
Группа Р3208_____

К работе допущен_____

Студент Ступин Т.Р. Петров В.М. Есоян В.С.

Работа выполнена_____

Преподаватель Сорокина Е.К.

Отчет принят_____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.03

Изучение центрального соударения двух тел. Проверка второго закона Ньютона

1. Цель работы.

1. Исследование упругого и неупругого центрального соударения тел на примере тележек, движущихся с малым трением
2. Исследование зависимости ускорения тележки от приложенной силы и массы тележки

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Измерение скоростей тележек до и после соударения.
2. Измерение скорости тележки при ее разгоне под действием постоянной силы.
3. Исследование потерь импульса и механической энергии при упругом и неупругом соударении двух тележек.
4. Исследование зависимости ускорения тележки от приложенной силы и массы тележки. Проверка второго закона Ньютона.

3. Объект исследования.

1. Упругие и неупругие соударения тележек
2. Движение тележки под действием постоянной силы.

4. Метод экспериментального исследования.

Замер таких величин как:

- масса тележек
- скорость тележек

5. Рабочие формулы и исходные данные.

- Импульсы тел

$$p_{10x} = m_1 v_{10x}, \quad p_{1x} = m_1 v_{1x}, \quad p_{2x} = m_2 v_{2x}$$

- Относительное изменение импульса системы при соударении

$$\delta_p = \frac{(p_{1x} + p_{2x})}{p_{10x}} - 1$$

- Относительное изменение кинетической энергии системы при соударении

$$\delta_W = \frac{m_1 v_{1x}^2 + m_2 v_{2x}^2}{m_1 v_{10x}^2} - 1$$

- Средние значения относительных изменений импульса и энергии

$$\overline{\delta_p} = \frac{\sum_{i=1}^N \delta_{pi}}{N}; \quad \overline{\delta_W} = \frac{\sum_{i=1}^N \delta_{Wi}}{N}$$

- Доверительный интервал для δ_p

$$\Delta \bar{\delta_p} = t_{\alpha_{\text{дов}}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{pi} - \bar{\delta_p})^2}{N(N-1)}}$$

- Доверительный интервал для δ_W

$$\Delta \bar{\delta_W} = t_{\alpha_{\text{дов}}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{Wi} - \bar{\delta_W})^2}{N(N-1)}}$$

- Импульс системы до и после соударения

$$p_{10} = m_1 v_{10} \quad p = (m_1 + m_2) v$$

- Относительное изменение импульса

$$\delta_p = \frac{p}{p_{10}} - 1$$

- Экспериментальное и теоретическое значения относительного изменения механической энергии

$$\delta_W^{(\varepsilon)} = \frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{m_1 v_{10}^2} - 1 \quad \delta_W^{(\tau)} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

- Ускорение тележки

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(x_2 - x_1)}$$

- Сила натяжения нити

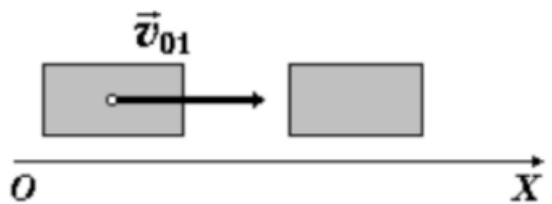
$$T = m(g - a)$$

6. Измерительные приборы.

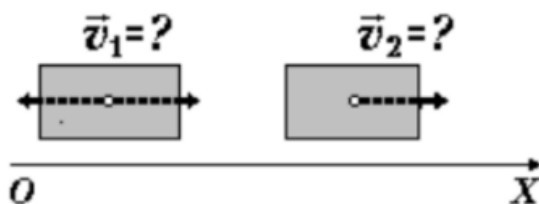
№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Линейка на рельсе	аналоговый	0-1,3 м	0,05 м
2	ПКЦ-3 в режиме измерения скорости	цифровой	0-1 м/с	0,01 м/с
3	Лабораторные весы	цифровой	0-10 г	0,01 г

