

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Национальный исследовательский университет  
ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Курсовая работа  
По дискретной математике  
Часть 2  
Вариант 56

Выполнил:

Петров Вячеслав Маркович Р3108

Проверил:

Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург 2023

## Оглавление

Условие .....	3
Таблица истинности.....	3
Минимизация булевых функция на картах Карно.....	4
Преобразование системы булевых функций .....	6
Синтез многовыходной комбинационной схемы в булевом базисе .....	7

## Условие

Построить комбинационную схему, реализующую функцию  $C = A * B$ , где  $A$  — 3 битное беззнаковое число,  $B$  — 2 битное,  $C$  — 5 битное.

Таблица истинности

№	$a_1a_2a_3$	$b_1b_2$	$c_1c_2c_3c_4c_5$
0	000	00	00000
1	000	01	00000
2	000	10	00000
3	000	11	00000
4	001	00	00000
5	001	01	00001
6	001	10	00010
7	001	11	00011
8	010	00	00000
9	010	01	00010
10	010	10	00100
11	010	11	00110
12	011	00	00000
13	011	01	00011
14	011	10	00110
15	011	11	01001
16	100	00	00000
17	100	01	00100
18	100	10	01000
19	100	11	01100
20	101	00	00000
21	101	01	00101
22	101	10	01010
23	101	11	01111
24	110	00	00000
25	110	01	00110
26	110	10	01100
27	110	11	10010
28	111	00	00000
29	111	01	00111
30	111	10	01110
31	111	11	10101

## Минимизация булевых функций на картах Карно

$b_1b_2$

		$b_1b_2$			
		00	01	11	10
$a_2a_3$	00				
	01				
	11				
	10				

$a_1 = 0$

		$b_1b_2$			
		00	01	11	10
	00				
	01				
	11			1	
	10			1	

$a_1 = 1$

$$c_1 = a_1a_2b_1b_2 \quad (S_Q = 4)$$

$b_1b_2$

		$b_1b_2$			
		00	01	11	10
$a_2a_3$	00				
	01				
	11			1	
	10				

$a_1 = 0$

		00	01	11	10
	00			1	1
	01			1	1
	11				1
	10				1

$a_1 = 1$

$$c_2 = a_1b_1\overline{b_2} \vee a_1\overline{a_2}b_1 \vee \overline{a_1}a_2a_3b_1b_2 \quad (S_Q = 14)$$

$b_1b_2$

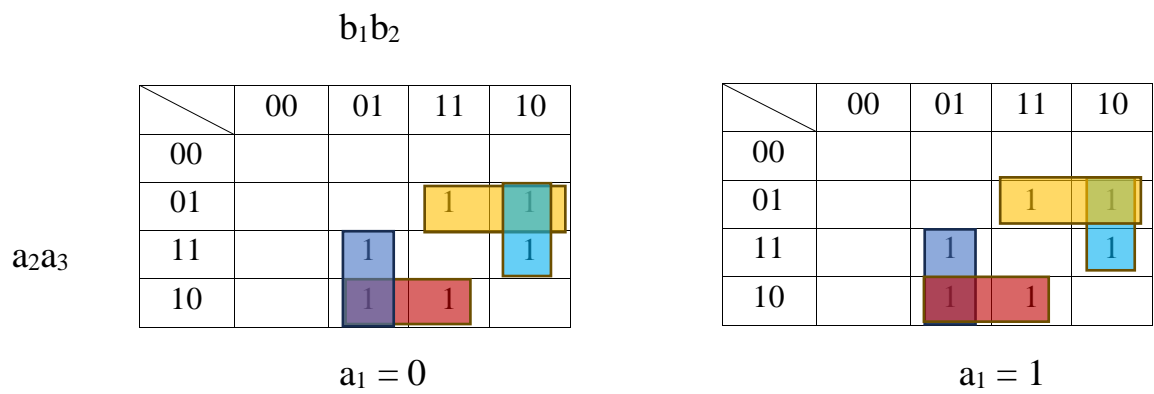
		$b_1b_2$			
		00	01	11	10
$a_2a_3$	00				
	01				
	11				1
	10			1	1

