

Feuille de TD 7 : Fonctions réciproques**Exercice 1. fonctions réciproques de fractions rationnelles**

Sur quels intervalles la fonction $f : x \mapsto \frac{x^3}{1+3x^4}$ admet-elle une réciproque. On définit f^{-1} comme la réciproque de f sur l'intervalle $[-1, 1]$. Sur quel ensemble f^{-1} est elle dérivable ? Calculer cette dérivée en $f(\frac{1}{2})$.

Exercice 2. fonctions trigonométriques et réciproques

Calculer $\arcsin(\sin \alpha)$, $\arccos(\cos \alpha)$ et $\arctan(\tan \alpha)$ dans les cas : $\alpha = \frac{\pi}{5}$, $\alpha = -\frac{\pi}{7}$, $\alpha = \frac{13}{5}\pi$.

Exercice 3. fonctions trigonométriques et réciproques

Ecrire sous forme d'expression algébrique :

1. $\sin(\arccos x)$
2. $\cos(\arcsin x)$
3. $\sin(\arctan x)$

Exercice 4. Inégalités

Démontrer les inégalités suivantes :

1. $\arcsin a < \frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$ si $0 < a < 1$
2. $\arctan a > \frac{a}{1+a^2}$ si $a > 0$

Exercice 5. Equations

Résoudre les équations suivantes :

1. $\arcsin x = \arcsin \frac{2}{5} + \arcsin \frac{3}{5}$
2. $\arccos x = 2 \arccos \frac{3}{4}$
3. $\arctan x = 2 \arctan \frac{1}{2}$

Exercice 6. Identités

Vérifier les identités suivantes :

1. $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$
2. $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \text{signe}(x) \frac{\pi}{2}$

Exercice 7. Application géométrique

Une statue de hauteur s est placée sur un piédestal de hauteur p . À quelle distance doit se placer un observateur (dont la taille est supposée négligeable) pour voir la statue sous un angle maximal ?