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

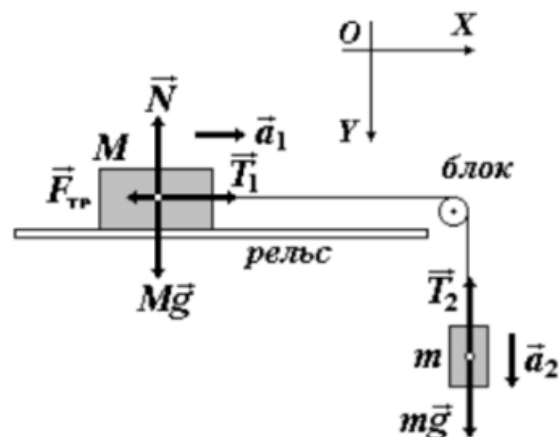
до соударения



после соударения



Эксперимент 1



Эксперимент 2

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1 Измерение скоростей тележек с рогаками без утяжелителя

№ опыта	m_1 , г	m_2 , г	v_{10x} , м/с	v_{1x} , м/с	v_{2x} , м/с
1	49,95	51,67	0,53	0	0,50
2			0,54	0	0,50
3			0,55	0	0,51
4			0,52	0	0,49
5			0,55	0	0,52

Таблица 2 Измерение скоростей тележек с рогаками с утяжелителем

№ опыта	m_1 , г	m_2 , г	v_{10x} , м/с	v_{1x} , м/с	v_{2x} , м/с
1	49,95	100,63	0,56	-0,12	0,21
2			0,54	-0,13	0,23
3			0,53	-0,14	0,18

4			0,55	-0,17	0,23
5			0,54	-0,15	0,23

Таблица 3 Измерение скоростей тележек с липучками без утяжелителя

N опыта	m_1 , г	m_2 , г	v_{10} , м/с	v , м/с
1	53,03	54,64	0,50	0,23
2			0,52	0,24
3			0,52	0,22
4			0,52	0,20
5			0,53	0,21

Таблица 4 Измерение скоростей тележек с липучками без утяжелителя

N опыта	m_1 , г	m_2 , г	v_{10} , м/с	v , м/с
1	53,03	103,58	0,52	0,13
2			0,52	0,16
3			0,52	0,14
4			0,54	0,16
5			0,51	0,14

Таблица 5. Измерение скорости тележки без утяжелителя с разным числом грузов на нитке.

Разгоняемое тело – тележка. $M_1 = 48,15$ г

N опыта	Состав гирьки	m , г	v_1 , м/с	v_2 , м/с
1	подвеска	1,76	0,22	0,53
2	подвеска + одна шайба	2,57	0,30	0,71
3	подвеска + две шайбы	3,43	0,35	0,83
4	подвеска + три шайбы	4,03	0,38	0,89
5	подвеска + четыре шайбы	4,90	0,42	0,99
6	подвеска + пять шайб	5,71	0,45	1,06
7	подвеска + шесть шайб	6,55	0,49	1,14

Таблица 6. Измерение скорости тележки с утяжелителем с разным числом грузов на нитке.

Разгоняемое тело – тележка с утяжелителем. $M_2 = 97,10$ г

N опыта	Состав гирьки	m , г	v_1 , м/с	v_2 , м/с
1	подвеска	1,76	0,08	0,19
2	подвеска + одна шайба	2,57	0,15	0,34
3	подвеска + две шайбы	3,43	0,20	0,46
4	подвеска + три шайбы	4,03	0,24	0,54
5	подвеска + четыре шайбы	4,90	0,26	0,63
6	подвеска + пять шайб	5,71	0,34	0,79
7	подвеска + шесть шайб	6,55	0,36	0,84

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Задание 1

Таблица 7

N опыта	p_{10x} , мН · с	p_{1x} , мН · с	p_{2x} , мН · с	δ_p	δ_w
1	26,47	0,00	25,84	-0,024	-0,079

2	26,97	0,00	25,84	-0,042	-0,113
3	27,47	0,00	26,35	-0,041	-0,111
4	25,97	0,00	25,32	-0,025	-0,081
5	27,47	0,00	26,87	-0,022	-0,075

