

## Домашняя работа по дискретной математике №4

### Вариант 140

Работу выполнил: Петров Вячеслав Маркович, Р3108, поток 2

Работу проверил: Поляков Владимир Иванович

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0				1	1		4	4			5
e2		0				3		5	1		4	5
e3			0					5		2	3	
e4				0	5	2				5	4	2
e5	1			5	0			1				
e6	1	3		2		0	1		2	1	4	
e7						1	0	1	2	3	1	3
e8	4	5	5		1		1	0	1	4		4
e9	4	1				2	2	1	0		4	4
e10			2	5		1	3	4		0		
e11		4	3	4		4	1		4		0	5
e12	5	5		2			3	4	4		5	0

## Нахождение гамильтонова цикла

Включаем в  $S$  вершину  $x_1$ .  $S=\{x_1\}$

Возможная вершина:  $x_5$ .  $S=\{x_1, x_5\}$

Возможная вершина:  $x_4$ .  $S=\{x_1, x_5, x_4\}$

Возможная вершина:  $x_6$ .  $S=\{x_1, x_5, x_4, x_6\}$

Возможная вершина:  $x_2$ .  $S=\{x_1, x_5, x_4, x_6, x_2\}$

Возможная вершина:  $x_8$ .  $S=\{x_1, x_5, x_4, x_6, x_2, x_8\}$

Возможная вершина:  $x_3$ .  $S=\{x_1, x_5, x_4, x_6, x_2, x_8, x_3\}$

Возможная вершина:  $x_{10}$ .  $S=\{x_1, x_5, x_4, x_6, x_2, x_8, x_3, x_{10}\}$

Возможная вершина:  $x_7$ .  $S=\{x_1, x_5, x_4, x_6, x_2, x_8, x_3, x_{10}, x_7\}$

Возможная вершина:  $x_9$ .  $S=\{x_1, x_5, x_4, x_6, x_2, x_8, x_3, x_{10}, x_7, x_9\}$

Возможная вершина:  $x_{11}$ .  $S=\{x_1, x_5, x_4, x_6, x_2, x_8, x_3, x_{10}, x_7, x_9, x_{11}\}$

Возможная вершина:  $x_{12}$ .  $S=\{x_1, x_5, x_4, x_6, x_2, x_8, x_3, x_{10}, x_7, x_9, x_{11}, x_{12}\}$

Гамильтонов цикл найден.  $S=\{x_1, x_5, x_4, x_6, x_2, x_8, x_3, x_{10}, x_7, x_9, x_{11}, x_{12}\}$

## Матрица смежности с перенумерованными вершинами

<b>до перенумерации</b>	$x_1$	$x_5$	$x_4$	$x_6$	$x_2$	$x_8$	$x_3$	$x_{10}$	$x_7$	$x_9$	$x_{11}$	$x_{12}$
<b>после перенумерации</b>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$x_{11}$	$x_{12}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1
2	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1
4	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0
5	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1
6	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
7	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
8	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0
9	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1
10	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
11	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1
12	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0

## Построение графа пересечений $G'$

Определим  $p_{26}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{26}$ .

Ребро  $(x_2x_6)$  пересекается с  $(x_1x_4)$

Определим  $p_{312}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{312}$ .

Ребро  $(x_3x_{12})$  пересекается с  $(x_1x_4), (x_1x_6), (x_1x_{10}), (x_2x_6)$

Определим  $p_{311}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{311}$ .

Ребро  $(x_3x_{11})$  пересекается с  $(x_1x_4), (x_1x_6), (x_1x_{10}), (x_2x_6)$

Определим  $p_{38}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{38}$ .

Ребро  $(x_3x_8)$  пересекается с  $(x_1x_4), (x_1x_6), (x_2x_6)$

Определим  $p_{411}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{411}$ .

Ребро  $(x_4x_{11})$  пересекается с  $(x_1x_6), (x_1x_{10}), (x_2x_6), (x_3x_8)$

Определим  $p_{410}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{410}$ .

Ребро  $(x_4x_{10})$  пересекается с  $(x_1x_6), (x_2x_6), (x_3x_8)$

Определим  $p_{49}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{49}$ .

Ребро  $(x_4x_9)$  пересекается с  $(x_1x_6), (x_2x_6), (x_3x_8)$

Определим  $p_{48}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{48}$ .

Ребро  $(x_4x_8)$  пересекается с  $(x_1x_6), (x_2x_6)$

Определим  $p_{512}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{512}$ .

Ребро  $(x_5x_{12})$  пересекается с  $(x_1x_6), (x_1x_{10}), (x_2x_6), (x_3x_8), (x_3x_{11}), (x_4x_8), (x_4x_9), (x_4x_{10}), (x_4x_{11})$

Определим  $p_{511}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{511}$ .

Ребро  $(x_5x_{11})$  пересекается с  $(x_1x_6), (x_1x_{10}), (x_2x_6), (x_3x_8), (x_4x_8), (x_4x_9), (x_4x_{10})$

Определим  $p_{510}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{510}$ .

Ребро  $(x_5x_{10})$  пересекается с  $(x_1x_6), (x_2x_6), (x_3x_8), (x_4x_8), (x_4x_9)$

Определим  $p_{612}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{612}$ .

Ребро  $(x_6x_{12})$  пересекается с  $(x_1x_{10}), (x_3x_8), (x_3x_{11}), (x_4x_8), (x_4x_9), (x_4x_{10}), (x_4x_{11}), (x_5x_{10}), (x_5x_{11})$  15 пересечений графа найдено, закончим поиск.

	$p_{14}$	$p_{26}$	$p_{312}$	$p_{16}$	$p_{110}$	$p_{311}$	$p_{38}$	$p_{411}$	$p_{410}$	$p_{49}$	$p_{48}$	$p_{512}$	$p_{511}$	$p_{510}$	$p_{612}$
$p_{14}$	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{26}$	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
$p_{312}$	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{16}$	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
$p_{110}$	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1
$p_{311}$	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
$p_{38}$	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
$p_{411}$	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
$p_{410}$	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1
$p_{49}$	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1
$p_{48}$	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
$p_{512}$	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
$p_{511}$	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1
$p_{510}$	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1
$p_{612}$	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1

## Построение семейства $\psi G$

В 1 строке ищем первый нулевой элемент -  $r_1 4$ . Записываем дизъюнкцию

$M1\ 4=r_1v_4=111001100000000v_0011011111111110=1111011111111110$

В строке  $M1\ 4$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{5,15\}$ . Записываем

дизъюнкцию  $M1\ 4\ 5=M1\ 4v_5=1111011111111110v_001011010001101=1111111111111111$

В строке  $M1\ 4\ 5$  все 1. Построено  $\psi_1=\{u_1\ 4, u_1\ 6, u_1\ 10\}$  Записываем дизъюнкцию

$M1\ 4\ 15=M1\ 4v_{15}=1111011111111110v_000011111110111=1111111111111111$

В строке  $M1\ 4\ 15$  все 1. Построено  $\psi_2=\{u_1\ 4, u_1\ 6, u_1\ 12\}$  Записываем дизъюнкцию

$M1\ 5=r_1v_5=111001100000000v_001011010001101=111011110001101$

В строке  $M1\ 5$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{9,10,11,14\}$ . Записываем

дизъюнкцию  $M1\ 5\ 9=M1\ 5v_9=111011110001101v_010100101001101=111111111001101$

В строке  $M1\ 5\ 9$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{10,11,14\}$ . Записываем

