Feuille de TD 8 : Equations différentielles

Exercice 1. Equations différentielles homogènes du 1er ordre

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1.
$$y' = 5y \operatorname{sur} \mathbb{R}$$

2.
$$y' = xy \operatorname{sur} \mathbb{R}$$

3.
$$y' = \sin(x)y \operatorname{sur} \mathbb{R}$$

4.
$$y' = \frac{2}{r}y \text{ sur }]0, +\infty[$$

5.
$$y' = \frac{2}{x}y \text{ sur }]-\infty, 0[$$

6.
$$y' + \frac{y}{1+x^2} = 0 \text{ sur } \mathbb{R}$$

7.
$$y' - \frac{y}{\sqrt{1-x^2}} = 0 \text{ sur }]-1,1[$$

Exercice 2. Equations différentielles du 1er ordre avec second membre : cas simples

Résoudre les équations différentielles suivantes sur $\mathbb R$:

1.
$$y' = y + x$$

2.
$$y' = 2y + x^2 + x + 1$$

3.
$$y' = 2y + e^x$$

Exercice 3. Equations différentielles du 1er ordre avec second membre : cas général

Résoudre les équations différentielles suivantes $\mathbb R$:

1.
$$y' = xy + x$$

2.
$$y' - y \sin x = xe^{-\cos x}$$

3.
$$y' + y \tan x = \sin x \cos x$$

Exercice 4. Equations différentielles du 2nd ordre à coefficients constants

Résoudre les équations différentielles suivantes sur $\mathbb R$:

1.
$$y'' - y + 2 = 0$$

2.
$$y'' + 4y + 4 = 0$$

3.
$$y'' + 2x + 2 = 0$$

4.
$$y'' - y + 2 = x^2 + 1$$

5.
$$y'' - y + 2 = e^x$$

6.
$$u'' - u + 2 = e^x + x^2 + 1$$