

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Цель работы

Экспериментально определить горизонтальную и вертикальную составляющие, а также магнитноеклонение местного геомагнитного поля.

Теоретическое введение

Одна из древнейших загадок естествознания – существование магнитного поля земного шара как планетарного явления. Факт этого загадочного (и вполне реального) физического дара природы для современной науки по-прежнему во многом неясен.

В человеческой практике с древнейших времен земное магнитное поле использовалось для решения различных практических задач. Эпоха Великих географических открытий поставила задачу, связанную с навигацией при дальних путешествиях. Бурное развитие производительных сил эпохи капитализма сделало актуальной проблему поиска месторождений железных руд и других полезных ископаемых, проявляющих магнитные свойства. Развитие востребованных практикой наук таких, как геология и геофизика, инициировало изучение внутреннего строения Земли.

Магнитная стрелка компаса не всегда устанавливается точно по направлению Полярной звезды. Это объясняли приборной погрешностью компаса. Со временем стало ясно, что дело не в компасе: само магнитное поле Земли не всегда ориентировано строго на север. Оно направлено под некоторым углом D к географическому меридиану, т.е. имеет *склонение*. Более того, оказалось, что магнитное поле направлено под некоторым углом J и к горизонтальной плоскости. Угол J вектора магнитной индукции относительно горизонтальной плоскости получил название *наклонения* магнитного поля Земли. При этом оказалось, что как магнитное склонение D , так и

магнитное наклонение J , имеют значения, зависящие от географических координат точки наблюдения. Геометрическое место точек, имеющих магнитное наклонение J равно нулю, образуют *магнитный экватор* – замкнутую дугу (окружность) на поверхности земного шара, не совпадающую с географическим экватором. В свою очередь совокупность точек земной поверхности, в которых магнитное склонение D равно нулю, образуют *магнитный меридиан*, совпадающий с географическим меридианом. В других точках земного шара склонение D не равно нулю и, соответственно, географический и магнитный меридианы не совпадают.

На рис. 4.1 показан вектор индукции магнитного поля Земли \vec{B} и его проекции B_x, B_y, B_z . В выбранной системе координат B_x – проекция вектора \vec{B} на ось x , направленную на Восток; B_y – проекция вектора \vec{B} на ось y , направленную на Север; B_z – проекция вектора \vec{B} на ось z , направленную по вертикали (в Северном полушарии $B_z < 0$), \vec{B}_h – горизонтальная проекция вектора \vec{B} на плоскость XU . Плоскость, определяемая векторами \vec{B}_h и \vec{B} , называется *плоскостью магнитного меридиана*. По аналогии с горизонтальной составляющей \vec{B}_h , вертикальную составляющую магнитного поля Земли \vec{B}_z будем обозначать как \vec{B}_v . Все отмеченные величины, дополненные склонением D и наклонением J , составляют элементы земного магнетизма.

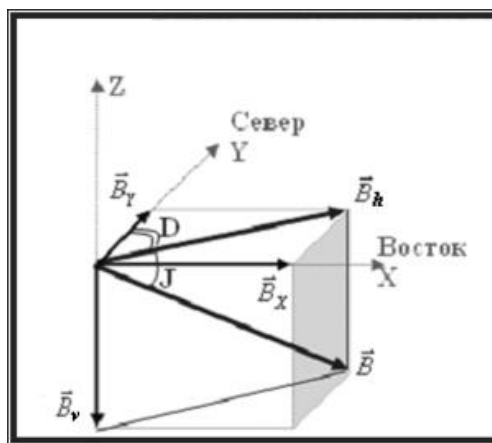


Рис. 4.1. Местное геомагнитное поле в Северном полушарии.

