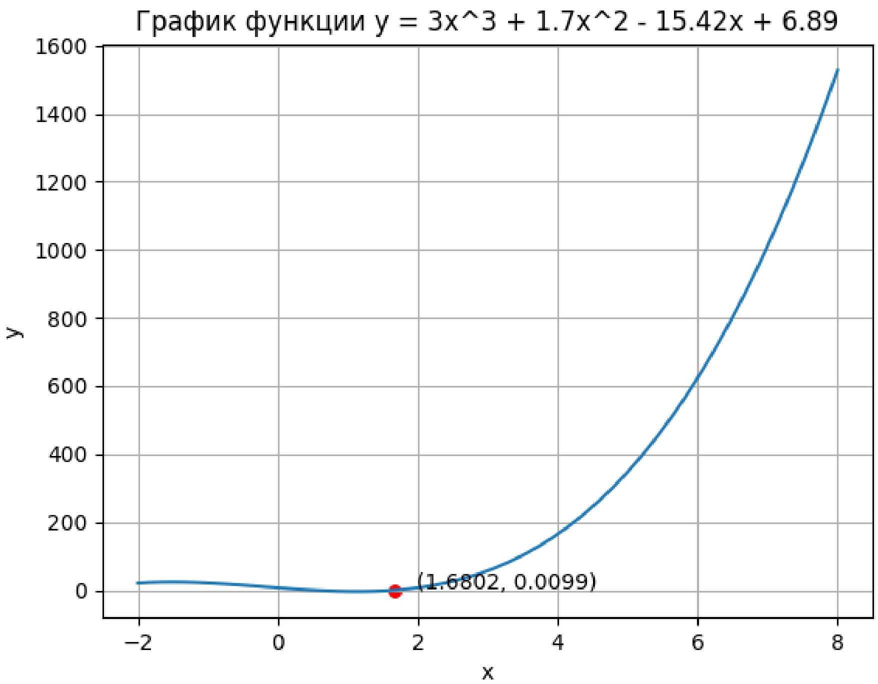


Рисунок 5 - Блок-схема метода простой итерации

Результаты выполнения программы

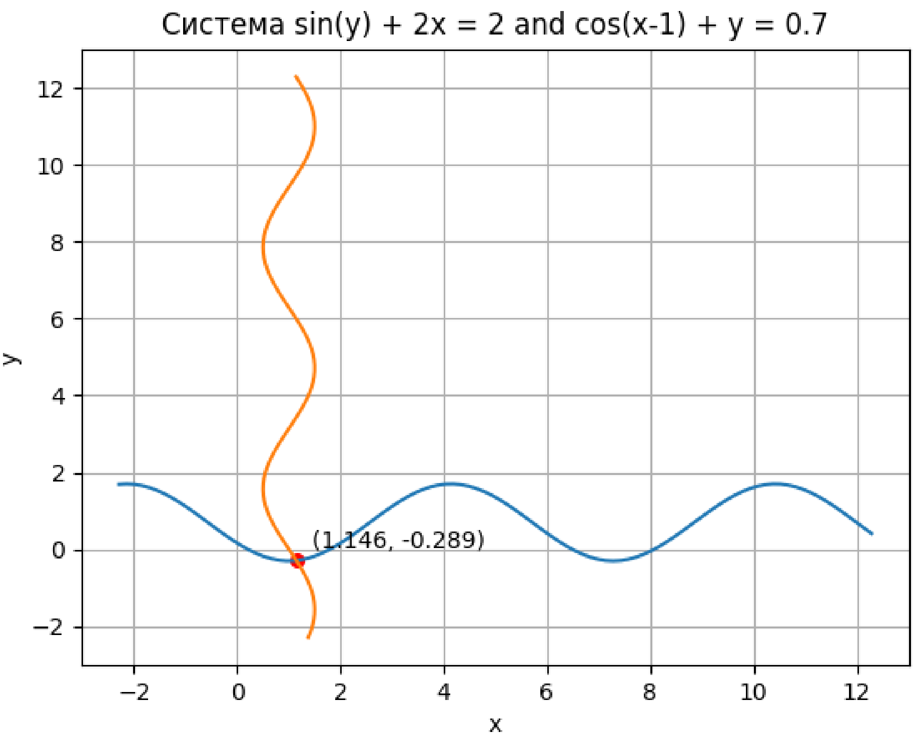
```
Лабораторная работа №2
Вывести результаты в файл или консоль? Введите f, если в файл, c - в консоль: c
Что вы хотите решать? Введите s, если систему уравнений, e - 1 уравнение: e
Как вы хотите выбрать уравнение? Введите f, если из файла, k - с клавиатуры: k
Выберите функцию:
 1. 3x^3 + 1.7x^2 - 15.42x + 6.89
 2. x^3 - 5x^2 + 3
 3. x^3 - 3.78x^2 + 1.25x + 3.49
1
Выберите метод решения:
 1. Метод половинного деления
 2. Метод Ньютона
 3. Метод простой итерации
2
Введите начальное приближение (1 число - x0): 3
Введите погрешность вычисления (> 0 and < 1): 0.01

x = 1.680158126225172
f(x) = 0.00985799030487211
+---+--------------------+---------------------+--------------------+--------------------+----------------------+
| № |        x_k         |        f(x_k)       |      f'(x_k)       |       x_k+1        |    |x_k+1 - x_k|     |
+---+--------------------+---------------------+--------------------+--------------------+----------------------+
| 0 |        3.0         |        56.93        | 75.78028700052641  | 2.2487492162756717 |  0.7512507837243283  |
| 1 | 2.2487492162756717 |  14.92588909012327  | 37.73782406355508  | 1.8532338557454446 |  0.3955153605302272  |
| 2 | 1.8532338557454446 |  3.2464027411521483 | 21.791460417830418 | 1.7042579413778218 |  0.1489759143676229  |
| 3 | 1.7042579413778218 | 0.39801094304641094 | 16.51510356097674  | 1.680158126225172  | 0.024099815152649983 |
| 4 | 1.680158126225172  | 0.00985799030487211 |         -          |         -          |          -           |
+---+--------------------+---------------------+--------------------+--------------------+----------------------+
```



```
Лабораторная работа №2
Вывести результаты в файл или консоль? Введите f, если в файл, c - в консоль: c
