

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа № 2

Синтез помехоустойчивого кода

Вариант 93

Выполнил:

Петров Вячеслав Маркович Р3108

Проверил:

Балакшин Павел Валерьевич

Кандидат технических наук, ординарный доцент факультета ПИиКТ

Санкт-Петербург 2023

Содержание

Задание	3
Основные этапы вычисления.....	4
1. Задание 1 – №77.....	4
2. Задание 2 – №7.....	4
3. Задание 3 – №49.....	5
4. Задание 4 – №38.....	6
5. Задание 5 – №91.....	6
6. Задание 6 – № $(77 + 7 + 49 + 38 + 91) * 4 = 1048$	7
7. Задание 7 - Программа	7
8. Задание 8 – Схема декодирования классического кода Хэмминга (7, 4)	8
Заключение.....	10
Список использованных источников	11

Задание

1. Определить свой вариант задания с помощью номера в ISU (он же номер студенческого билета). Вариантом является комбинация 3-й и 5-й цифр. Т.е. если номер в ISU = 123456, то вариант = 35.
2. На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.
3. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.
4. Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
5. На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода.
6. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.
7. Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
8. Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.
9. Дополнительное задание №1 (позволяет набрать от 86 до 100 процентов от максимального числа баллов БаРС за данную лабораторную). Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

Основные этапы вычисления

1. Задание 1 – №77

Построим таблицу входных битов (Таблица 1) и таблицу соответствия синдромов и конфигураций (Таблица 2).

Таблица 1

r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
0	1	1	1	1	0	1

$$s1 = r1 \oplus i1 \oplus i2 \oplus i4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s2 = r2 \oplus i1 \oplus i3 \oplus i4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s3 = r3 \oplus i2 \oplus i3 \oplus i4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

Таблица 2

	1	2	3	4	5	6	7	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	s ₃

$$s = (s_1, s_2, s_3) = 111 \Rightarrow \text{ошибка в символе } i_4$$

Правильное сообщение: 1100

2. Задание 2 – №7

Построим таблицу входных битов (Таблица 3) и таблицу соответствия синдромов и конфигураций (Таблица 4).

Таблица 3

r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
0	1	1	1	0	0	0

$$s1 = r1 \oplus i1 \oplus i2 \oplus i4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s2 = r2 \oplus i1 \oplus i3 \oplus i4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

Таблица 4

	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s_1
2	-	X	X	-	-	X	X	s_2
4	-	-	-	X	X	X	X	s_3

$$s = (s_1, s_2, s_3) = 101 \Rightarrow \text{ошибка в символе } i_2$$

Правильное сообщение: 1100

3. Задание 3 – №49

Построим таблицу входных битов (Таблица 5) и таблицу соответствия синдромов и конфигураций (Таблица 6).

Таблица 5

r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4
0	1	1	1	0	1	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

Таблица 6

	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s_1
2	-	X	X	-	-	X	X	s_2
4	-	-	-	X	X	X	X	s_3

$$s = (s_1, s_2, s_3) = 001 \Rightarrow \text{ошибка в символе } r_3$$

Правильное сообщение: 1011

4. Задание 4 – №38

Построим таблицу входных битов (**Error! Reference source not found.**) и таблицу соответствия синдромов и конфигураций (Таблица 8).

Таблица 7

r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
1	0	1	0	0	1	0

$$s1 = r1 \oplus i1 \oplus i2 \oplus i4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s2 = r2 \oplus i1 \oplus i3 \oplus i4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s3 = r3 \oplus i2 \oplus i3 \oplus i4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

Таблица 8

	1	2	3	4	5	6	7	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	s ₃

$$s = (s_1, s_2, s_3) = 001 \Rightarrow \text{ошибка в символе } r_3$$

Правильное сообщение: 1010

5. Задание 5 – №91

Построим таблицу входных битов (Таблица 9) и таблицу соответствия синдромов и конфигураций (Таблица 10).

Таблица 9

r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4	r4	i5	i6	i7	i8	i9	i10	i11
0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1

$$s1 = r1 \oplus i1 \oplus i2 \oplus i4 \oplus i5 \oplus i7 \oplus i9 \oplus i11 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s2 = r2 \oplus i1 \oplus i3 \oplus i4 \oplus i6 \oplus i7 \oplus i10 \oplus i11 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

Таблица 10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	r_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	S
1	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	s_1
2	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	s_2
4	-	-	-	X	X	X	X	-	-	-	-	X	X	X	X	s_3
8	-	-	-	-	-	-	-	X	X	X	X	X	X	X	X	s_4

$$s = (s_1, s_2, s_3, s_4) = 0101 \Rightarrow \text{ошибка в символе } i_7$$

Правильное сообщение: 11010111101

6. Задание 6 – № $(77 + 7 + 49 + 38 + 91) * 4 = 1048$

Информационных разрядов в передаваемом сообщении: 1048

Пусть будет r проверочных разрядов. Тогда всего бит в сообщении: $2^r - 1$, а информационных бит (т.е. разрядов) $2^r - r - 1$. Найдем r такое, что $2^{r-1} - (r - 1) - 1 < 1048 \leq 2^r - r - 1$

Подходит $r = 11$:

$$2^{11} - 11 - 1 = 2036 > 1048 > 1013 = 2^{10} - 10 - 1$$

Значит, коэффициент избыточности $= r / (i + r) = 11 / (1048 + 11) \approx 0,0103872$