дизъюнкцию  $M1\ 5\ 9\ 10=M1\ 5\ 9v_{10}=111111111001101v_010100100101111=111111111101111$

В строке  $M1\ 5\ 9\ 10$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{11\}$ . Записываем

дизъюнкцию  $M1\ 5\ 9\ 10\ 11=M1\ 5\ 9\ 10v_{11}=111111111101111v_010100000011111=111111111111111$

В строке  $M1\ 5\ 9\ 10\ 11$  все 1. Построено  $\psi_3=\{u_1\ 4, u_1\ 10, u_4\ 10, u_4\ 9, u_4\ 8\}$  Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 5\ 9\ 11=M1\ 5\ 9vr11=111111111001101v010100000011111=111111111011111$

В строке  $M1\ 5\ 9\ 11$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 5\ 9\ 14=M1\ 5\ 9vr14=111111111001101v010100100110011=111111111111111$

В строке  $M1\ 5\ 9\ 14$  все 1. Построено  $\psi_4=\{u_1\ 4, u_1\ 10, u_4\ 10, u_5\ 10\}$  Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 5\ 10=M1\ 5vr10=111011110001101v010100100101111=111111110101111$

В строке  $M1\ 5\ 10$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{11\}$ . Строка 11 не закрывает ноль на 9 позиции. Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 5\ 11=M1\ 5vr11=111011110001101v010100000011111=1111111110011111$

В строке  $M1\ 5\ 11$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 5\ 14=M1\ 5vr14=111011110001101v010100100110011=111111110111111$

В строке  $M1\ 5\ 14$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 8=r1vr8=111001100000000v010110110001001=111111110001001$

В строке  $M1\ 8$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{9,10,11,13,14\}$ . Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 8\ 9=M1\ 8vr9=111111110001001v010100101001101=111111111001101$

В строке  $M1\ 8\ 9$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{10,11,14\}$ . Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 8\ 9\ 10=M1\ 8\ 9vr10=111111111001101v010100100101111=111111111101111$

В строке  $M1\ 8\ 9\ 10$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{11\}$ . Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 8\ 9\ 10\ 11=M1\ 8\ 9\ 10vr11=111111111101111v010100000011111=111111111111111$

В строке  $M1\ 8\ 9\ 10\ 11$  все 1. Построено  $\psi_5=\{u_1\ 4, u_4\ 11, u_4\ 10, u_4\ 9, u_4\ 8\}$  Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 8\ 9\ 11=M1\ 8\ 9vr11=111111111001101v010100000011111=111111111011111$

В строке  $M1\ 8\ 9\ 11$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 8\ 9\ 14=M1\ 8\ 9vr14=111111111001101v010100100110011=111111111111111$

В строке  $M1\ 8\ 9\ 14$  все 1. Построено  $\psi_6=\{u_1\ 4, u_4\ 11, u_4\ 10, u_5\ 10\}$  Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 8\ 10=M1\ 8vr10=111111110001001v010100100101111=111111110101111$

В строке  $M1\ 8\ 10$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{11\}$ . Строка 11 не закрывает ноль на 9 позиции. Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 8\ 11=M1\ 8vr11=111111110001001v010100000011111=1111111110011111$

В строке  $M1\ 8\ 11$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 8\ 13=M1\ 8vr13=111111110001001v010110101110101=111111111111101$

В строке  $M1\ 8\ 13$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14\}$ . Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 8\ 13\ 14=M1\ 8\ 13vr14=111111111111101v010100100110011=111111111111111$

В строке  $M1\ 8\ 13\ 14$  все 1. Построено  $\psi_7=\{u_1\ 4, u_4\ 11, u_5\ 11, u_5\ 10\}$  Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 8\ 14=M1\ 8vr14=111111110001001v010100100110011=111111110111011$

В строке  $M1\ 8\ 14$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  
 $M1\ 9=r1vr9=111001100000000v010100101001101=111101101001101$

В строке  $M1\ 9$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{10,11,14\}$ . Строки 10, 11, 14 не закроют нули на позициях 5, 8 Записываем дизъюнкцию

$M1\ 10=r1\vee r10=111001100000000\vee 010100100101111=111101100101111$

В строке  $M1\ 10$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{11\}$ . Строка 11 не закрывает нули на позициях 5, 8, 9 Записываем дизъюнкцию

$M1\ 11=r1\vee r11=111001100000000\vee 010100000011111=111101100011111$

В строке  $M1\ 11$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M1\ 12=r1\vee r12=111001100000000\vee 010111111111000=111111111111000$

В строке  $M1\ 12$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{13,14,15\}$ . Записываем дизъюнкцию  $M1\ 12\ 13=M1\ 12\vee r13=111111111111000\vee 010110101110101=111111111111101$

В строке  $M1\ 12\ 13$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14\}$ . Записываем дизъюнкцию  $M1\ 12\ 13\ 14=M1\ 12\ 13\vee r14=111111111111101\vee 010100100110011=111111111111111$

В строке  $M1\ 12\ 13\ 14$  все 1. Построено  $\psi_8=\{u_1\ 4, u_5\ 12, u_5\ 11, u_5\ 10\}$  Записываем дизъюнкцию

$M1\ 12\ 14=M1\ 12\vee r14=111111111111000\vee 010100100110011=111111111111011$

В строке  $M1\ 12\ 14$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M1\ 12\ 15=M1\ 12\vee r15=111111111111000\vee 000011111110111=111111111111111$

В строке  $M1\ 12\ 15$  все 1. Построено  $\psi_9=\{u_1\ 4, u_5\ 12, u_6\ 12\}$  Записываем дизъюнкцию

$M1\ 13=r1\vee r13=111001100000000\vee 010110101110101=111111101110101$

В строке  $M1\ 13$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14\}$ . Строка 14 не закрывает нули на позициях 8, 12 Записываем дизъюнкцию

$M1\ 14=r1\vee r14=111001100000000\vee 010100100110011=111101100110011$

В строке  $M1\ 14$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M1\ 15=r1\vee r15=111001100000000\vee 000011111110111=111011111110111$

В строке  $M1\ 15$  остались незакрытые 0. В 2 строке ищем первый нулевой элемент -  $r2\ 4$ . Записываем дизъюнкцию  $M2\ 4=r2\vee r4=111001111111110\vee 001101111111110=111101111111110$

В строке  $M2\ 4$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{5,15\}$ . Записываем дизъюнкцию  $M2\ 4\ 5=M2\ 4\vee r5=111101111111110\vee 001011010001101=111111111111111$

В строке  $M2\ 4\ 5$  все 1. Построено  $\psi_{10}=\{u_2\ 6, u_1\ 6, u_1\ 10\}$  Записываем дизъюнкцию

$M2\ 4\ 15=M2\ 4\vee r15=111101111111110\vee 000011111110111=111111111111111$

В строке  $M2\ 4\ 15$  все 1. Построено  $\psi_{11}=\{u_2\ 6, u_1\ 6, u_6\ 12\}$  Записываем дизъюнкцию

$M2\ 5=r2\vee r5=111001111111110\vee 001011010001101=111011111111111$

В строке  $M2\ 5$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M2\ 15=r2\vee r15=111001111111110\vee 000011111110111=111011111111111$

В строке  $M2\ 15$  остались незакрытые 0. В 3 строке ищем первый нулевой элемент -  $r3\ 6$ . Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6=r3\vee r6=111110000000000\vee 110111000001001=111111000001001$

В строке  $M3\ 6$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{7,8,9,10,11,13,14\}$ .

Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 7=M3\ 6\vee r7=111111000001001\vee 110100111101111=111111111101111$

В строке  $M3\ 6\ 7$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{11\}$ . Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 7\ 11=M3\ 6\ 7vr11=111111111101111V010100000011111=11111111111111$

В строке  $M3\ 6\ 7\ 11$  все 1. Построено  $\psi_{12}=\{u3\ 12, u3\ 11, u3\ 8, u4\ 8\}$  Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 8=M3\ 6vr8=111111000001001V010110110001001=111111110001001$

В строке  $M3\ 6\ 8$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{9,10,11,13,14\}$ . Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 8\ 9=M3\ 6\ 8vr9=111111110001001V010100101001101=111111111001101$

В строке  $M3\ 6\ 8\ 9$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{10,11,14\}$ . Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 8\ 9\ 10=M3\ 6\ 8\ 9vr10=111111111001101V010100100101111=11111111101111$

В строке  $M3\ 6\ 8\ 9\ 10$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{11\}$ . Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 8\ 9\ 10\ 11=M3\ 6\ 8\ 9\ 10vr11=111111111101111V010100000011111=11111111111111$

В строке  $M3\ 6\ 8\ 9\ 10\ 11$  все 1. Построено  $\psi_{13}=\{u3\ 12, u3\ 11, u4\ 11, u4\ 10, u4\ 9, u4\ 8\}$  Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 8\ 9\ 11=M3\ 6\ 8\ 9vr11=111111111001101V010100000011111=11111111101111$

В строке  $M3\ 6\ 8\ 9\ 11$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 8\ 9\ 14=M3\ 6\ 8\ 9vr14=111111111001101V010100100110011=11111111111111$

В строке  $M3\ 6\ 8\ 9\ 14$  все 1. Построено  $\psi_{14}=\{u3\ 12, u3\ 11, u4\ 11, u4\ 10, u5\ 10\}$  Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 8\ 10=M3\ 6\ 8vr10=111111110001001V010100100101111=1111111110101111$

В строке  $M3\ 6\ 8\ 10$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{11\}$ . Строка 11 не закрывает ноль на 9 позиции. Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 8\ 11=M3\ 6\ 8vr11=111111110001001V010100000011111=1111111110011111$

В строке  $M3\ 6\ 8\ 11$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 8\ 13=M3\ 6\ 8vr13=111111110001001V010110101110101=111111111111101$

В строке  $M3\ 6\ 8\ 13$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14\}$ . Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 8\ 13\ 14=M3\ 6\ 8\ 13vr14=111111111111101V010100100110011=11111111111111$

В строке  $M3\ 6\ 8\ 13\ 14$  все 1. Построено  $\psi_{15}=\{u3\ 12, u3\ 11, u4\ 11, u5\ 11, u5\ 10\}$  Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 8\ 14=M3\ 6\ 8vr14=111111110001001V010100100110011=1111111110111011$

В строке  $M3\ 6\ 8\ 14$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 9=M3\ 6vr9=111111000001001V010100101001101=111111101001101$

В строке  $M3\ 6\ 9$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{10,11,14\}$ . Строки 10, 11, 14 не закроют ноль на 8 позиции. Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 10=M3\ 6vr10=111111000001001V010100100101111=111111100101111$

В строке  $M3\ 6\ 10$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{11\}$ . Строка 11 не закрывает нули на позициях 8, 9 Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 11=M3\ 6vr11=111111000001001V010100000011111=111111000011111$

В строке  $M3\ 6\ 11$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 13=M3\ 6vr13=111111000001001V010110101110101=111111101111101$

В строке  $M3\ 6\ 13$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14\}$ . Строка 14 не закрывает ноль на 8 позиции. Записываем дизъюнкцию  $M3\ 6\ 14=M3\ 6vr14=111111000001001V010100100110011=111111100111011$

В строке  $M3\ 6\ 14$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  
 $M3\ 7=r3\vee r7=1111100000000000\vee 110100111101111=111110111101111$

В строке  $M3\ 7$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{11\}$ . Строка 11 не закроет ноль на 6 позиции. Записываем дизъюнкцию  
 $M3\ 8=r3\vee r8=1111100000000000\vee 010110110001001=111110110001001$

В строке  $M3\ 8$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{9,10,11,13,14\}$ . Строки 9, 10, 11, 13, 14 не закроют ноль на 6 позиции. Записываем дизъюнкцию  
 $M3\ 9=r3\vee r9=1111100000000000\vee 010100101001101=111110101001101$

В строке  $M3\ 9$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{10,11,14\}$ . Строки 10, 11, 14 не закроют нули на позициях 6, 8 Записываем дизъюнкцию  
 $M3\ 10=r3\vee r10=1111100000000000\vee 010100100101111=111110100101111$

В строке  $M3\ 10$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{11\}$ . Строка 11 не закроет нули на позициях 6, 8, 9 Записываем дизъюнкцию  
 $M3\ 11=r3\vee r11=1111100000000000\vee 010100000011111=111110000011111$

В строке  $M3\ 11$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  
 $M3\ 12=r3\vee r12=1111100000000000\vee 010111111111000=111111111111000$

В строке  $M3\ 12$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{13,14,15\}$ . Записываем дизъюнкцию  $M3\ 12\ 13=M3\ 12\vee r13=111111111111000\vee 010110101110101=111111111111101$

В строке  $M3\ 12\ 13$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14\}$ . Записываем дизъюнкцию  $M3\ 12\ 13\ 14=M3\ 12\ 13\vee r14=11111111111101\vee 010100100110011=111111111111111$

В строке  $M3\ 12\ 13\ 14$  все 1. Построено  $\psi_{16}=\{u_3\ 12, u_5\ 12, u_5\ 11, u_5\ 10\}$  Записываем дизъюнкцию  
 $M3\ 12\ 14=M3\ 12\vee r14=111111111111000\vee 010100100110011=111111111111011$

В строке  $M3\ 12\ 14$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  
 $M3\ 12\ 15=M3\ 12\vee r15=111111111111000\vee 00001111110111=111111111111111$

В строке  $M3\ 12\ 15$  все 1. Построено  $\psi_{17}=\{u_3\ 12, u_5\ 12, u_6\ 12\}$  Записываем дизъюнкцию  
 $M3\ 13=r3\vee r13=1111100000000000\vee 010110101110101=111110101110101$

В строке  $M3\ 13$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14\}$ . Строка 14 не закроет нули на позициях 6, 8, 12 Записываем дизъюнкцию  
 $M3\ 14=r3\vee r14=1111100000000000\vee 010100100110011=111110100110011$

В строке  $M3\ 14$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  
 $M3\ 15=r3\vee r15=1111100000000000\vee 00001111110111=111111111110111$

В строке  $M3\ 15$  остались незакрытые 0. В 4 строке ищем первый нулевой элемент -  $r_4\ 5$ . Записываем дизъюнкцию  $M4\ 5=r4\vee r5=001101111111110\vee 001011010001101=001111111111111$

В строке  $M4\ 5$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию  
 $M4\ 15=r4\vee r15=001101111111110\vee 00001111110111=001111111111111$

В строке  $M4\ 15$  остались незакрытые 0. В 5 строке ищем первый нулевой элемент -  $r_5\ 7$ . Записываем дизъюнкцию  $M5\ 7=r5\vee r7=001011010001101\vee 110100111101111=111111111101111$

