

## ПЕРЕВІРКА ЗАКОНУ КУЛОНА

### Мета роботи

Перевірити закон Кулона:

1. Визначити залежність сили від заряду;
2. визначити залежність сили від відстані;
3. визначити електричну сталу в системі SI.

### 1. Теоретичні відомості

З давніх-давен відоме явище електризації тіл тертям. Якщо потерти скляну або гумову паличку, вона притягуватиме шматочки паперу з силою, яка достатня для подолання їх ваги. Як ми тепер знаємо, завдяки тертю паличка набуває електричного заряду. Незважаючи на велику кількість різних речовин, в природі існують тільки два види електричних зарядів: заряди подібні тим, які виникають на склі, потертому об шовк, і заряди, подібні до тих, які з'являються на бурштині, потертому об хутро. Американський вчений Бенджамін Франклін у 1746 р. перший тип зарядів назвав «позитивними», другий — «негативними». В взаємодія двох таких зарядів один з одним подібна до притягування двох мас. Але на відміну від сил тяжіння, сили між двома зарядами можуть носити характер не лише притягування, а і відштовхування. Порівнюючи сили, що діють між різними зарядженими тілами, можна встановити, що однойменні заряди відштовхуються, а різнойменні притягують один одного. Точний закон взаємодії заряджених тіл було відкрито Шарлем Огюстеном Кулоном<sup>1</sup> в результаті експериментів і формулюється він наступним чином:

Сила взаємодії двох точкових зарядів у вакуумі направлена вздовж прямої, що з'єднує ці заряди, пропорційна добутку їх величин і обернено пропорційна квадрату відстані між ними. Ця сила носить характер притягування, якщо знаки зарядів різні, і відштовхування — якщо ці знаки однакові.

<sup>1</sup>На початку 1770-х років цей закон експериментально відкрив Генрі Кавендіш, однак своїх результатів він не опублікував, і про них стало відомо тільки в кінці XIX ст. після вивчення й публікації його архівів. Натомість Шарль Кулон опублікував закон в двох мемуарах у 1785 році, які представив на розгляд Французької академії наук.

У векторному вигляді закон Кулона записується наступним чином:

$$\vec{F}_{12} = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}, \quad (1)$$

де  $\vec{F}_{12}$  — сила, р якою заряд 1 діє на заряд 2;  $q_1, q_2$  — величини зарядів;  $\vec{r}_{12}$  — вектор, напрямлений від заряду 1 до заряду 2 і за модулем дорівнює відстані між зарядами;  $k$  — коефіцієнт пропорційності, який залежить від вибору системи одиниць.

Для того, щоб закон був справедливим, необхідно, щоб виконувались наступні умови:

1. заряди мають бути точковими, тобто відстань між зарядженими тілами повинна бути набагато більша за їх розміри. Однак, на основі теореми Гауса можна довести, що сила взаємодії однорідно заряджених куль дорівнює силі взаємодії еквівалентних точкових зарядів, що розташовуються в центрах цих куль;
2. заряди мають бути нерухомі;
3. заряди мають знаходитись у вакуумі.

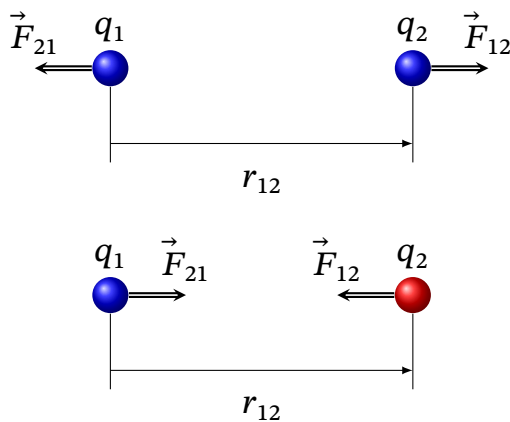


Рис. 1

Відкриття закону Кулона вперше дозволило розглядати заряд як певну кількість — вимірювати його. В законі Кулона ми маємо право вибрати одиницю виміру за власним уподобанням і покласти  $k = 1$ . Так, в системі СГС, одиничний заряд діє на рівний йому заряд на відстані в 1 см з силою в одну дину (дина є сила, яка збільшує швидкість тіла з масою в 1 г на 1 см/с<sup>2</sup>). Одиниця заряду, встановлена таким чином називається Франкліном (Фр).