$a_1 = 0$

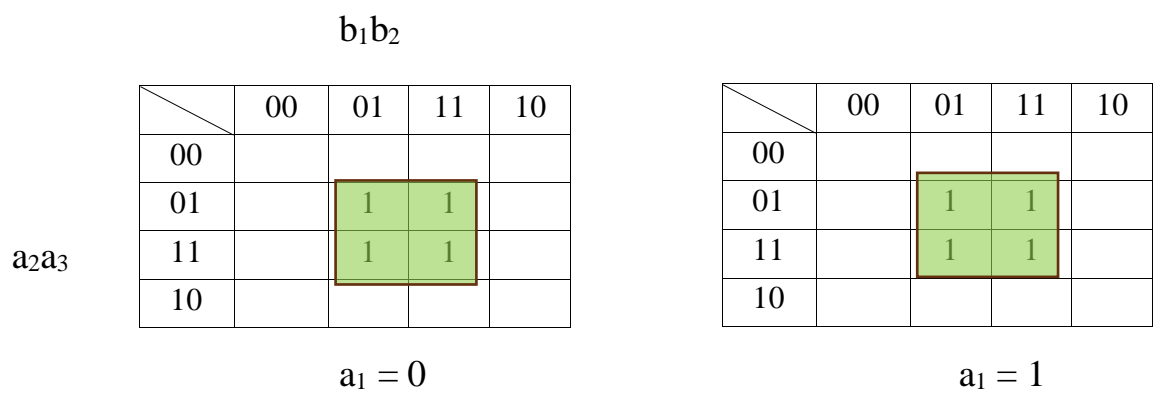
		00	01	11	10
	00		1	1	
	01		1	1	
	11		1	1	1
	10		1		1

$a_1 = 1$

$$c_3 = a_1b_1b_2 \vee a_1\overline{a_2}b_2 \vee a_1\overline{b_1}b_2 \vee a_2b_1\overline{b_2} \vee \overline{a_1}a_2\overline{a_3}b_1 \quad (S_Q = 21)$$



$$c_4 = a_2 \overline{a_3} b_2 \vee a_2 \overline{b_1} b_2 \vee a_3 b_1 \overline{b_2} \vee \overline{a_2} a_3 b_1 \quad (S_Q = 16)$$



$$c_5 = a_3 b_2 \quad (S_Q = 2)$$

## Преобразование системы булевых функций

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 = a_1 a_2 b_1 b_2 (S_Q = 4) \\ c_2 = a_1 b_1 \overline{b_2} \vee a_1 \overline{a_2} b_1 \vee \overline{a_1} a_2 a_3 b_1 b_2 (S_Q = 14) \\ c_3 = a_1 a_3 b_2 \vee a_1 \overline{a_2} b_2 \vee a_1 \overline{b_1} b_2 \vee a_2 b_1 \overline{b_2} \vee \overline{a_1} a_2 \overline{a_3} b_1 (S_Q = 21) \\ c_4 = a_2 \overline{a_3} b_2 \vee a_2 \overline{b_1} b_2 \vee a_3 b_1 \overline{b_2} \vee \overline{a_2} a_3 b_1 (S_Q = 16) \\ c_5 = a_3 b_2 (S_Q = 2) \end{array} \right.$$

Раздельная факторизация системы

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 = a_1 a_2 b_1 b_2 (S_Q = 4) \\ c_2 = a_1 b_1 (\overline{b_2} \vee \overline{a_2}) \vee \overline{a_1} a_2 a_3 b_1 b_2 (S_Q = 12) \\ c_3 = a_2 b_1 (\overline{b_2} \vee \overline{a_1} \overline{a_3}) \vee a_1 b_2 (\overline{a_2} \vee a_3 \vee \overline{b_1}) (S_Q = 15) \\ c_4 = a_3 b_1 (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) \vee a_2 b_2 (\overline{a_3} \vee \overline{b_1}) (S_Q = 22) \\ c_5 = a_3 b_2 (S_Q = 2) \end{array} \right.$$

Совместная декомпозиция

$$\Phi_0 = a_2 b_2, \overline{\Phi_0} = \overline{a_2} \vee \overline{b_2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_0 = a_2 b_2 (S_Q = 2) \\ c_1 = \Phi_0 a_1 b_1 (S_Q = 3) \\ c_2 = \overline{\Phi_0} a_1 b_1 \vee \Phi_0 \overline{a_1} a_3 b_1 (S_Q = 9) \\ c_3 = a_2 b_1 (\overline{b_2} \vee \overline{a_1} \overline{a_3}) \vee a_1 b_2 (\overline{a_2} \vee a_3 \vee \overline{b_1}) (S_Q = 15) \\ c_4 = \Phi_0 (\overline{a_3} \vee \overline{b_1}) \vee \overline{\Phi_0} a_3 b_1 (S_Q = 9) \\ c_5 = a_3 b_2 (S_Q = 2) \end{array} \right.$$

$$\Phi_1 = a_3 b_1, \overline{\Phi_1} = \overline{a_3} \vee \overline{b_1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_1 = a_3 b_1 (S_Q = 2) \\ \Phi_0 = a_2 b_2 (S_Q = 2) \\ c_1 = \Phi_0 a_1 b_1 (S_Q = 3) \\ c_2 = \Phi_0 \Phi_1 \overline{a_1} \vee \overline{\Phi_0} a_1 b_1 (S_Q = 8) \\ c_3 = a_2 b_1 (\overline{b_2} \vee \overline{a_1} \overline{a_3}) \vee a_1 b_2 (\overline{a_2} \vee a_3 \vee \overline{b_1}) (S_Q = 15) \\ c_4 = \Phi_0 \overline{\Phi_1} \vee \overline{\Phi_0} \Phi_1 (S_Q = 6) \\ c_5 = a_1 a_2 b_1 b_2 (S_Q = 2) \end{array} \right.$$