Количественно и качественно наблюдаемое геомагнитное поле хорошо укладывается в рамки представлений, выдвинутых еще Гауссом, о помещенном в центре Земли достаточной силы магнитном диполе. Согласно этим представлениям, магнитное поле на достаточно большом расстоянии r от магнитного диполя \vec{m} рассчитывается по формуле:

$$\vec{B} = \left[\frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r})}{r^5} \vec{r} - \frac{\vec{m}}{r^3} \right] \cdot \frac{\mu_0}{4\pi}. \quad (4.1)$$

На рис. 4.2 изображен магнитный диполь \vec{m} и вектор магнитной индукции \vec{B} в точке наблюдения, задаваемой полярным углом θ и расстоянием r между диполем и точкой наблюдения.

Нетрудно найти уравнение силовых линий магнитного поля в полярной системе координат. Для этого разложим вектор \vec{m} на две составляющие: \vec{m}_\parallel – вдоль радиуса \vec{r} и \vec{m}_\perp – перпендикулярную к нему.

Как следует из (4.1), соответствующие им поля в точке наблюдения будут:

$$B_\parallel = \frac{\mu_0}{4\pi} 2m_\parallel / r^3, \quad B_\perp = -\frac{\mu_0}{4\pi} m_\perp / r^3. \quad (4.2)$$

Угол β между радиусом \vec{r} и магнитной силовой линией определится формулой:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{B_\perp}{B_\parallel} = \frac{m_\perp}{2m_\parallel} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \theta. \quad (4.3)$$

Проекция бесконечно малого участка силовой линии на направление вектора \vec{m}_\perp может быть представлена как $dr \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{dr}{2} \operatorname{tg} \theta$ или, с другой стороны, как $r d\theta$ (см. рис. 4.2).

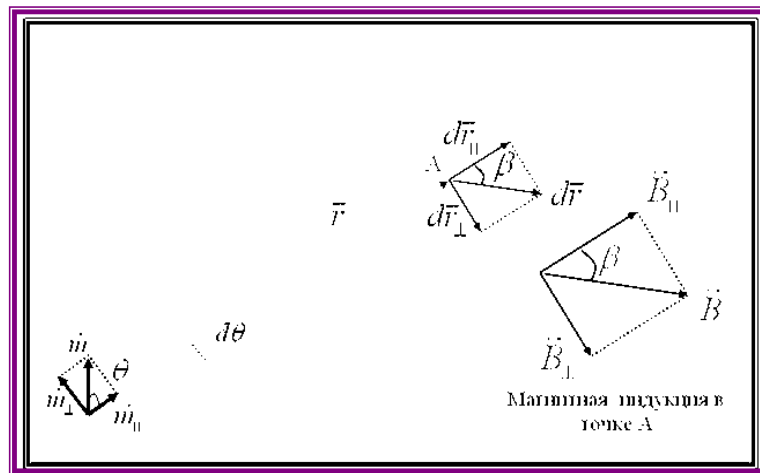


Рис. 4.2. Магнитное поле диполя

Поэтому можем написать:

$$\frac{dr}{2} \operatorname{tg} \theta = r \cdot d\theta. \quad (4.4)$$

Интегрируя это уравнение, получаем уравнение магнитной линии:

$$r(\theta) = r_0 \sin^2 \theta. \quad (4.5)$$

Графически зависимость $r(\theta)$ представлена на рис. 4.3. Постоянная r_0 имеет смысл длины радиус-вектора \vec{r} в экваториальной плоскости, т. е. при $\theta = \pi/2$.