В строке  $M5\ 7$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{11\}$ . Записываем дизъюнкцию  $M5\ 7\ 11=M5\ 7\vee r11=111111111101111\vee 010100000011111=111111111111111$

В строке  $M5\ 7\ 11$  все 1. Построено  $\psi_{18}=\{u_1\ 10, u_3\ 8, u_4\ 8\}$  Записываем дизъюнкцию

$M5\ 9=r5\vee r9=0010111010001101\vee 010100101001101=011111111001101$

В строке  $M5\ 9$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{10,11,14\}$ . Строки 10, 11, 14 не закроют ноль на 1 позиции. Записываем дизъюнкцию

$M5\ 10=r5\vee r10=0010111010001101\vee 010100100101111=0111111110101111$

В строке  $M5\ 10$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{11\}$ . Строка 11 не закроет нули на позициях 1, 9 Записываем дизъюнкцию

$M5\ 11=r5\vee r11=0010111010001101\vee 010100000011111=0111111010011111$

В строке  $M5\ 11$  остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M5\ 14=r5\vee r14=0010111010001101\vee 010100100110011=011111110111111$

В строке  $M5\ 14$  остались незакрытые 0. Из матрицы  $R(G')$  видно, что строки с номерами  $j > 5$  не смогут закрыть ноль в позиции 3. Семейство максимальных внутренне устойчивых множеств  $\psi G$  построено. Это:

$\psi_1=\{u_1\ 4, u_1\ 6, u_1\ 10\}$

$\psi_2=\{u_1\ 4, u_1\ 6, u_6\ 12\}$

$\psi_3=\{u_1\ 4, u_1\ 10, u_4\ 10, u_4\ 9, u_4\ 8\}$

$\psi_4=\{u_1\ 4, u_1\ 10, u_4\ 10, u_5\ 10\}$

$\psi_5=\{u_1\ 4, u_4\ 11, u_4\ 10, u_4\ 9, u_4\ 8\}$

$\psi_6=\{u_1\ 4, u_4\ 11, u_4\ 10, u_5\ 10\}$

$\psi_7=\{u_1\ 4, u_4\ 11, u_5\ 11, u_5\ 10\}$

$\psi_8=\{u_1\ 4, u_5\ 12, u_5\ 11, u_5\ 10\}$

$\psi_9=\{u_1\ 4, u_5\ 12, u_6\ 12\}$

$\psi_{10}=\{u_2\ 6, u_1\ 6, u_1\ 10\}$

$\psi_{11}=\{u_2\ 6, u_1\ 6, u_6\ 12\}$

$\psi_{12}=\{u_3\ 12, u_3\ 11, u_3\ 8, u_4\ 8\}$

$\psi_{13}=\{u_3\ 12, u_3\ 11, u_4\ 11, u_4\ 10, u_4\ 9, u_4\ 8\}$

$\psi_{14}=\{u_3\ 12, u_3\ 11, u_4\ 11, u_4\ 10, u_5\ 10\}$

$\psi_{15}=\{u_3\ 12, u_3\ 11, u_4\ 11, u_5\ 11, u_5\ 10\}$

$\psi_{16}=\{u_3\ 12, u_5\ 12, u_5\ 11, u_5\ 10\}$

$\psi_{17}=\{u_3\ 12, u_5\ 12, u_6\ 12\}$

$\psi_{18}=\{u_1\ 10, u_3\ 8, u_4\ 8\}$

## Выделение из $G'$ максимального двудольного подграфа $H'$

Для каждой пары множеств вычислим значение критерия  $\alpha\gamma\beta=|\psi\gamma|+|\psi\beta|-|\psi\gamma\cap\psi\beta|$ :