Рассчитаем $p_{10x}, p_{1x}, p_{2x}, \delta_p, \delta_W$ для первого измерения:

$$\begin{aligned}
 p_{10x} &= m_1 v_{10x} = 49,95 \cdot 0,53 = 26,47 \text{ мН} \cdot \text{с} \\
 p_{1x} &= m_1 v_{1x} = 49,95 \cdot 0 = 0 \text{ мН} \cdot \text{с} \\
 p_{2x} &= m_2 v_{2x} = 51,67 \cdot 0,50 = 25,84 \text{ мН} \cdot \text{с} \\
 \delta_p &= \frac{(p_{1x} + p_{2x})}{p_{10x}} - 1 = \frac{(0 + 25,84)}{26,47} - 1 = -0,024 \\
 \delta_W &= \frac{m_1 v_{1x}^2 + m_2 v_{2x}^2}{m_1 v_{10x}^2} - 1 = \frac{49,95 \cdot 0^2 + 51,67 \cdot 0,50^2}{49,95 \cdot 0,53^2} - 1 = -0,079
 \end{aligned}$$

Также вычислим средние значения $\overline{\delta_p}$ и $\overline{\delta_W}$:

$$\begin{aligned}
 \overline{\delta_p} &= \frac{\sum_{i=1}^N \delta_{pi}}{N} = -0,031 \\
 \overline{\delta_W} &= \frac{\sum_{i=1}^N \delta_{Wi}}{N} = -0,092
 \end{aligned}$$

Таблица 8

№ опыта	$p_{10x}, \text{мН} \cdot \text{с}$	$p_{1x}, \text{мН} \cdot \text{с}$	$p_{2x}, \text{мН} \cdot \text{с}$	δ_p	δ_W
1	27,97	-5,99	21,13	-0,459	-0,671
2	26,97	-6,49	23,14	-0,383	-0,577
3	26,47	-6,99	18,11	-0,580	-0,698
4	27,47	-8,49	23,14	-0,467	-0,552
5	26,97	-7,49	23,14	-0,420	-0,557

Рассчитаем $p_{10x}, p_{1x}, p_{2x}, \delta_p, \delta_W$ для первого измерения:

$$\begin{aligned}
 p_{10x} &= m_1 v_{10x} = 49,95 \cdot 0,56 = 27,97 \text{ мН} \cdot \text{с} \\
 p_{1x} &= m_1 v_{1x} = 49,95 \cdot (-0,12) = -5,99 \text{ мН} \cdot \text{с} \\
 p_{2x} &= m_2 v_{2x} = 100,63 \cdot 0,21 = 21,13 \text{ мН} \cdot \text{с} \\
 \delta_p &= \frac{(p_{1x} + p_{2x})}{p_{10x}} - 1 = \frac{(-5,99 + 21,13)}{27,97} - 1 = -0,459 \\
 \delta_W &= \frac{m_1 v_{1x}^2 + m_2 v_{2x}^2}{m_1 v_{10x}^2} - 1 = \frac{49,95 \cdot (-0,12)^2 + 100,63 \cdot 0,21^2}{49,95 \cdot 0,56^2} - 1 = -0,671
 \end{aligned}$$

Также вычислим средние значения $\overline{\delta_p}$ и $\overline{\delta_W}$:

$$\begin{aligned}
 \overline{\delta_p} &= \frac{\sum_{i=1}^N \delta_{pi}}{N} = -0,462 \\
 \overline{\delta_W} &= \frac{\sum_{i=1}^N \delta_{Wi}}{N} = -0,611
 \end{aligned}$$

Таблица 9

№ опыта	$p_{10}, \text{мН} \cdot \text{с}$	$p, \text{мН} \cdot \text{с}$	δ_p	$\delta_W^{(э)}$	$\delta_W^{(т)}$
1	26,52	24,76	-0,066	-0,570	-0,507
2	27,58	25,84	-0,063	-0,567	
3	27,58	23,69	-0,141	-0,637	
4	27,58	21,53	-0,219	-0,700	