Что вы хотите решать? Введите s, если систему уравнений, e - 1 уравнение: s
Как вы хотите выбрать систему? Введите f, если из файла, k - с клавиатуры: k
Выберите систему:
1. x - cos(y) = 3
   cos(x-1) + y = 0.5
2. sin(y) + 2x = 2
   cos(x-1) + y = 0.7
2
Введите начальное приближение (x0, y0): 5 5
Введите погрешность вычисления (> 0 and < 1): 0.01

Вектор неизвестных: 1.1456911881396377, -0.2894057980628806
+---+--------------------+--------------------+--------------------+--------------------+---------------------+---------------------+
| № |        x_0         |        y_0         |         x          |         y          |      |x_0 - x|      |      |y_0 - y|      |
+---+--------------------+--------------------+--------------------+--------------------+---------------------+---------------------+
| 0 |        5.0         |        5.0         | 1.4794621373315693 | -0.18724316824474174 |   3.520537862668431  |  5.187243168244741  |
| 1 | 1.4794621373315693 | -0.18724316824474174 | 1.0930754801358638 | -0.29567160361042655 |  0.38638665719570553 |  0.1084284353656848 |
| 2 | 1.0930754801358638 | -0.29567160361042655 | 1.1456911881396377 | -0.2894057980628806 |  0.05261570800377391 | 0.006265805547545966 |
| 3 | 1.1456911881396377 | -0.2894057980628806 | 1.1426913921449275 | -0.2894057980628806 | 0.0029997959947101194 |         0.0         |
+---+--------------------+--------------------+--------------------+--------------------+---------------------+---------------------+
```



Вывод

В результате выполнения данной лабораторной работой я познакомился с численными методами решения нелинейных уравнений и реализовал метод хорд, метод секущих и метод простой итерации на языке программирования Python, закрепив знания. Все методы довольно легко программируются и дают высокую точность и быструю сходимость при удачном выборе начального приближения.