

**Feuille de TD 6 : Développements limités (suite)****Exercice 1. Calcul de DL**

Donner le développement limité en 0 des fonctions suivantes :

1.  $x \mapsto \ln(\cos(x))$  (à l'ordre 6).
2.  $x \mapsto \tan x$  (à l'ordre 7).
3.  $x \mapsto \sin(\tan x)$  (à l'ordre 7).
4.  $x \mapsto \ln(1 + x^2)^2$  (à l'ordre 4).

**Exercice 2. DL et graphe**

Etudier la position du graphe de l'application  $x \mapsto \ln(1 + x + x^2)$  par rapport à sa tangente en 0 et 1.

**Exercice 3. Intégration des DL**

1. Retrouver le développement limité en 0 à l'ordre  $n$  de la fonction  $x \mapsto \ln(1 + x)$  à partir de celui de la fonction  $x \mapsto \frac{1}{1+x}$ .
2. Donner le développement limité en 0 à l'ordre 10 de la fonction :  $x \mapsto \int_0^x \cos(t^2) dt$
3. Donner le développement limité en 0 à l'ordre 10 de la fonction :  $x \mapsto \int_x^{x^2} \frac{1}{\sqrt{1+t^4}} dt$

**Exercice 4. Dérivation des DL**

La fonction  $x \mapsto x + x^3 \sin(\frac{1}{x^2})$  (prolongée en 0 par la valeur 0) possède-t-elle un développement limité en 0 ? A quel ordre ? Sa dérivée admet-elle un développement limité en 0 ?

**Exercice 5. Caractère local des développements limités**

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction définie par  $f(x) = 0$  si  $x \leq 0$  et  $f(x) = e^{-1/x}$  sinon. Calculer le développement limité de  $f$  à tout ordre.