5	28,11	22,61	-0,196	-0,681	
---	-------	-------	--------	--------	--

Рассчитаем $p_{10}, p, \delta_p, \delta_W^{(\text{э})}, \delta_W^{(\text{т})}$ для первого измерения:

$$p_{10} = m_1 v_{10} = 53,03 \cdot 0,5 = 26,52 \text{ мН} \cdot \text{с}$$

$$p = (m_1 + m_2)v = (53,03 + 54,64) \cdot 0,23 = 24,76 \text{ мН} \cdot \text{с}$$

$$\delta_p = \frac{p_1}{p_{10}} - 1 = \frac{24,76}{26,52} - 1 = -0,066$$

$$\delta_W^{(\text{э})} = \frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{m_1 v_{10}^2} - 1 = \frac{(53,03 + 54,64) \cdot 0,23^2}{53,03 \cdot 0,5^2} - 1 = -0,57$$

$$\delta_W^{(\text{т})} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} = -\frac{54,64}{53,03 + 54,64} = -0,507$$

Также вычислим средние значения $\overline{\delta_p}$ и $\overline{\delta_W^{(\text{э})}}$:

$$\overline{\delta_p} = \frac{\sum_{i=1}^N \delta_{pi}}{N} = -0,137$$

$$\overline{\delta_W^{(\text{э})}} = \frac{\sum_{i=1}^N \delta_W^{(\text{э})} w_i}{N} = -0,631$$

Таблица 10

№ опыта	$p_{10}, \text{мН} \cdot \text{с}$	$p, \text{мН} \cdot \text{с}$	δ_p	$\delta_W^{(\text{э})}$	$\delta_W^{(\text{т})}$
1	27,58	20,36	-0,262	-0,815	-0,661
2	27,58	25,06	-0,091	-0,720	
3	27,58	21,93	-0,205	-0,786	
4	28,64	25,06	-0,125	-0,741	
5	27,05	21,93	-0,189	-0,777	

Рассчитаем $p_{10}, p, \delta_p, \delta_W^{(\text{э})}, \delta_W^{(\text{т})}$ для первого измерения:

$$p_{10} = m_1 v_{10} = 53,03 \cdot 0,52 = 27,58 \text{ мН} \cdot \text{с}$$

$$p = (m_1 + m_2)v = (53,03 + 103,58) \cdot 0,13 = 20,36 \text{ мН} \cdot \text{с}$$

$$\delta_p = \frac{p}{p_{10}} - 1 = \frac{20,36}{27,58} - 1 = -0,262$$

$$\delta_W^{(\text{э})} = \frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{m_1 v_{10}^2} - 1 = \frac{(53,03 + 100,58) \cdot 0,13^2}{53,03 \cdot 0,52^2} - 1 = -0,815$$

$$\delta_W^{(\text{т})} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} = -\frac{100,58}{53,03 + 100,58} = -0,661$$

Также вычислим средние значения $\overline{\delta_p}$ и $\overline{\delta_W^{(\text{э})}}$:

$$\overline{\delta_p} = \frac{\sum_{i=1}^N \delta_{pi}}{N} = -0,174$$

$$\overline{\delta_W^{(\text{э})}} = \frac{\sum_{i=1}^N \delta_W^{(\text{э})} w_i}{N} = -0,768$$

Задание 2

Таблица 11

№ опыта	$m, \text{г}$	$a, \text{м/с}^2$	$T, \text{мН}$
1	1,76	0,179	16,951
2	2,57	0,319	24,393
3	3,43	0,436	32,154

4	4,03	0,498	37,526
5	4,9	0,618	45,040
6	5,71	0,709	51,969
7	6,55	0,815	58,917

Рассчитаем a, T для первого измерения ($x_2 = 0,8; x_1 = 0,15$):

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(x_2 - x_1)} = \frac{0,53^2 - 0,22^2}{2 \cdot (0,8 - 0,15)} = 0,179 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$T = m(g - a) = 1,76 \cdot (9,81 - 0,179) = 16,951 \text{ мН}$$

Методом наименьших квадратов рассчитаем силу трения и массу тележки как коэффициенты линейной зависимости $T = m(g - a) + F_{\text{тр}}$:

$$\bar{T} = 38,14 \text{ мН}$$

$$\bar{a} = 0,51 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$M_1 = \frac{\sum(a_i - \bar{a})(T_i - \bar{T})}{\sum(a_i - \bar{a})^2} = 67,30 \text{ г}$$

$$F_{\text{тр}} = 38,14 - 0,51 \cdot 67,30 = 3,82 \text{ мН}$$

Таблица 12

N опыта	$m, \text{г}$	$a, \text{м/с}^2$	$T, \text{мН}$
1	1,76	0,023	17,225
2	2,57	0,072	25,028
3	3,43	0,132	33,196
4	4,03	0,180	38,809
5	4,9	0,253	46,828
6	5,71	0,391	53,782
7	6,55	0,443	61,353