$\alpha_{12}=|\psi_1|+|\psi_2|-|\psi_1\cap\psi_2|=3+3-2=4$

$\alpha_{13}=|\psi_1|+|\psi_3|-|\psi_1\cap\psi_3|=3+5-2=6$



$$\alpha_{14}=|\psi_1|+|\psi_4|-|\psi_1\cap\psi_4|=3+4-2=5$$

$$\alpha_{15}=|\psi_1|+|\psi_5|-|\psi_1\cap\psi_5|=3+5-1=7$$

$$\alpha_{16}=|\psi_1|+|\psi_6|-|\psi_1\cap\psi_6|=3+4-1=6$$

$$\alpha_{17}=|\psi_1|+|\psi_7|-|\psi_1\cap\psi_7|=3+4-1=6$$

$$\alpha_{18}=|\psi_1|+|\psi_8|-|\psi_1\cap\psi_8|=3+4-1=6$$

$$\alpha_{19}=|\psi_1|+|\psi_9|-|\psi_1\cap\psi_9|=3+3-1=5$$

$$\alpha_{110}=|\psi_1|+|\psi_{10}|-|\psi_1\cap\psi_{10}|=3+3-2=4$$

$$\alpha_{111}=|\psi_1|+|\psi_{11}|-|\psi_1\cap\psi_{11}|=3+3-1=5$$

$$\alpha_{112}=|\psi_1|+|\psi_{12}|-|\psi_1\cap\psi_{12}|=3+4-0=7$$

$$\alpha_{113}=|\psi_1|+|\psi_{13}|-|\psi_1\cap\psi_{13}|=3+6-0=9$$

$$\alpha_{114}=|\psi_1|+|\psi_{14}|-|\psi_1\cap\psi_{14}|=3+5-0=8$$

$$\alpha_{115}=|\psi_1|+|\psi_{15}|-|\psi_1\cap\psi_{15}|=3+5-0=8$$

$$\alpha_{116}=|\psi_1|+|\psi_{16}|-|\psi_1\cap\psi_{16}|=3+4-0=7$$

$$\alpha_{117}=|\psi_1|+|\psi_{17}|-|\psi_1\cap\psi_{17}|=3+3-0=6$$

$$\alpha_{118}=|\psi_1|+|\psi_{18}|-|\psi_1\cap\psi_{18}|=3+3-1=5$$

$$\alpha_{23}=|\psi_2|+|\psi_3|-|\psi_2\cap\psi_3|=3+5-1=7$$

$$\alpha_{24}=|\psi_2|+|\psi_4|-|\psi_2\cap\psi_4|=3+4-1=6$$

$$\alpha_{25}=|\psi_2|+|\psi_5|-|\psi_2\cap\psi_5|=3+5-1=7$$

$$\alpha_{26}=|\psi_2|+|\psi_6|-|\psi_2\cap\psi_6|=3+4-1=6$$

$$\alpha_{27}=|\psi_2|+|\psi_7|-|\psi_2\cap\psi_7|=3+4-1=6$$

$$\alpha_{28}=|\psi_2|+|\psi_8|-|\psi_2\cap\psi_8|=3+4-1=6$$

$$\alpha_{29}=|\psi_2|+|\psi_9|-|\psi_2\cap\psi_9|=3+3-2=4$$

$$\alpha_{210}=|\psi_2|+|\psi_{10}|-|\psi_2\cap\psi_{10}|=3+3-1=5$$

$$\alpha_{211}=|\psi_2|+|\psi_{11}|-|\psi_2\cap\psi_{11}|=3+3-2=4$$

$$\alpha_{212}=|\psi_2|+|\psi_{12}|-|\psi_2\cap\psi_{12}|=3+4-0=7$$

$$\alpha_{213}=|\psi_2|+|\psi_{13}|-|\psi_2\cap\psi_{13}|=3+6-0=9$$

$$\alpha_{214}=|\psi_2|+|\psi_{14}|-|\psi_2\cap\psi_{14}|=3+5-0=8$$

$$\alpha_{215}=|\psi_2|+|\psi_{15}|-|\psi_2\cap\psi_{15}|=3+5-0=8$$

$$\alpha_{216}=|\psi_2|+|\psi_{16}|-|\psi_2\cap\psi_{16}|=3+4-0=7$$

$$\alpha_{217}=|\psi_2|+|\psi_{17}|-|\psi_2\cap\psi_{17}|=3+3-1=5$$

$$\alpha_{218}=|\psi_2|+|\psi_{18}|-|\psi_2\cap\psi_{18}|=3+3-0=6$$

$$\alpha_{34}=|\psi_3|+|\psi_4|-|\psi_3\cap\psi_4|=5+4-3=6$$

$$\alpha_{35}=|\psi_3|+|\psi_5|-|\psi_3\cap\psi_5|=5+5-4=6$$

$$\alpha_{36}=|\psi_3|+|\psi_6|-|\psi_3\cap\psi_6|=5+4-2=7$$

$$\alpha_{37}=|\psi_3|+|\psi_7|-|\psi_3\cap\psi_7|=5+4-1=8$$

$$\alpha_{38}=|\psi_3|+|\psi_8|-|\psi_3\cap\psi_8|=5+4-1=8$$

$$\alpha_{39}=|\psi_3|+|\psi_9|-|\psi_3\cap\psi_9|=5+3-1=7$$

$$\alpha_{310}=|\psi_3|+|\psi_{10}|-|\psi_3\cap\psi_{10}|=5+3-1=7$$

$$\alpha_{311}=|\psi_3|+|\psi_{11}|-|\psi_3\cap\psi_{11}|=5+3-0=8$$

$$\alpha_{312}=|\psi_3|+|\psi_{12}|-|\psi_3\cap\psi_{12}|=5+4-1=8$$

$$\alpha_{313}=|\psi_3|+|\psi_{13}|-|\psi_3\cap\psi_{13}|=5+6-3=8$$

$$\alpha_{314}=|\psi_3|+|\psi_{14}|-|\psi_3\cap\psi_{14}|=5+5-1=9$$

$$\alpha_{315}=|\psi_3|+|\psi_{15}|-|\psi_3\cap\psi_{15}|=5+5-0=10$$

$$\alpha_{316}=|\psi_3|+|\psi_{16}|-|\psi_3\cap\psi_{16}|=5+4-0=9$$

$$\alpha_{317}=|\psi_3|+|\psi_{17}|-|\psi_3\cap\psi_{17}|=5+3-0=8$$

$$\alpha_{318}=|\psi_3|+|\psi_{18}|-|\psi_3\cap\psi_{18}|=5+3-2=6$$

$$\alpha_{45}=|\psi_4|+|\psi_5|-|\psi_4\cap\psi_5|=4+5-2=7$$

$$\alpha_{46}=|\psi_4|+|\psi_6|-|\psi_4\cap\psi_6|=4+4-3=5$$

$$\alpha_{47}=|\psi_4|+|\psi_7|-|\psi_4\cap\psi_7|=4+4-2=6$$

$$\alpha_{48}=|\psi_4|+|\psi_8|-|\psi_4\cap\psi_8|=4+4-2=6$$

$$\alpha_{49}=|\psi_4|+|\psi_9|-|\psi_4\cap\psi_9|=4+3-1=6$$

$$\alpha_{410}=|\psi_4|+|\psi_{10}|-|\psi_4\cap\psi_{10}|=4+3-1=6$$

$$\alpha_{411}=|\psi_4|+|\psi_{11}|-|\psi_4\cap\psi_{11}|=4+3-0=7$$

$$\alpha_{412}=|\psi_4|+|\psi_{12}|-|\psi_4\cap\psi_{12}|=4+4-0=8$$

$$\alpha_{413}=|\psi_4|+|\psi_{13}|-|\psi_4\cap\psi_{13}|=4+6-1=9$$

$$\alpha_{414}=|\psi_4|+|\psi_{14}|-|\psi_4\cap\psi_{14}|=4+5-2=7$$

$$\alpha_{415}=|\psi_4|+|\psi_{15}|-|\psi_4\cap\psi_{15}|=4+5-1=8$$

$$\alpha_{416}=|\psi_4|+|\psi_{16}|-|\psi_4\cap\psi_{16}|=4+4-1=7$$

$$\alpha_{417}=|\psi_4|+|\psi_{17}|-|\psi_4\cap\psi_{17}|=4+3-0=7$$

$$\alpha_{418}=|\psi_4|+|\psi_{18}|-|\psi_4\cap\psi_{18}|=4+3-1=6$$

