

Feuille de TD 5 : Développements limités**Exercice 1. Quelques dérivées pour la forme**

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$x \mapsto (\sin x)^{\sqrt{3}} \quad x \mapsto \exp\left(\frac{1}{\ln x}\right) \quad x \mapsto (1-x) \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

Exercice 2. Calcul de DL, niveau 1

Donner les DL en 0 des fonctions suivantes, à l'ordre 4 :

$$\begin{aligned} r_1(x) &= xe^x & r_2(x) &= (x^5 + 3x + 2) \cos(x) \\ r_3(x) &= \frac{\sin(2x)}{1-x} & r_4(x) &= \frac{x^2 + 2x + 5}{6 + x^2} \end{aligned}$$

Exercice 3. Calcul de DL, niveau 2

Donner les DL en 0 des fonctions suivantes à l'ordre 3 :

$$\begin{aligned} f : x &\mapsto \exp(\sin(x)) \\ g : x &\mapsto \frac{\ln(\cos(x))}{\cos(x) - 1} \\ h : x &\mapsto (1 + \sin(x))^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

Exercice 4. Calcul de limite à l'aide de DL

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{e^{x^2} - 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{\ln(1-x) + x}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+x} + \frac{x}{2}}{x \ln(1+x)}$

Exercice 5. Calcul de DL en $a \neq 0$

Calculez le DL à l'ordre n des fonctions suivantes aux points indiqués :

$$\begin{aligned} t_1(x) &= \exp(3x) & a &= 1 \\ t_2(x) &= \cos x & a &= \frac{\pi}{2} \\ t_3(x) &= \frac{x^2}{\sin x} & a &= \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$