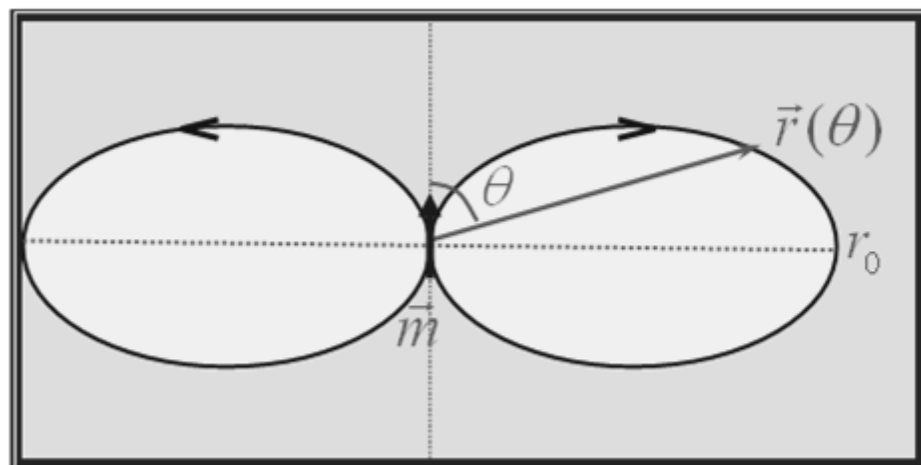


Рис. 4.3. Линии магнитной индукции диполя.

Достаточной силы магнит-диполь, помещенный в центре Земли, создает на ее поверхности магнитное поле, которое сравнительно хорошо совпадает с наблюдаемым геомагнитным полем. Однако более точно это поле воспроизводится, если такой магнит повернуть на угол $11,5^\circ$ относительно оси вращения нашей планеты, а еще более точно, при смещении его на 450 км в сторону Тихого океана.

Любопытно, что если бы мы попытались воссоздать магнитное поле Земли с помощью рукотворного магнита даже из самых лучших в магнитном отношении современных марок стали, то и тогда такой магнит имел бы внушительные размеры – около 2000 км в длину и 250 км в диаметре.

Точки пересечения поверхности земного шара с осью упомянутого выше смещенного относительно земного центра магнита-диполя были названы *геомагнитными полюсами*. В северном полушарии расположен *Северный* геомагнитный полюс, а в южном – *Южный* геомагнитный полюс, хотя расположение полюсов указанного модельного магнита в этих полушариях противоположное (см. рис. 4.3 и 4.4). Таким образом, для того, чтобы притягивать "северный" конец магнитной стрелки компаса, магнитное поле, создаваемое ядром Земли, должно иметь магнитный "Юг" около географического Северного полюса. Именно поэтому магнитный "Юг", хотя и расположен около *географического* Северного полюса, называется *геомагнитным Северным полюсом*. Иногда ошибочно эту точку называют "северным" магнитным полюсом потому, что туда указывает "северный" полюс магнита.

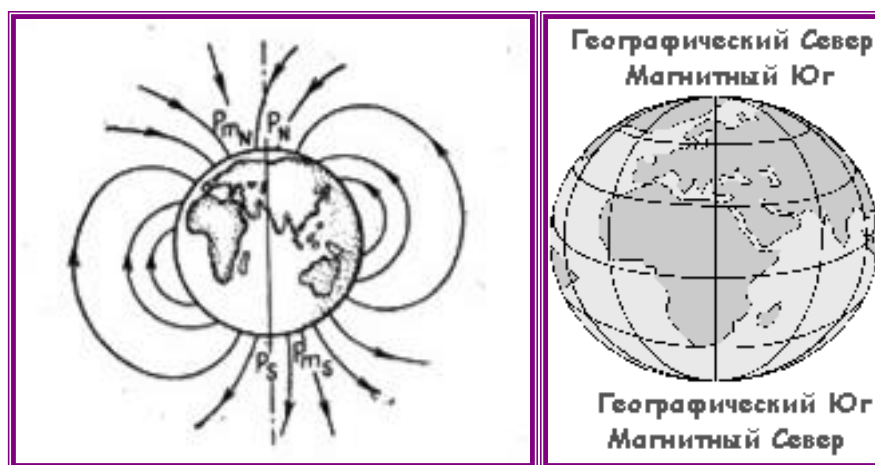


Рис. 4.4. Магнитное поле Земли.

Координаты геомагнитных полюсов не совпадают с координатами географических полюсов земного шара, соответственно геомагнитный экватор – не совпадает с географическим экватором.