В практичній системі одиниць SI, заряд вимірюють в Кулонах (Кл). Кулон є похідною одиницею системи SI і через основні одиниці Ампер (А) та секунду (с) визначається як 1 Кл = 1 А · 1 с. В цій системі одиниць константа в законі Кулона дорівнює значенню  $k = 8.9875 \cdot 10^9 \approx 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$ . В теорії електромагнітного поля в системі SI цю константу прийнято представляти через іншу константу у вигляді:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad (2)$$

де  $\epsilon_0 = 8.85418782 \cdot 10^{-12} \frac{\text{А}^2 \cdot \text{с}^4}{\text{м}^3 \cdot \text{кг}}$  і називається електричною сталою.

Однією важливою особливістю кулонівської взаємодії є її величина. Електричні сили між окремими елементарними частинками набагато більше гравітаційних. Якби вдалося передати 1% електронів від однієї людини іншій, то на відстані витягнутої руки сила тяжіння між ними перевищувала б вагу Земної кулі. Взаємодія між зарядженими частинками настільки велика, що створити у невеликого тіла дуже великий заряд неможливо. Відштовхуючись один від одного з великою силою, частинки не зможуть утриматися на тілі. Ніяких же інших сил, які були б здатні в даних умовах компенсувати кулонівське відштовхування, в природі не існує. Ось одна з причин, чому помітне притягання та відштовхування заряджених тіл не зустрічається в природі. Крім того, заряджені тіла проявляють дуже велику схильність до нейтралізації. Вони з великою жадібністю вбирають заряди протилежного знака, притягаючи їх до себе. Більшість тіл в природі електрично нейтральні. Втім, сама Земля має негативний заряд близько  $-6 \cdot 10^5$  Кл.

У чистому вигляді кулонівські сили працюють головним чином всередині нейтральних атомів. Підкреслимо ще, що знайомство з законом Кулона — це перший конкретний крок в напрямку вивчення властивостей електричного заряду і тим самим в з'ясуванні сенсу самого поняття електричного заряду. Сама ж наявність електричного заряду у елементарних частинок або тіл означає, що вони взаємодіють один з одним за законом Кулона.

Закон Кулона описує взаємодію зарядів з точки зору *далекодії*, тобто взаємодія заряджених тіл відбувається на відстані, без участі будь-якого проміжного матеріального агента<sup>2</sup>. Однак, Фарадей і Максвелл розвинули інший погляд на природу взаємодії зарядів. Вони вважали, що навколо заряду існує електричне поле. На внесений в це поле заряд, воно діє з певною силою, в тій точці, в якій знаходиться заряд. Тобто Фарадей і Максвелл розвинули теорію *близькодії*, за якою взаємодія тіл відбувається через поле. Сила дії електричного поля на заряд описується виразом:

$$\vec{F} = q\vec{E}, \quad (3)$$

де  $\vec{E}$  — є характеристикою електричного поля і називається *напруженістю* поля. Для випадку статичних полів, напруженість поля точкового заряду  $Q$ , як це впливає з теореми Гаусса (одного з рівнянь Максвелла):

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi Q \quad (4)$$

має вигляд:

$$\vec{E} = \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}. \quad (5)$$

---

<sup>2</sup>Детально описуючи ефекти гравітації, Ньютон відмовлявся вказувати на причину, завдяки якій тіла відчувають одне одного на відстані, що вилилось в його знаменитій фразі «*Hypotheses non fingo*» (Я не вигадую гіпотез)

Використовуючи (3) та (5) ми приходимо до закону Кулона:

$$\vec{F} = \frac{qQ}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}.$$

Тобто, фактично ми бачимо, що одна з основних особливостей закону Кулона — обернена пропорційність квадрату відстані  $F \propto \frac{1}{r^2}$  — є наслідком теореми Гаусса.

А якщо  $F \propto \frac{1}{r^{2 \pm \varepsilon}}$ , де показник степені не 2, а відрізняється від нього на дуже малу величину  $|\varepsilon| \neq 0$ ? Порушення «закону обернених квадратів» в законі Кулона призвело б до порушення теореми Гаусса, що в свою чергу призвело б до зміни всієї теорії електромагнітного поля, тому експериментальній перевірці закону Кулона було приділено багато уваги<sup>3</sup>.

Таблиця 1. Оцінки верхньої межі  $|\varepsilon|$ <sup>3</sup>

Автори	Рік	$ \varepsilon $
Cavendish	1773	$2.0 \cdot 10^{-2}$
Coulomb	1779	$4.0 \cdot 10^{-2}$
Maxwell	1892	$5.0 \cdot 10^{-5}$
Plimpton and Lawton	1936	$2.0 \cdot 10^{-9}$
Cochran and Franken	1967	$9.2 \cdot 10^{-12}$
Bartlett et al	1970	$1.3 \cdot 10^{-13}$
Williams et al	1971	$2.7 \cdot 10^{-16}$
Fulcher	1985	$1.0 \cdot 10^{-16}$
Crandal et al	1985	$6.0 \cdot 10^{-17}$

На основі своїх дослідів ще Кулон оцінив, що  $|\varepsilon| \leq 4.0 \cdot 10^{-2}$ . Подальші перевірки закону Кулона в лабораторних масштабах, які ґрунтувались на вимірюванні різниці потенціалів між концентрично зарядженими сферами<sup>4</sup>, встановили верхню межу для  $|\varepsilon| \leq 6.0 \cdot 10^{-17}$  (табл. 1).

