

Задача формата ЕГЭ, претендующая на номер 27

Сложный уровень

(автор: Кардашевский Илья Николаевич)
<https://vk.com/ik4rd>

Условие:

Нолику стало ужасно скучно на уроке информатики, ведь учитель по теме «Системы счисления» давал лишь муторные сложения, вычитания и переводы из одной системы в другую... Чтобы чем-то занять своего брата, Симка придумала следующую задачу: назовём натуральное число n «вайбовым», если его можно разложить в сумму различных целых неотрицательных степеней натурального числа k .

Более формально:

$$n = k^{a_1} + k^{a_2} + k^{a_3} + \dots + k^{a_m}$$

(при чем для любых $1 \leq i, j \leq m$ выполняется условие $a_i \neq a_j$)

Например, для $k = 3$ число $n = 6669$ — «вайбовое», так как $6669 = 3^3 + 3^4 + 3^8$

Для заданных натуральных n и k ($n \geq k$ и $n \leq 10^{20}$, $k \leq 10^{20}$) требуется найти сумму степеней в разложении «вайбового» числа n , которое не меньше n .

(Дисклеймер!!! Данный уровень отличается от среднего не значениями, а самой идеей)

Решение:

Алгоритм решения из предыдущего случая, к сожалению, не подойдет для таких ограничений, поэтому придумаем оптимизацию: вместо того, чтобы перебирать все числа начиная с n и проверять подходят ли они нам, мы будем из k -ичного представления числа n , путем замены и добавления разрядов получать подходящее число.

Для начала вспомним замечание: ...представление содержит только 0 и 1. Как можно изменить или добавить несколько разрядов в числе так, чтобы оно стало не меньше и в нём были только 0 и 1?

Для этого найдем самый старший разряд больший 1. Очевидно от него нам надо избавиться, но также понятно, что для этого придется как-то менять заряды старше его (либо добавлять еще один). То есть нужно сделать первый нулевой разряд старше найденного равным 1 (либо опять же добавить к записи 1). Тогда оставшиеся разряды младше мы сделаем равными 0. Действительно, во-первых, мы избавляемся от разрядов со значением превышающим 1, во-вторых, благодаря такому трюку, мы делаем число больше исходного и при этом минимальным. Для полученной записи считаем ответ.

Благодаря такой оптимизации решение работает за $O(\log_k n)$

Код решения:

```
1  def solve(n : int, k : int) -> int:
2      arr = []
3      while n:
4          arr.append(n % k)
5          n //= k
6      arr.append(0)
7
8      m = len(arr)
9      for i in range(m - 1, -1, -1):
10         if arr[i] > 1:
11             for j in range(i + 1, m):
12                 if arr[j] == 0:
13                     arr[j] = 1
14                     for l in range(0, j):
15                         arr[l] = 0
16                     break
17             break
18
19     ans = 0
20     for index, bit in enumerate(arr):
21         if bit == 1:
22             ans += index
23
24     return ans
25
26 n, k = map(int, input().split())
27 print(solve(n, k))
```