Проекции B_v и B_h индукции дипольного магнитного поля на поверхности Земли, можно найти с помощью простых формул, являющихся следствием (4.1) и (4.2):

$$B_v = \mu_0 \frac{m}{2\pi R^3} \sin \varphi_M; \quad B_h = \mu_0 \frac{m}{4\pi R^3} \cos \varphi_M, \quad (4.6)$$

где μ_0 – магнитная постоянная, m – магнитный момент земного шара, φ_M – геомагнитная широта, отсчитываемая от геомагнитного экватора и связанная с полярным углом θ соотношением: $\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi_M$. При этом надо учесть, что при $r = R$, проекция на радиус-вектор B_{\parallel} геомагнитного поля B_{\parallel} совпадает с B_v , а проекция B_{\perp} есть не что иное, как B_h . Последние утверждения есть очевидные следствия элементарного геометрического факта: радиус-вектор, проведенный из центра сферической поверхности, перпендикулярен поверхности сферы в любой ее точке.

Из приведенных выше формул следует, что индукция поля однородного намагничивания земного шара на поверхности Земли равна:

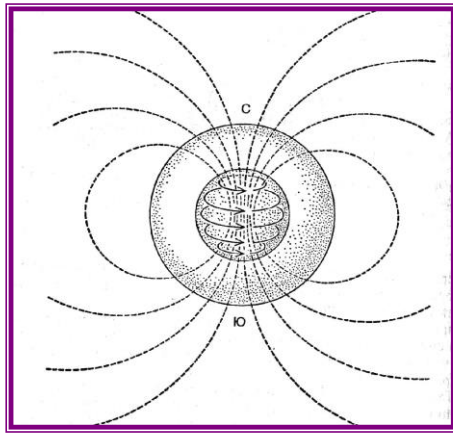
$$B = \sqrt{B_v^2 + B_h^2} = \mu_0 \frac{m}{4\pi R^3} \sqrt{1 + 3\sin^2 \varphi_M}. \quad (4.7)$$

Связь наклона J рассматриваемого поля с геомагнитной широтой φ_M легко найти из отношения проекций B_v и B_h :

$$B_v/B_h = \operatorname{tg} J = 2 \operatorname{tg} \varphi_M. \quad (4.8)$$

Физик Уолтер Эльзессер выдвинул гипотезу о том, что вращение Земли приводит к медленным завихрениям в расплавленном железно-никелевом ядре, направленным с запада на восток. Эти вихри индуцируют электрический ток, который также движется с запада на восток (рис. 4.5).

Рис.
поля



4.5. Гипотеза Эльзессера о возникновении магнитного
Земли.

Кольцевые токи создают характерную для магнитного диполя систему силовых линий индукции, совпадающую с проверенной практикой феноменологической моделью Гаусса. Получается нечто вроде электромагнита внутри земного шара, чьи полюса находятся в районах географических полюсов Земли. Этот электромагнит и создает общее магнитное поле Земли, ориентированное приблизительно вдоль оси вращения, так что магнитные полюса располагаются вблизи Северного и Южного географических полюсов.

Незначительная часть магнитного поля (около 1%) имеет внеземное происхождение. Возникновение этой части приписывают электрическим токам, текущим в проводящих слоях ионосферы. Сюда же следует отнести магнитные возмущения от непрерывно происходящих вблизи поверхности Земли гроз. Эта часть геомагнитного поля подвержена слабому изменению со временем, которое называется *вековой вариацией*.

Северный магнитный полюс был открыт в 1831 г. англичанином Джеймсом Россом в районе Канадского Арктического архипелага на расстоянии около 1200 миль от Северного географического полюса. Через десять лет экспедиция того же Джеймса Росса достигла района Южного магнитного полюса, расположенного вблизи побережья Антарктиды приблизительно в 900 милях от Южного географического полюса. Магнитные полюса дрейфуют вдоль поверхности Земли со скоростью около 10 км в год. Настоящие их географические координаты находятся на значительном расстоянии от некогда измеренных Джеймсом Россом.