Ответ: $r = 11$, коэффициент избыточности $\approx 0,0103872$

7. Задание 7 - Программа

Была написана программа, которая анализирует полученное сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии, листинг программы представлен ниже (Рисунок 1).

```

1  code = input("Введите код, который надо проверить (7 символов): ")
2  d = {'r1': code[0],
3      'r2': code[1],
4      'i1': code[2],
5      'r3': code[3],
6      'i2': code[4],
7      'i3': code[5],
8      'i4': code[6]}
9
10 ans = [code[2], code[4], code[5], code[6]]
11 s1 = (int(d['r1']) + int(d['i1']) + int(d['i2']) + int(d['i4'])) % 2
12 s2 = (int(d['r2']) + int(d['i1']) + int(d['i3']) + int(d['i4'])) % 2
13 s3 = (int(d['r3']) + int(d['i2']) + int(d['i3']) + int(d['i4'])) % 2
14
15 s = str(s3) + str(s2) + str(s1)
16 n = int(s, 2)
17 if n in [3, 5, 6, 7]:
18     if n == 3:
19         print('Ошибка в символе i1')
20         ans[0] = str(1 - int(ans[0]))
21     elif n == 5:
22         print('Ошибка в символе i2')
23         ans[1] = str(1 - int(ans[1]))
24     elif n == 6:
25         print('Ошибка в символе i3')
26         ans[2] = str(1 - int(ans[2]))
27     elif n == 7:
28         print('Ошибка в символе i4')
29         ans[3] = str(1 - int(ans[3]))
30 else:
31     if n == 1:
32         print('Ошибка в символе r1')
33     elif n == 2:
34         print('Ошибка в символе r2')
35     elif n == 4:
36         print('Ошибка в символе r3')
37     print('Нет ошибок в информационных битах')
38 print('Правильное сообщение - ' + ''.join(ans))

```

Рисунок 1 - Код программы

8. Задание 8 – Схема декодирования классического кода Хэмминга (7, 4)

Схема представлена ниже (Рисунок 2).

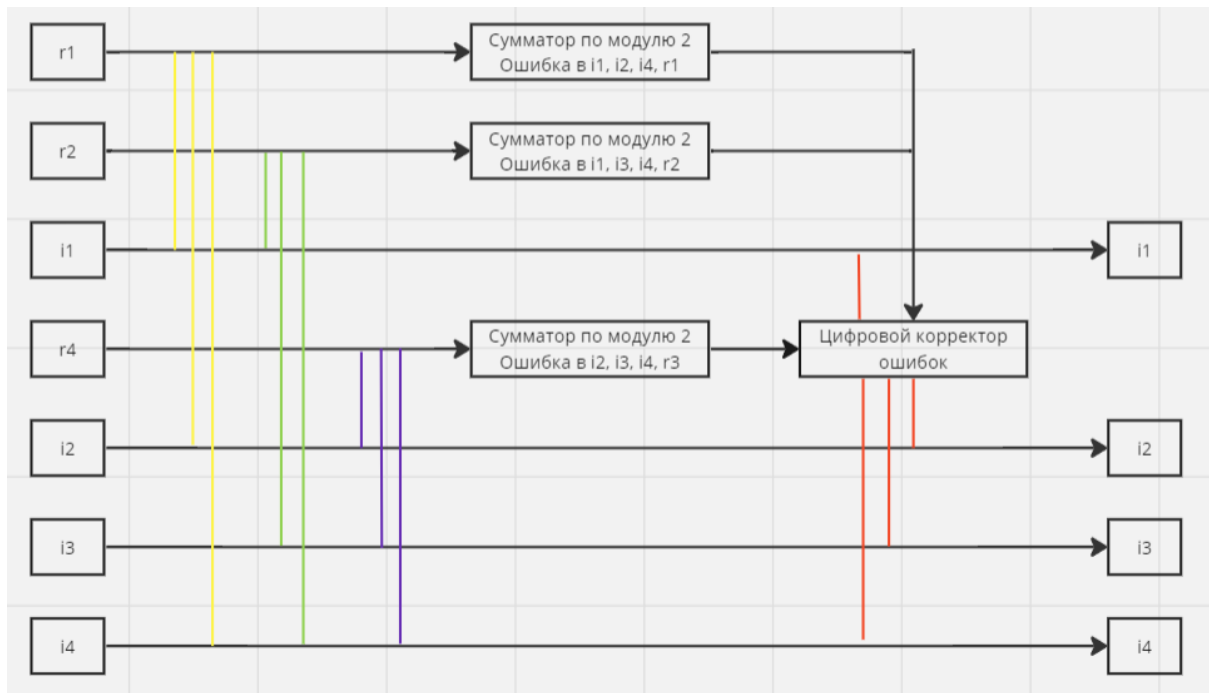


Рисунок 2 - Схема декодирования классического кода Хэмминга (7, 4)

Заключение

В процессе выполнения лабораторной работы я узнал, что такое код Хэмминга и как с ним взаимодействовать, также поработал в Word-файле с таблицами и подсветкой текста.

Список использованных источников

1. Теория кодирования и теория информации: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1983. – 176 с., ил.
2. Коды и устройства помехоустойчивого кодирования информации / сост. Королев А.И. – Мн.: , 2002. – с.286.