## Синтез многовыходной комбинационной схемы в булевом базисе

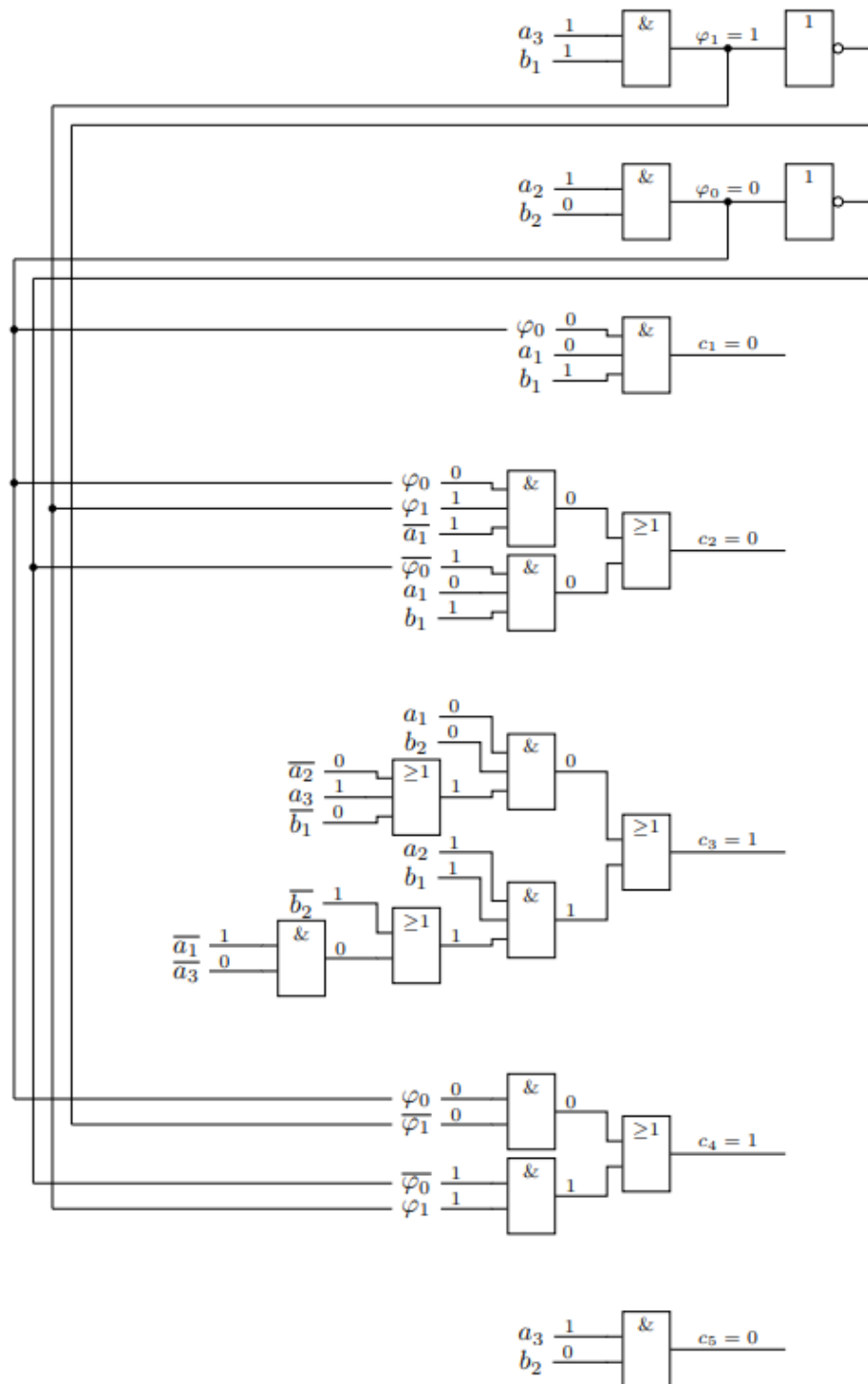
Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 0, a_2 = 1, a_3 = 1, b_1 = 1, b_2 = 0$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$c_1 = 0, c_2 = 0, c_3 = 1, c_4 = 1, c_5 = 0$$

$$\phi_1 = \phi_1, \phi_0 = \phi_0$$



$$S_Q = 40$$