Що стосується мікроскопічних масштабів, то знамениті експерименти Резерфорда по розсіюванню  $\alpha$ -частинок на тонкій металевій фользі показали, що закон Кулона справедливий на від-

станях  $10^{-11}$  см (розмір атомного ядра). Сучасні високоенергетичні експерименти з розсіювання електронів та позитронів на ядрах довели, що закон Кулона працює навіть до відстаней  $10^{-13}$  см<sup>5</sup>.

Перевірити справедливість закону Кулона на великих відстанях можна завдяки оцінці маси фотона. Теорія говорить про те, що порушення закону Кулона призвело б до того, що фотон мав би невелику масу, а наявність маси у фотона, в свою чергу, призвело б до деякої залежності швидкості поширення електромагнітних хвиль у вакуумі від довжини хвилі, що дає експериментальну основу для такої оцінки. На сьогодні, така оцінка маси фотона підтверджує справедливість закону Кулона на масштабах до  $10^{13}$  см<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>Tu L.-C., Luo J. Experimental tests of Coulomb's Law and the photon rest mass // Metrologia. 2004. Вип. Т. 41, № 5. S136—S146. DOI: 10.1088/0026-1394/41/5/s04

<sup>4</sup>Цікаво, що для встановлення «закону обернених квадратів» саме таким способом користувався Г. Кавендіш. Його робота починається з постановки проблеми «Метою таких експериментів була відповідь на питання: якщо порожниста куля електризується, чи заряджається мала куля, вкладена в першу і з'єднана з нею якимось провідником? Таким чином можна знайти закон електричного тяжіння і відштовхування». Подальші лабораторні перевірки є удосконаленням саме методу Кавендіша.

<sup>5</sup>High-accuracy comparison of electron and positron scattering from nuclei / V. Breton [et al.] // Phys. Rev. Lett. 1991. Feb. Vol. 66, issue 5. P. 572–575. DOI: 10.1103/PhysRevLett.66.572.

## 2. Ідея експериментів та устаткування

В лабораторній роботі пропонується повторити досліди Кулона з крутильними терезами. На відміну від класичних дослідів Кулона, де взаємодіяло два тіла (рис. 2), в цій лабораторній роботі використовується лише одне — куля, яка знаходиться поблизу заземленої пластини (рис. 3). Замість другого заряду протилежного знака використовується його зображення, яке утворюється завдяки заземленій металевій пластині (рис. 4).

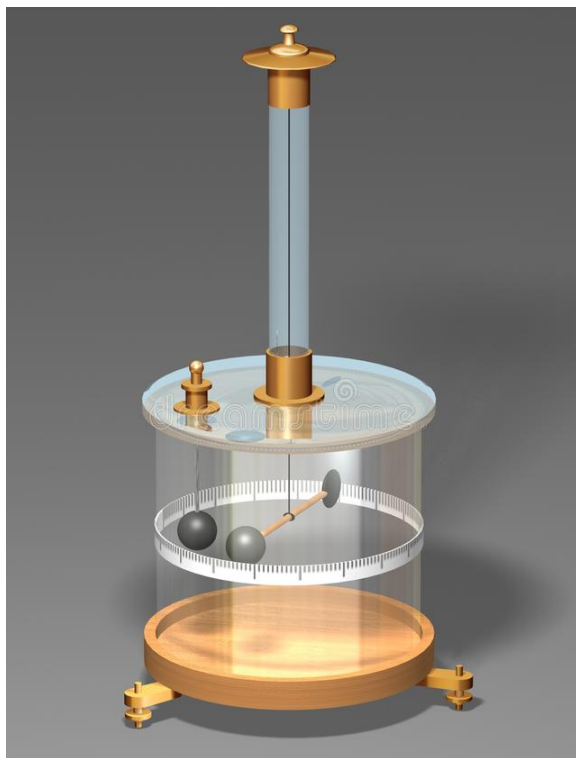


Рис. 2. Крутильні терези



Рис. 3. Експериментальна установка

Важливо усвідомити, що в якості відстані між зарядами слід брати подвоєну відстань між зарядом та металевією пластинією, а величина заряду-зображення за модулем дорівнює величині заряду кульки.

