Лабораторная работа №2. (часть 2)
Решение полной проблемы собственных значений с помощью QR-алгоритма

Задача. Реализовать в MATLAB классический QR-алгоритм для нахождения всех собственных значений с предварительным приведением матрицы к форме Хессенберга (функции hess и qr). Исследовать сходимость для вещественных и комплексно-сопряженных собственных значений

БАЗА (0) Создание матрицы. Нужно создать матрицу с известными с.ч.

Построение основано на свойстве подобного преобразования, которое не изменяет с.ч. матрицы.

1 способ. При помощи **невырожденной матрицы** B. Если есть диагональная матрица D (с с.ч. на диагонали), то у матрицы $A=B^{-1}DB$ будут те же самые с.ч. Матрица A в общем случае не будет симметричной. Положительная определенность зависит от знаков элементов диагональной матрицы D

2 способ. Создание **несимметричной** матрицы при помощи **ортогональной** матрицы Q. Если есть треугольная (верхняя или нижняя) матрица B (с с.ч. на диагонали), то у матрицы $A=Q^{T}BQ$ будут те же самые с.ч. и матрица при этом получится несимметричной

Ортогональная матрица Q создается или ортогональным разложением любой невырожденной матрицы или на основе произвольного вектора w преобразованием Хаусхолдера $Q=E\text{-}2ww^{T}/||w||^{2}$

МИНИМУМ (+1) При помощи QR-алгоритма найти собственные числа матрицы

– Создать матрицу A с действительным спектром

– Одна итерация это: Получение матриц Q (ортогональную) и R (верхнюю треугольную) разложением матрицы A (**`qr()`**). Вычисление следующей матрицы умножением R на Q:

[Q,R]: A=QR; A=RQ

– Окончание итераций: матрица становится верхнетреугольной, т.е. поддиагональные элементы меньше порогового значения – точности.

– Построить графики фактической точности и числа итераций от заданной точности (размер матрицы 10x10 и 100x100)

ДОСТАТОЧНО (+1) QR-алгоритм с предварительным приведением матрицы к форме Хессенберга

– Построенную матрицу привести к форме Хессенберга (**`hess()`**)

– Добавить на графики линии для приведенной матрицы

– Построить зависимость времени от размера матрицы для варианта приведенной матрицы и не приведенной

МАКСИМУМ (+1) При помощи QR-алгоритма найти комплексно-сопряженные собственные значения действительной матрицы

– При создании матрицы диагональную матрицу заменить на блочно-диагональную с блоками 2x2

– В условии выхода учесть, что сходимость будет к блочно-диагональной матрице