Во всяком треугольнике квадрат стороны, стягивающей острый угол, меньше суммы квадратов сторон, содержащих этот угол, на дважды прямоугольник, заключенный между любой из этих сторон и отрезком, отсекаемым перпендикуляром из противоположного угла от этого отрезка или от продленного отрезка.

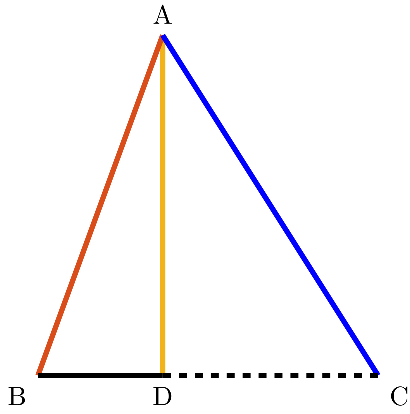
Первый случай

$\overline{CA}^2 < \overline{BC}^2 + \overline{AB}^2$ *на* $2 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{BD}$.

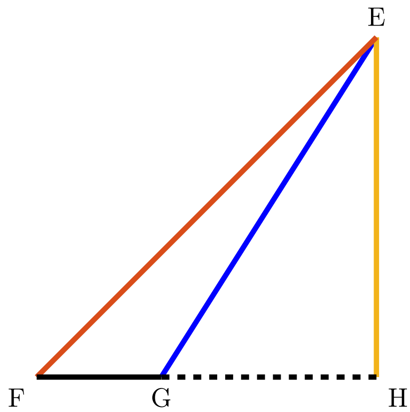
Второй случай

$\overline{BC}^2 < \overline{BF}^2 + \overline{FG}^2$ *на* $2 \cdot \overline{FG} \cdot \overline{FH}$.

Первый случай



Второй случай



Предположим, перпендикуляр падает внутри треугольника, тогда (пр. II.7)

$$\overline{BC}^2 + \overline{BD}^2 = 2 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{BD} + \overline{DC}^2,$$

к каждой добавим $\overline{AD}^2$, тогда

$$\overline{BC}^2 + \overline{BD}^2 + \overline{AD}^2 = 2 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{BD} + \overline{DC}^2 + \overline{AD}^2$$

∴(пр. I.47)

$$\overline{BC}^2 + \overline{AB}^2 = 2 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{BD} + \overline{CA}^2,$$

и ∴ $\overline{CA}^2 < \overline{BC}^2 + \overline{AB}^2$ на $2 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{DC}$

Теперь предположим, что перпендикуляр падает вовне треугольника, тогда (пр. II.7)

$$\overline{FH}^2 + \overline{FG}^2 = 2 \cdot \overline{FH} \cdot \overline{FG} + \overline{GH}^2,$$

к каждой добавим $\overline{HE}^2$, тогда

$$\overline{FH}^2 + \overline{FG}^2 + \overline{HE}^2 = 2 \cdot \overline{FH} \cdot \overline{FG} + \overline{GH}^2 + \overline{HE}^2$$

∴(пр. I.47) $\overline{EF}^2 + \overline{FG}^2 = 2 \cdot \overline{FH} \cdot \overline{FG} + \overline{EG}^2$,

∴ $\overline{EG}^2 < \overline{EF}^2 + \overline{FG}^2$ на $2 \cdot \overline{FH} \cdot \overline{FG}$.

ч.т.д.