Рассчитаем a, T для первого измерения ($x_2 = 0,8; x_1 = 0,15$):

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(x_2 - x_1)} = \frac{0,19^2 - 0,08^2}{2 \cdot (0,8 - 0,15)} = 0,023 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$T = m(g - a) = 1,76 \cdot (9,81 - 0,023) = 17,225 \text{ мН}$$

Методом наименьших квадратов рассчитаем силу трения и массу тележки как коэффициенты линейной зависимости $T = m(g - a) + F_{\text{тр}}$:

$$\bar{T} = 39,46 \text{ мН}$$

$$\bar{a} = 0,21 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$M_1 = \frac{\sum(a_i - \bar{a})(T_i - \bar{T})}{\sum(a_i - \bar{a})^2} = 97,82 \text{ г}$$

$$F_{\text{тр}} = 39,46 - 0,21 \cdot 97,82 = 18,62 \text{ мН}$$

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

- Таблица 7:

$$\Delta \bar{\delta}_p = t_{\alpha_{\text{дов}}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{pi} - \bar{\delta}_p)^2}{N(N-1)}} = 0,01 \quad \Delta \bar{\delta}_w = t_{\alpha_{\text{дов}}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{wi} - \bar{\delta}_w)^2}{N(N-1)}} = 0,02$$

- Таблица 8:

$$\Delta \bar{\delta}_p = t_{\alpha_{\text{дов}}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{pi} - \bar{\delta}_p)^2}{N(N-1)}} = 0,09 \quad \Delta \bar{\delta}_W = t_{\alpha_{\text{дов}}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{Wi} - \bar{\delta}_W)^2}{N(N-1)}} = 0,08$$

- Таблица 9:

$$\Delta \bar{\delta}_p = t_{\alpha_{\text{дов}}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{pi} - \bar{\delta}_p)^2}{N(N-1)}} = 0,09 \quad \Delta \bar{\delta}_{(3)}^W = t_{\alpha_{\text{дов}}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{Wi}^3 - \bar{\delta}_{(3)}^W)^2}{N(N-1)}} = 0,08$$

- Таблица 10:

$$\Delta \bar{\delta}_p = t_{\alpha_{\text{дов}}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{pi} - \bar{\delta}_p)^2}{N(N-1)}} = 0,08 \quad \Delta \bar{\delta}_{(3)}^W = t_{\alpha_{\text{дов}}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{Wi}^3 - \bar{\delta}_{(3)}^W)^2}{N(N-1)}} = 0,05$$

- Таблица 11:

$$S_{M_1} = \sqrt{\frac{1}{\sum (a_i - \bar{a})^2} \frac{\sum_{i=1}^N (T_i - (F_{\text{тр}} + M_1 a_i))^2}{N-2}} = 1,52 \text{ г}$$

$$\Delta M_1 = t_{\alpha_{\text{дов}}, N} S_{M_1} = 2,88 \text{ г} \quad \varepsilon_{M_1} = \frac{\Delta M_1}{M_1} = 4,28\%$$