В якості крутильних терезів в роботі використовується крутильний динамометр (рис. 5), на один край коромисла якого якого вішається куля, а на інший — важіль для її врівноваження. Коромисло може обертатися під дією моменту сил навколо вертикальної осі. Кут закрутки фіксується за допомогою шкали. Жорсткість стрічки та плече коромисла підбрані так, що на шкалі одразу зчитується значення діючої сили в мН.

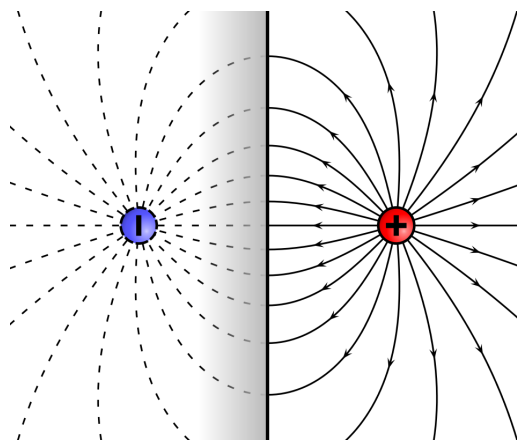


Рис. 4. Заряд та його зображення в заземленій металевій пластині

Для надання кульці радіусом  $r = 2$  см заряду, її під'єднують за допомогою тонкої дротини до джерела високої напруги (рис. 5). Величину заряду в залежності від потенціалу можна знайти за формулою:

$$q = 2.22 \cdot 10^{-12} \cdot \varphi, \quad (6)$$

де  $\varphi$  — потенціал.



Рис. 5. Крутильний динамометр



Рис. 6. Джерело високовольтної напруги

### 3. Хід експерименту

1. Зберіть установку. Металеву пластину під'єднайте до клема « $\perp$ » на джерелі високої напруги.
2. Зніміть залежність сили взаємодії  $F$  від квадрату заряду на кульці  $q^2$  для відстані від кульки до пластини 4 см. Встановлюйте напругу на високовольтному джерелі з кроком 5 кВ і визначайте заряд за формулою (6).
3. Повторіть п. 1 для відстаней 5, 6, 7 та 8 см.
4. За результатами експериментів побудуйте залежності  $F(q^2)$  для різних відстаней. Апроксимуйте залежністю  $F = A \cdot (q^2)^{1+\sigma/2}$ . Оцініть показник  $\sigma$  для різних відстаней.
5. За результатами експериментів побудуйте залежності  $A(1/a^2)$ . Апроксимуйте залежністю  $A = \frac{k}{4} \cdot (1/a^2)^{1+\varepsilon/2}$ . Оцініть показник  $\varepsilon$ , при якому апроксимація параметру  $k$  має найменшу похибку.

6. За результатами апроксимації п. 5 визначте константу пропорційності  $k$  в законі Кулона і порівняйте її з табличним значенням.

## Контрольні питання

1. Сформулюйте закон Кулона.
2. Дайте означення напруженості електричного поля та потоку вектора напруженості.
3. Сформулюйте принцип суперпозиції для напруженості електричного поля.
4. Що таке лінії напруженості електричного поля? Який принцип їх побудови? Чи можуть вони перетинатись?
5. Сформулюйте теорему Гаусса. Знайдіть за її допомогою поля симетричних тіл.
6. Чому вимірюючи електричне поле в середині заряджених провідників можна довести «закон обернених квадратів»?
7. Чому закон Кулона можна перевіряти для кульок, які не є точковими тілами?
8. Перелічіть основні властивості електричного заряду.
9. Назвіть одиниці вимірювання електричного заряду в системі СГС та SI.
10. Які способи вимірювання електричного заряду ви знаєте?

## Розрахункове завдання

1. Один з дослідів Кулона, за допомогою якого він переконався, що сила тяжіння між двома різнойменними точковими зарядами обернено пропорційна квадрату відстані між ними, полягав у наступному. У околі маленької зарядженої кульки  $q_1$  підвішувалася на нитці невелика горизонтальна шелакова стрілка, на одному кінці якої було прикріплене невелике електрично заряджене кружальце із золотої фольги  $q_2$ . Момент інерції стрілки  $I$ . Вимірювався період малих коливань стрілки  $T$  в залежності від її відстані  $d$  до зарядженої кульки. Припускаючи справедливим закон Кулона, знайти залежність періоду коливань стрілки від вказаної відстані та від інших параметрів системи. Довжина стрілки  $l$  дуже мала в порівнянні з відстанню  $d$ .

## Що ще цікавого можна почитати?

1. Филонович С. Р. Судьба классического закона. Вып. 79. М. : Наука, 1990. 240 с. (Библиотечка «Квант»). ISBN 5-02-014087-2