$$\alpha_{56}=|\psi_5|+|\psi_6|-|\psi_5\cap\psi_6|=5+4-3=6$$

$$\alpha_{57}=|\psi_5|+|\psi_7|-|\psi_5\cap\psi_7|=5+4-2=7$$

$$\alpha_{58}=|\psi_5|+|\psi_8|-|\psi_5\cap\psi_8|=5+4-1=8$$

$$\alpha_{59}=|\psi_5|+|\psi_9|-|\psi_5\cap\psi_9|=5+3-1=7$$

$$\alpha_{510}=|\psi_5|+|\psi_{10}|-|\psi_5\cap\psi_{10}|=5+3-0=8$$

$$\alpha_{511}=|\psi_5|+|\psi_{11}|-|\psi_5\cap\psi_{11}|=5+3-0=8$$

$$\alpha_{512}=|\psi_5|+|\psi_{12}|-|\psi_5\cap\psi_{12}|=5+4-1=8$$

$$\alpha_{513}=|\psi_5|+|\psi_{13}|-|\psi_5\cap\psi_{13}|=5+6-4=7$$

$$\alpha_{514}=|\psi_5|+|\psi_{14}|-|\psi_5\cap\psi_{14}|=5+5-2=8$$

$$\alpha_{515}=|\psi_5|+|\psi_{15}|-|\psi_5\cap\psi_{15}|=5+5-1=9$$

$$\alpha_{516}=|\psi_5|+|\psi_{16}|-|\psi_5\cap\psi_{16}|=5+4-0=9$$

$$\alpha_{517}=|\psi_5|+|\psi_{17}|-|\psi_5\cap\psi_{17}|=5+3-0=8$$

$$\alpha_{518}=|\psi_5|+|\psi_{18}|-|\psi_5\cap\psi_{18}|=5+3-1=7$$

$$\alpha_{67}=|\psi_6|+|\psi_7|-|\psi_6\cap\psi_7|=4+4-3=5$$

$$\alpha_{68}=|\psi_6|+|\psi_8|-|\psi_6\cap\psi_8|=4+4-2=6$$

$$\alpha_{69}=|\psi_6|+|\psi_9|-|\psi_6\cap\psi_9|=4+3-1=6$$

$$\alpha_{610}=|\psi_6|+|\psi_{10}|-|\psi_6\cap\psi_{10}|=4+3-0=7$$

$$\alpha_{611}=|\psi_6|+|\psi_{11}|-|\psi_6\cap\psi_{11}|=4+3-0=7$$

$$\alpha_{612}=|\psi_6|+|\psi_{12}|-|\psi_6\cap\psi_{12}|=4+4-0=8$$

$$\alpha_{613}=|\psi_6|+|\psi_{13}|-|\psi_6\cap\psi_{13}|=4+6-2=8$$

$$\alpha_{614}=|\psi_6|+|\psi_{14}|-|\psi_6\cap\psi_{14}|=4+5-3=6$$

$$\alpha_{615}=|\psi_6|+|\psi_{15}|-|\psi_6\cap\psi_{15}|=4+5-2=7$$

$$\alpha_{616}=|\psi_6|+|\psi_{16}|-|\psi_6\cap\psi_{16}|=4+4-1=7$$

$$\alpha_{617}=|\psi_6|+|\psi_{17}|-|\psi_6\cap\psi_{17}|=4+3-0=7$$

$$\alpha_{618}=|\psi_6|+|\psi_{18}|-|\psi_6\cap\psi_{18}|=4+3-0=7$$

$$\alpha_{78}=|\psi_7|+|\psi_8|-|\psi_7\cap\psi_8|=4+4-3=5$$

$$\alpha_{79}=|\psi_7|+|\psi_9|-|\psi_7\cap\psi_9|=4+3-1=6$$

$$\alpha_{710}=|\psi_7|+|\psi_{10}|-|\psi_7\cap\psi_{10}|=4+3-0=7$$

$$\alpha_{711}=|\psi_7|+|\psi_{11}|-|\psi_7\cap\psi_{11}|=4+3-0=7$$

$$\alpha_{712}=|\psi_7|+|\psi_{12}|-|\psi_7\cap\psi_{12}|=4+4-0=8$$

$$\alpha_{713}=|\psi_7|+|\psi_{13}|-|\psi_7\cap\psi_{13}|=4+6-1=9$$

$$\alpha_{714}=|\psi_7|+|\psi_{14}|-|\psi_7\cap\psi_{14}|=4+5-2=7$$

$$\alpha_{715}=|\psi_7|+|\psi_{15}|-|\psi_7\cap\psi_{15}|=4+5-3=6$$

$$\alpha_{716}=|\psi_7|+|\psi_{16}|-|\psi_7\cap\psi_{16}|=4+4-2=6$$

$$\alpha_{717}=|\psi_7|+|\psi_{17}|-|\psi_7\cap\psi_{17}|=4+3-0=7$$

$$\alpha_{718}=|\psi_7|+|\psi_{18}|-|\psi_7\cap\psi_{18}|=4+3-0=7$$

$$\alpha_{89}=|\psi_8|+|\psi_9|-|\psi_8\cap\psi_9|=4+3-2=5$$

$$\alpha_{810}=|\psi_8|+|\psi_{10}|-|\psi_8\cap\psi_{10}|=4+3-0=7$$

$$\alpha_{811}=|\psi_8|+|\psi_{11}|-|\psi_8\cap\psi_{11}|=4+3-0=7$$

$$\alpha_{812}=|\psi_8|+|\psi_{12}|-|\psi_8\cap\psi_{12}|=4+4-0=8$$

$$\alpha_{813}=|\psi_8|+|\psi_{13}|-|\psi_8\cap\psi_{13}|=4+6-0=10$$

$$\alpha_{814}=|\psi_8|+|\psi_{14}|-|\psi_8\cap\psi_{14}|=4+5-1=8$$

$$\alpha_{815}=|\psi_8|+|\psi_{15}|-|\psi_8\cap\psi_{15}|=4+5-2=7$$

$$\alpha_{816}=|\psi_8|+|\psi_{16}|-|\psi_8\cap\psi_{16}|=4+4-3=5$$

$$\alpha_{817}=|\psi_8|+|\psi_{17}|-|\psi_8\cap\psi_{17}|=4+3-1=6$$

$$\alpha_{818}=|\psi_8|+|\psi_{18}|-|\psi_8\cap\psi_{18}|=4+3-0=7$$

$$\alpha_{910}=|\psi_9|+|\psi_{10}|-|\psi_9\cap\psi_{10}|=3+3-0=6$$

$$\alpha_{911}=|\psi_9|+|\psi_{11}|-|\psi_9\cap\psi_{11}|=3+3-1=5$$

$$\alpha_{912}=|\psi_9|+|\psi_{12}|-|\psi_9\cap\psi_{12}|=3+4-0=7$$

$$\alpha_{913}=|\psi_9|+|\psi_{13}|-|\psi_9\cap\psi_{13}|=3+6-0=9$$

$$\alpha_{914}=|\psi_9|+|\psi_{14}|-|\psi_9\cap\psi_{14}|=3+5-0=8$$

$$\alpha_{915}=|\psi_9|+|\psi_{15}|-|\psi_9\cap\psi_{15}|=3+5-0=8$$

$$\alpha_{916}=|\psi_9|+|\psi_{16}|-|\psi_9\cap\psi_{16}|=3+4-1=6$$

$$\alpha_{917}=|\psi_9|+|\psi_{17}|-|\psi_9\cap\psi_{17}|=3+3-2=4$$

$$\alpha_{918}=|\psi_9|+|\psi_{18}|-|\psi_9\cap\psi_{18}|=3+3-0=6$$

$$\alpha_{1011}=|\psi_{10}|+|\psi_{11}|-|\psi_{10}\cap\psi_{11}|=3+3-2=4$$

$$\alpha_{1012}=|\psi_{10}|+|\psi_{12}|-|\psi_{10}\cap\psi_{12}|=3+4-0=7$$

$$\alpha_{1013}=|\psi_{10}|+|\psi_{13}|-|\psi_{10}\cap\psi_{13}|=3+6-0=9$$

$$\alpha_{1014}=|\psi_{10}|+|\psi_{14}|-|\psi_{10}\cap\psi_{14}|=3+5-0=8$$

$$\alpha_{1015}=|\psi_{10}|+|\psi_{15}|-|\psi_{10}\cap\psi_{15}|=3+5-0=8$$