В структуре магнитного поля Земли можно выделить четыре вида полей: *дипольное* поле, рассмотренное выше, поле *материковых аномалий*, поле *региональных аномалий* и поле *локальных аномалий*. Каждое из этих полей отличаются важные и интересные в научном и практическом отношении особенности. Их изучают геофизики и геологи, так как они отображают состав и строение глубинных слоев Земли, а также физические процессы в ее недрах.

Обычно интенсивность дипольного геомагнитного поля во много раз больше, чем интенсивность материковых аномалий, интенсивность последних чаще всего в десятки раз превосходит величину региональных и локальных магнитных аномалий. Имеются также (правда очень редко) районы земной поверхности, где эти аномалии по интенсивности близки к главному магнитному полю Земли. Одним из таких районов является знаменитая Курская магнитная аномалия.

Описание экспериментальной установки

Общий вид экспериментальной установки изображен на рис. 4.6. Два контура Гельмгольца представляют собой две кольцевые катушки по N витков каждая. Витки расположены в параллельных плоскостях с общей осью симметрии. Расстояние между ними равно радиусу R витка.

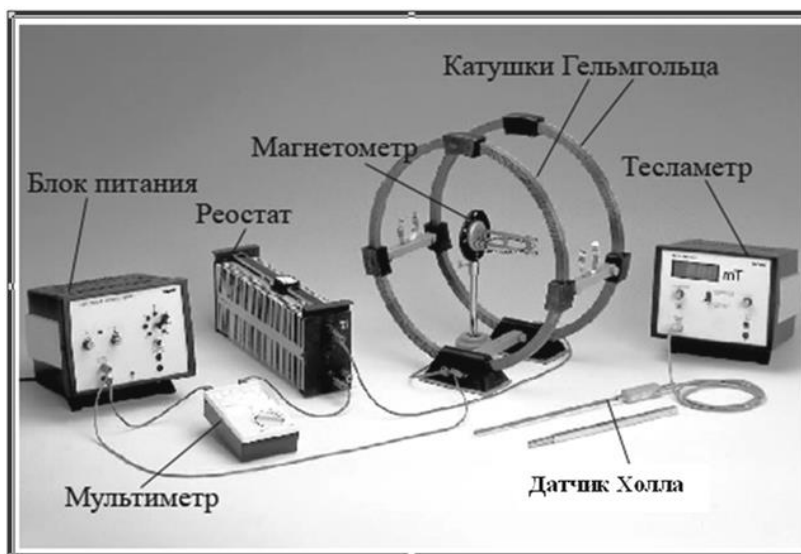


Рис. 4.6. Экспериментальная установка для определения элементов магнитного поля Земли.

При выполнении работы плоскости контуров располагают таким образом, чтобы кольцевые проводники находились в плоскости магнитного меридиана Земли. Небольшие отклонения от плоскости магнитного меридиана допустимы и учтены в методике эксперимента. Питание контуров, соединенных последовательно, осуществляется от универсального источника постоянного тока. Значения тока можно изменять с помощью реостата. Величина тока контролируется цифровым мультиметром, работающим в режиме амперметра. Изменяя величину тока в катушках Гельмгольца, мы изменяем величину внешнего магнитного поля, которое пропорционально току. Магнитное поле, создаваемое катушками Гельмгольца, накладывается на магнитное поле Земли. Искомое магнитное поле Земли можно определить (вычислить) по значению и направлению результирующей индукции магнитного поля.

Для измерения величины магнитного поля используется цифровой тесламетр. Датчик Холла, показания с которого поступают на тесламетр, крепится на конце несущего стержня, который размещают внутри катушек Гельмгольца, располагая его вдоль оси катушек. Поскольку исследуемая точка находится точно посередине между контурами на оси симметрии, необходимо установить стержень так, чтобы его конец оказался именно в этой точке. При проведении измерений стержень с датчиком закрепляют на штативе и соединяют с тесламетром.