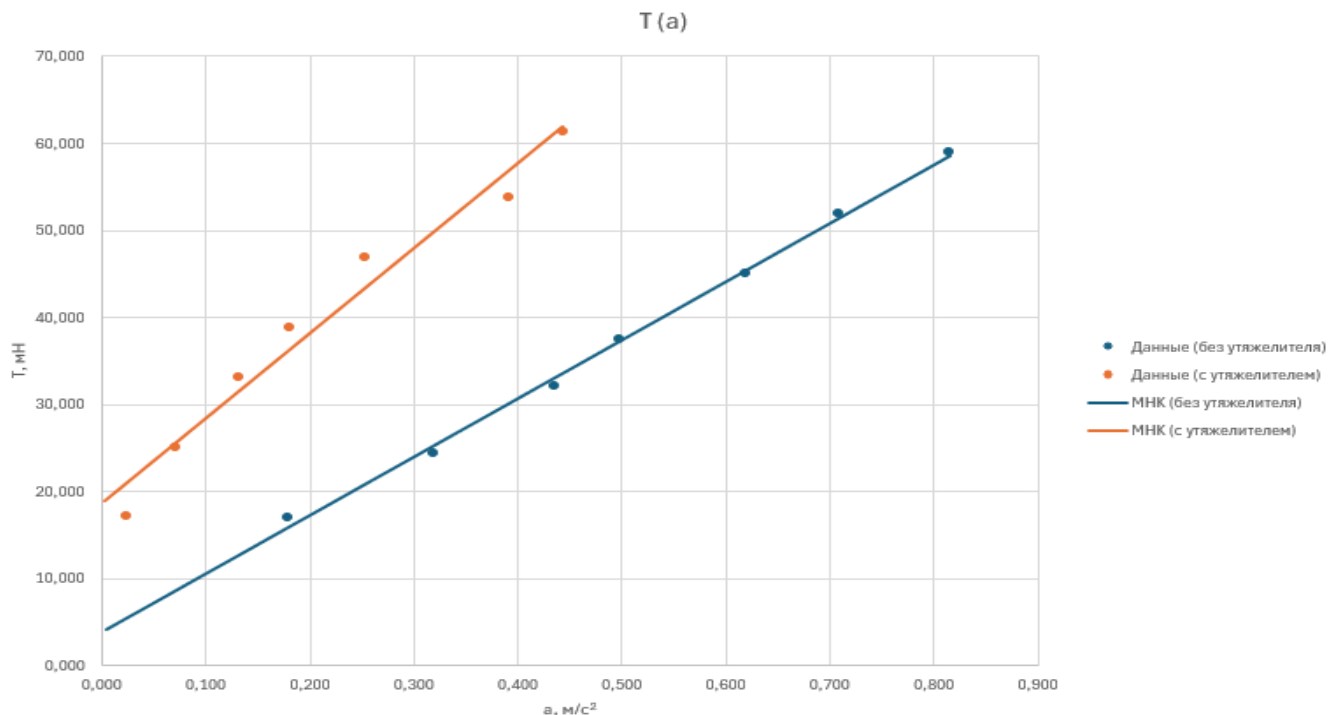
- Таблица 12:

$$S_{M_1} = \sqrt{\frac{1}{\sum (a_i - \bar{a})^2} \frac{\sum_{i=1}^N (T_i - (F_{\text{тр}} + M_1 a_i))^2}{N-2}} = 7,75 \text{ г}$$

$$\Delta M_1 = t_{\alpha_{\text{дов}}, N} S_{M_1} = 14,68 \text{ г} \quad \varepsilon_{M_1} = \frac{\Delta M_1}{M_1} = 15,01\%$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

График зависимости силы натяжения нити от ускорения



12. Окончательные результаты.

- Таблица 7

- Таблица 8 $\delta_p = -0,031 \pm 0,01 \quad \delta_W = -0,092 \pm 0,02$
- Таблица 9 $\delta_p = -0,462 \pm 0,09 \quad \delta_W = -0,611 \pm 0,08$
- Таблица 10 $\delta_p = -0,137 \pm 0,09 \quad \delta^{(\ominus)}_W = -0,631 \pm 0,08$
- Таблица 11 $\delta_p = -0,174 \pm 0,08 \quad \delta^{(\ominus)}_W = -0,768 \pm 0,05$
- Таблица 12 $M_1 = (67,30 \pm 2,88) \text{ г} \quad \varepsilon_{M_1} = 4,28\% \quad \alpha = 0,95$
- $M_1 = (97,82 \pm 14,68) \text{ г} \quad \varepsilon_{M_1} = 15,01\% \quad \alpha = 0,95$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В результате проделанной работы мы обнаружили, что теоретическое значение относительного изменения энергии близко к экспериментальному в задании 1, а также массы тележек, вычисленные методом наименьших квадратов близки к фактическим.