

Лабораторная работа №1.

Прямые методы решения больших разреженных СЛАУ MatLab

Разреженная матрица – совокупность схемы хранения данных в сочетании с соответствующим алгоритмом для выполнения необходимых действий

БАЗА (0)

1. Создание симметричных ПО матриц разреженной структуры

1.1. Создать матрицу 3×3 $a = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \\ 30 & 40 & 0 \end{pmatrix}$ обычным способом.		$A1 = [10, 0, 0; 0, 0, 20; 30, 40, 0]$
1.2. Преобразование полной матрицы в разреженную матрицу. Как она храниться?	sparse	$sA1 = \text{sparse}(a)$
1.3. Создание разреженной матрицы без предварительного создания полностью заполненной матрицы	sparse	$sA2 = \text{sparse}([1 \ 3 \ 3 \ 2], [1 \ 1 \ 2 \ 3], [10 \ 30 \ 40 \ 20], 3, 3)$
1.4. Преобразование разреженной матрицы в обычную	full	$a2 = \text{full}(sA2)$
1.5. Создание случайной разреженной матрицы. Последний аргумент – плотность, отношение ненулевых элементов к общему количеству элементов	sprand	$sB1 = \text{sprand}(10, 10, 1/30)$
1.6. Создание диагоналей разреженной матрицы. Арг.1 – матрица из диагоналей; арг.2 – вектор положений относительно главной диагонали; арг.3 и 4 - размерность	spdiags	$E = \text{ones}(10, 1)$ $D = \text{spdiags}(-E, 0, 10, 10)$
1.7. Создание разреженной единичной матрицы	speye	$sE = \text{speye}(10)$
1.8. Создание симметричной ПО разреженной матрицы. Арг. 1 – размерность, арг.2 – плотность, арг.3 – число обусловленности, арг.4 – определяет ПО матрицы	sprandsym	$sB2 = \text{sprandsym}(10, 1/30, 0.8, 1)$
1.9. Создание симметричной ПО матрицы по формуле $A = B + B^T + 100 E$, где B – случайная, E – единичная		

2. Работа с ненулевыми элементами разреженных матриц

2.1. Число ненулевых элементов	nnz	$\text{nnz}(A1)$
2.2. Вычисление функций от ненулевых элементов	spfun	$\text{spfun}(@\cos, A1)$
2.3. Визуализация разреженной матрицы	spy	$sC1 = \text{sprand}(100, 100, 1/100)$ $\text{spy}(sC1)$

3. Зачем нужно переупорядочивание

3.1. Создать матрицу с ненулевыми элементами на главной диагонали и в последнем столбце и последней строке обычным способом. Матрица должна быть симметричной и ПО. Размер матрицы от 5 до 10. Проверить визуально правильность созданной матрицы

3.2. Преобразовать матрицу в разреженную

3.3. Применить преобразование Холецкого (chol). Визуализировать полученную матрицу.

3.4. Создать матрицу с ненулевыми элементами на главной диагонали и в ПЕРВОМ столбце и ПЕРВОЙ строке обычным способом. Матрица должна быть симметричной и ПО. Размер матрицы от 5 до 10. Проверить визуально правильность созданной матрицы

3.5. Перевести матрицу в разреженную форму, применить преобразование Холецкого, визуализировать результат.

МИНИМУМ (+1)

4. Обратный алгоритм Катхилла-Макки

4.1. Создать случайную разреженную матрицу размерности 150 с плотностью 0,01 (лучше по формуле). Сколько у нее ненулевых элементов?

4.2. Применить разложение Холецкого

4.3. Найти матрицу перестановок по обратному алгоритму Катхилла-Макки – функция `symrcm`

4.4. Применить разложение Холецкого

4.5. Визуализировать все 4 получившиеся матрицы в одном окне

5. Алгоритм минимальной степени

Проделать аналогичные действия, используя для создания матрицы перестановок функцию `symamd`

ДОСТАТОЧНО (+1)

6. Построить зависимость заполнения множителей разложения Холецкого при применении `chol` к исходной матрице и к матрицам с переставленными строками и столбцами при помощи `symrcm` и `symamd`.

Размерность матрицы менять от 100 до 400. Плотность можно взять 0,01.

7. Что быстрее?

Определить время работы алгоритма при решении СЛАУ с разложением Холецкого без перестановок (А) и с перестановками(Б)

Создать цикл по плотности заполнения матрицы. Построить график времени от плотности

МАКСИМУМ (+1)

8. Перестроить зависимости заполнения и времени, создав усреднение результатов по нескольким матрицам одной размерности и одной плотности соответственно