$$\alpha_{1016}=|\psi_{10}|+|\psi_{16}|-|\psi_{10}\cap\psi_{16}|=3+4-0=7$$

$$\alpha_{1017}=|\psi_{10}|+|\psi_{17}|-|\psi_{10}\cap\psi_{17}|=3+3-0=6$$

$$\alpha_{1018}=|\psi_{10}|+|\psi_{18}|-|\psi_{10}\cap\psi_{18}|=3+3-1=5$$

$$\alpha_{1112}=|\psi_{11}|+|\psi_{12}|-|\psi_{11}\cap\psi_{12}|=3+4-0=7$$

$$\alpha_{1113}=|\psi_{11}|+|\psi_{13}|-|\psi_{11}\cap\psi_{13}|=3+6-0=9$$

$$\alpha_{1114}=|\psi_{11}|+|\psi_{14}|-|\psi_{11}\cap\psi_{14}|=3+5-0=8$$

$$\alpha_{1115}=|\psi_{11}|+|\psi_{15}|-|\psi_{11}\cap\psi_{15}|=3+5-0=8$$

$$\alpha_{1116}=|\psi_{11}|+|\psi_{16}|-|\psi_{11}\cap\psi_{16}|=3+4-0=7$$

$$\begin{aligned}\alpha_{1117} &= |\psi_{11}| + |\psi_{17}| - |\psi_{11} \cap \psi_{17}| = 3+3-1=5 \\ \alpha_{1118} &= |\psi_{11}| + |\psi_{18}| - |\psi_{11} \cap \psi_{18}| = 3+3-0=6 \\ \alpha_{1213} &= |\psi_{12}| + |\psi_{13}| - |\psi_{12} \cap \psi_{13}| = 4+6-3=7 \\ \alpha_{1214} &= |\psi_{12}| + |\psi_{14}| - |\psi_{12} \cap \psi_{14}| = 4+5-2=7 \\ \alpha_{1215} &= |\psi_{12}| + |\psi_{15}| - |\psi_{12} \cap \psi_{15}| = 4+5-2=7 \\ \alpha_{1216} &= |\psi_{12}| + |\psi_{16}| - |\psi_{12} \cap \psi_{16}| = 4+4-1=7 \\ \alpha_{1217} &= |\psi_{12}| + |\psi_{17}| - |\psi_{12} \cap \psi_{17}| = 4+3-1=6 \\ \alpha_{1218} &= |\psi_{12}| + |\psi_{18}| - |\psi_{12} \cap \psi_{18}| = 4+3-2=5 \\ \alpha_{1314} &= |\psi_{13}| + |\psi_{14}| - |\psi_{13} \cap \psi_{14}| = 6+5-4=7 \\ \alpha_{1315} &= |\psi_{13}| + |\psi_{15}| - |\psi_{13} \cap \psi_{15}| = 6+5-3=8 \\ \alpha_{1316} &= |\psi_{13}| + |\psi_{16}| - |\psi_{13} \cap \psi_{16}| = 6+4-1=9 \\ \alpha_{1317} &= |\psi_{13}| + |\psi_{17}| - |\psi_{13} \cap \psi_{17}| = 6+3-1=8 \\ \alpha_{1318} &= |\psi_{13}| + |\psi_{18}| - |\psi_{13} \cap \psi_{18}| = 6+3-1=8 \\ \alpha_{1415} &= |\psi_{14}| + |\psi_{15}| - |\psi_{14} \cap \psi_{15}| = 5+5-4=6 \\ \alpha_{1416} &= |\psi_{14}| + |\psi_{16}| - |\psi_{14} \cap \psi_{16}| = 5+4-2=7 \\ \alpha_{1417} &= |\psi_{14}| + |\psi_{17}| - |\psi_{14} \cap \psi_{17}| = 5+3-1=7 \\ \alpha_{1418} &= |\psi_{14}| + |\psi_{18}| - |\psi_{14} \cap \psi_{18}| = 5+3-0=8 \\ \alpha_{1516} &= |\psi_{15}| + |\psi_{16}| - |\psi_{15} \cap \psi_{16}| = 5+4-3=6 \\ \alpha_{1517} &= |\psi_{15}| + |\psi_{17}| - |\psi_{15} \cap \psi_{17}| = 5+3-1=7 \\ \alpha_{1518} &= |\psi_{15}| + |\psi_{18}| - |\psi_{15} \cap \psi_{18}| = 5+3-0=8 \\ \alpha_{1617} &= |\psi_{16}| + |\psi_{17}| - |\psi_{16} \cap \psi_{17}| = 4+3-2=5 \\ \alpha_{1618} &= |\psi_{16}| + |\psi_{18}| - |\psi_{16} \cap \psi_{18}| = 4+3-0=7 \\ \alpha_{1718} &= |\psi_{17}| + |\psi_{18}| - |\psi_{17} \cap \psi_{18}| = 3+3-0=6\end{aligned}$$

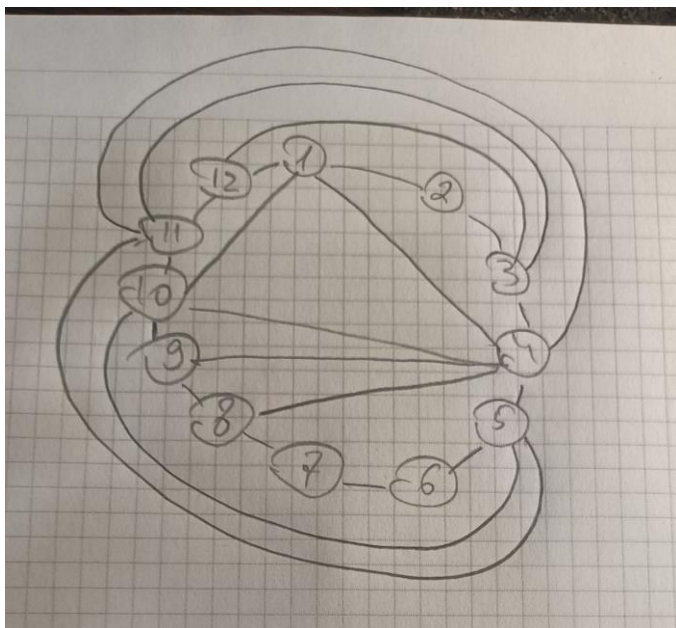
-	4	6	5	7	6	6	6	5	4	5	7	9	8	8	7	6	5
-	-	7	6	7	6	6	6	4	5	4	7	9	8	8	7	5	6
-	-	-	6	6	7	8	8	7	7	8	8	8	9	10	9	8	6
-	-	-	-	7	5	6	6	6	6	7	8	9	7	8	7	7	6
-	-	-	-	-	6	7	8	7	8	8	8	7	8	9	9	8	7
-	-	-	-	-	-	5	6	6	7	7	8	8	6	7	7	7	7
-	-	-	-	-	-	-	5	6	7	7	8	9	7	6	6	7	7
-	-	-	-	-	-	-	-	5	7	7	8	10	8	7	5	6	7
-	-	-	-	-	-	-	-	-	6	5	7	9	8	8	6	4	6
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4	7	9	8	8	7	6	5
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7	9	8	8	7	5	6
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7	7	7	7	6	5

-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7	8	9	8	8
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6	7	7	8
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6	7	8
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5	7
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6

$\text{Max}(\alpha\gamma\beta) = \alpha 315 = 10$  дает пара множеств  $\psi_3 \psi_{15}$

$\psi_3 = \{u_1 4, u_1 10, u_4 10, u_4 9, u_4 8\}$

$\psi_{15} = \{u_3 12, u_3 11, u_4 11, u_5 11, u_5 10\}$



$\psi_1 = \{u_1 6\}$

$\psi_2 = \{u_1 6, u_6 12\}$

$\psi_3 = \{\}$

$\psi_4 = \{\}$

$\psi_5 = \{\}$

$\psi_6 = \{\}$

$\psi_7 = \{\}$

$\psi_8 = \{u_5 12\}$

$\psi_9 = \{u_5 12, u_6 12\}$

$\psi_{10} = \{u_2 6, u_1 6\}$

$\psi_{11} = \{u_2 6, u_1 6, u_6 12\}$

$\psi_{12} = \{u_3 8\}$

$\psi_{13} = \{\}$

$\psi_{14} = \{\}$

$\psi_{15} = \{\}$

$$\psi_{16} = \{u_5 12\}$$

$$\psi_{17} = \{u_5 12, u_6 12\}$$

$$\psi_{18} = \{u_3 8\}$$

Уберем пустые и дублирующие множества.

