

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

По теме ...
Вариант: 92

Выполнил:
Студент группы Р3108
Петров Вячеслав Маркович
Принял:
Балакшин Павел валерьевич
Кандидат технических наук, ординарный доцент факультета ПИиКТ

Санкт-Петербург, 2021



С. Овчинников, И. Шарыгин

Решение неравенств с модулем

В этой заметке излагается приём, который, в некотором смысле, "автоматически" сводит решение неравенств, содержащих переменную под знаком модуля, к решению *систем* и *совокупностей* неравенств, где переменные уже свободны от знака модуля.

Пусть даны несколько неравенств - скажем, для простоты, два неравенства с одной (и той же) переменной:

$$f(x) > 0, \quad (1)$$

$$g(x) > 0. \quad (2)$$

Обозначим множество решений неравенства (1) через A , неравенства (2) - через B .

Если требуется, найти множество чисел, которые одновременно удовлетворяют неравенству (1) и неравенству (2), то есть найти пересечение $C = A \cap B$ множеств A и B , то неравенства (1), (2) соединяют фигурной скобкой

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

и называют *системой* неравенств ("Алгебра и начала анализа 10 п. 123).

Если же требуется найти множество чисел, удовлетворяющих неравенству (1) **или** неравенству (2), то есть объединение $D = A \cup B$ множеств A и B , то неравенства (1), (2) соединяют квадратной скобкой

$$\left[\begin{array}{l} f(x) > 0, \\ g(x) > 0. \end{array} \right.$$

и называют *совокупностью* неравенств *).

Повторим ещё раз: когда ищут пересечение - говорят "система"; когда ищут объединение - говорят "совокупность". В таблице

Система	Совокупность
пересечение	объединение
и	или

сведены три пары соответствующих друг другу понятий **).

При решении задач, как мы сейчас увидим, часто приходится рассматривать комбинации систем и совокупностей; чтобы избежать в таких случаях ошибок, следует аккуратно пользоваться введёнными выше обозначениями.

* *

*

Обычный приём решения неравенств, содержащих переменную под знаком модуля, - "раскрытие" модуля - состоит в следующем. Исходя из определения модуля

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0 \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

множество допустимых значений переменной разбивают на непересекающиеся подмножества, на каждом из которых все функции, содержащиеся под знаком модуля, сохраняют знак. После этого решение исходной задачи сводится к решению совокупности систем неравенств.

Пусть, например, требуется решить неравенство

$$|x - 1| + |x - 2| > 3 + x$$

*) Абсолютно аналогично определяется термин "система уравнений" ("Алгебра и начала анализа 10 п. 122).

**) Таблицу можно было бы продолжить парой терминов "конъюнкция - дизъюнкция"; об этих терминах см., например, "Квант 1971, № 4, с. 15, или 1947, № 12, с. 14, или 1975, № 1, с. 29.