Вариант 2

1. Мат индукция.

$$\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots\cdot (2n-1)}{2\cdot 4\cdot 6\cdot \ldots\cdot 2n} < \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$$

2. Предел последовательности

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{1}{n}-\frac{2}{n}+\frac{3}{n}-\cdots+\frac{(-1)^{n-1}n}{n}\right|;\ \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{(n+2)(n+1)}-\sqrt{(n-1)(n+3)}\right)$$

2. Доказать существование и найти предел

$$\mathrm{x}_1=\sqrt{12},\mathrm{x}_2=\sqrt{12+\sqrt{12}},\ldots,\mathrm{x}_\mathrm{n}=\sqrt{12+\sqrt{12+\cdots\sqrt{12}}},\mathrm{n}-\text{корней},\ldots$$

4. O-символика.

Пусть $x\to+\infty$ и $n>0$. Показать, что $O(x^n)+O(x^m)=O(x^n)$ $(n>m)$;

Пусть $x\to+\infty$. Доказать: $\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}\sim\sqrt{x}$

5. Предел функции

$$\lim_{x\to+0}\left(\sqrt{\frac{1}{x}+\sqrt{\frac{1}{x}+\sqrt{\frac{1}{x}}}}-\sqrt{\frac{1}{x}-\sqrt{\frac{1}{x}+\sqrt{\frac{1}{x}}}}\right);\ \lim_{x\to0}\left(2-3^{sin^2x}\right)^{\frac{1}{\ln(cosx)}}$$

6. Непрерывность

$$f(x)=\begin{cases}2x+5, x<0\\ x+1, 0\le x\le 4\\ 3+\sqrt{x}, x>4\end{cases}$$

Вариант 4

1. Мат индукция.

$$5^{n+2}+26\cdot 5^n+8^{2n+1}\ \text{кратно}\ 59$$

2. Предел последовательности

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}\right];\ \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2-6}{n^2+8}\right)^{1-n^2}$$

3.Доказать существование предела

$$x_n=1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}.$$

У к а з а н и е. Воспользоваться неравенством

$$\frac{1}{n^2}<\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\ (n=2,3,\ldots).$$

4. O-символика.

Пусть $x\to$ a. Показать, что $O(O(\mathrm{g(x)}))=O(\mathrm{g(x)})$;

Пусть $x\to0$. Доказать: $\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}\sim\sqrt[8]{x}$

5. Предел функции

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(1+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})}{\ln(1+\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x})};\ \lim_{x\to0}(1-xsin^2x)^{\frac{1}{ln(1+\pi x^3)}}$$

6. Непрерывность

$$f(x)=2x-\frac{x-2}{|x-2|}$$