$$\psi_1 = \{u_1 6\}$$

$$\psi_2 = \{u_1 6, u_6 12\}$$

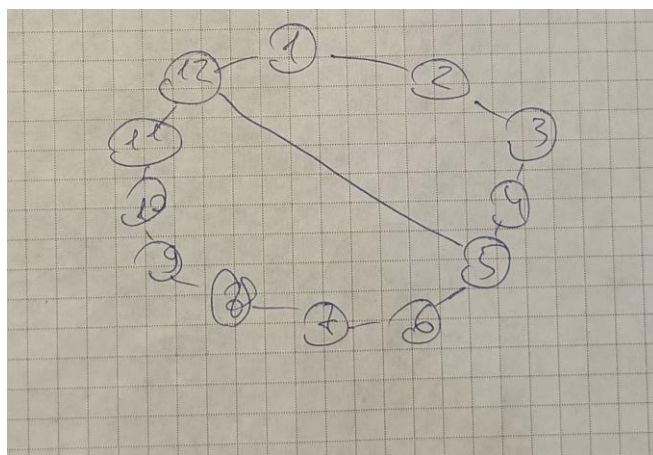
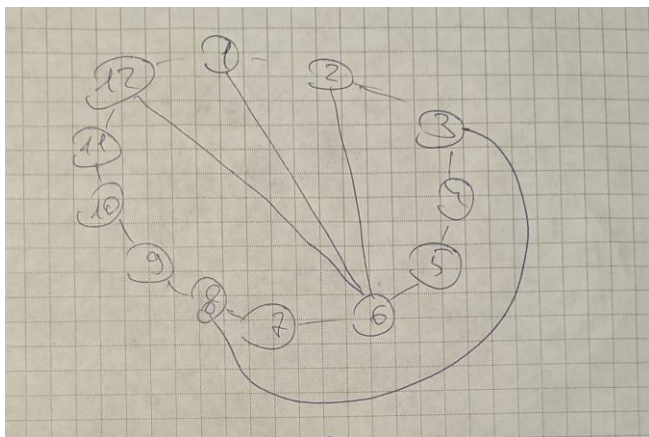
$$\psi_8 = \{u_5 12\}$$

$$\psi_9 = \{u_5 12, u_6 12\}$$

$$\psi_{10} = \{u_2 6, u_1 6\}$$

$$\psi_{11} = \{u_2 6, u_1 6, u_6 12\}$$

$$\psi_{12} = \{u_3 8\}$$



Удаляем из  $\Psi G'$  ребра, вошедшие в  $\psi_3, \psi_{15}$

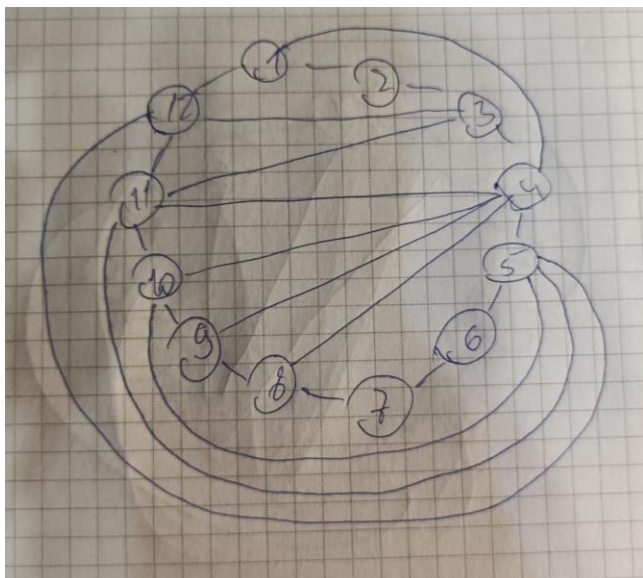
В  $\Psi G'$  пусто – граф планаризирован

В данном случае нельзя построить планаризированный граф без вычитания каких-либо рёбер, поэтому из остаточных ребер строим другой сурграф

Также  $\text{Max}(\alpha\gamma\beta) = \alpha 813 = 10$  дает пара множеств  $\psi_8 \psi_{13}$

$$\psi_8 = \{u_1 4, u_5 12, u_5 11, u_5 10\}$$

$$\psi_{13} = \{u_3 12, u_3 11, u_4 11, u_4 10, u_4 9, u_4 8\}$$



$$\psi_1 = \{u_1 6, u_1 10\}$$

$$\psi_2 = \{u_1 6, u_6 12\}$$

$$\psi_3 = \{u_1 10\}$$

$$\psi_4 = \{u_1 10\}$$

$$\psi_5 = \{\}$$

$$\psi_6 = \{\}$$

$$\psi_7 = \{\}$$

$$\psi_8 = \{\}$$

$$\psi_9 = \{u_6 12\}$$

$$\psi_{10} = \{u_2 6, u_1 6, u_1 10\}$$

$$\psi_{11} = \{u_2 6, u_1 6, u_6 12\}$$

$$\psi_{12} = \{u_3 8\}$$

$$\psi_{13} = \{\}$$

$$\psi_{14} = \{\}$$

$$\psi_{15} = \{\}$$

$$\psi_{16} = \{\}$$

$$\psi_{17} = \{u_6 12\}$$

$$\psi_{18} = \{u_1 10, u_3 8\}$$

Уберем пустые и дублирующие множества.

$$\psi_1 = \{u_1 6, u_1 10\}$$

$$\psi_2 = \{u_1 6, u_6 12\}$$

$$\psi_3 = \{u_1 10\}$$



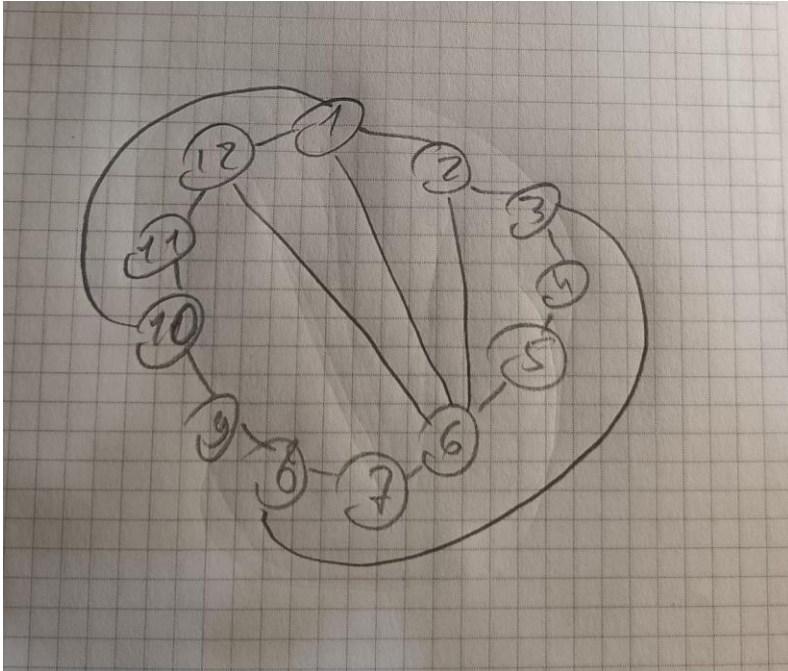
$\psi_9 = \{u_6, 12\}$

$\psi_{10} = \{u_2, 6, u_1, 6, u_1, 10\}$

$\psi_{11} = \{u_2, 6, u_1, 6, u_6, 12\}$

$\psi_{12} = \{u_3, 8\}$

$\psi_{18} = \{u_1, 10, u_3, 8\}$



Удаляем из  $\Psi G'$  ребра, вошедшие в  $\psi_8, \psi_{13}$

В  $\Psi G'$  пусто – граф планаризирован

При текущих условиях (при ограниченном количестве замененных ребер) толщина графа равняется двум.