Направление результирующего магнитного поля определяют магнетометром, который представляет собой насаженную на вертикальную спицу магнитную стрелку (магнитный диполь), вращающуюся вдоль дугообразной шкалы, позволяющей проводить угловые измерения. При измерении горизонтальной составляющей магнитного поля Земли магнетометр помещают в пространство между катушками так, чтобы центр вращения магнитной стрелки оказался в упомянутой выше исследуемой точке

В данной работе предусмотрена также возможность поворота плоскости вращения стрелки в вертикальную позицию, это позволяет определить наклонение J и вертикальную составляющую магнитного поля Земли.

Перед выполнением работы заполните табл. 4.1.

Таблица 4.1

Технические данные приборов

Прибор	Пределы измерений	Число делений	Цена деления	Класс точности	Приборная погрешность
Катушки Гельмгольца					
Универсальный источник питания	220 В				
Реостат	100 Ом, 1,8 А				
Цифровой тесламетр	20 мТл		0,01 мТл		0,005 мТл
Цифровой мультиметр	20 А		0,01 А		0,005 А
Магнетометр	$90^\circ \times 4 = 360^\circ$	180	2°		1°

Порядок выполнения работы

При выполнении работы необходимо строго соблюдать правила техники безопасности и охраны труда, установленные на рабочем месте студента в лаборатории.

Внимательно изучите приборы, которые будут использованы при измерениях. Их технические данные занесите в табл. 4.1.

Определение калибровочного фактора K катушек Гельмгольца

1. Соберите экспериментальную установку в соответствии с рис. 4.6. Магнетометр, изображенный в центре катушек Гельмгольца, необходимо временно извлечь, освободив измерительный объем установки.

2. Включите в сеть блок питания и цифровой тесламетр. После пятиминутного прогрева, необходимого для выхода приборов на стационарный режим работы, приступайте к выполнению измерений в соответствии с индивидуальным заданием. Величина тока, протекающего по обмоткам катушек Гельмгольца, измеряется цифровым мультиметром, который работает в режиме амперметра в диапазоне измерений до 20 А. Цена деления мультиметра в этом диапазоне – 0,01 А. Магнитная индукция суммарного воздействия двух симметрично расположенных катушек Гельмгольца, по которым протекает постоянный ток, определяется датчиком Холла. Опорный стержень датчика располагается вдоль оси катушек так, чтобы его конец оказался в геометрическом центре системы. После фиксации положения стержня его закрепляют в штативе. Численное значение магнитной индукции измеряется цифровым тесламетром.

3. Изменяйте величину тока с шагом, указанным в индивидуальном задании, перемещая движок реостата. Каждому значению величины тока необходимо сопоставить соответствующее ему значение магнитной индукции в геометрическом центре катушек Гельмгольца. Подобная измерительная процедура носит название калибровочной. Полученные экспериментальные результаты занесите в табл. 4. 2.

Таблица 4.2

Калибровочные данные катушек Гельмгольца

Измерение	1	2	3	...	n
I_H , А				...	
ΔI_H , А				...	
B_H , мТл				...	
ΔB_H , мТл				...	

Примечание. Перед началом измерения величины магнитной индукции вращением ручки «Установка нуля» обязательно установите нулевую позицию тесламетра. Ток через обмотки катушек Гельмгольца при этом равен нулю. Результатом измерения считайте максимальный выброс, зафиксированный по шкале тесламетра после каждого нового значения тока. Проследите,

чтобы стержень совпадал с горизонтальной осью катушек. Погрешность результата определяется ценой деления шкалы прибора.

Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

Горизонтальная компонента магнитного поля Земли \vec{B}_h определяется с использованием суперпозиции поля земного магнетизма (неизвестного по величине) и внешнего поля катушек Гельмгольца ${}^h\vec{B}_H$ (известного и по величине, и по направлению). На рис. 4.7а изображен параллелограмм векторного сложения этих полей. Вектор магнитной индукции \vec{B}_h расположен в плоскости магнитного меридиана SN. Вектор магнитной индукции ${}^h\vec{B}_H$ поля катушек Гельмгольца направлен вдоль оси симметрии катушек, составляющей угол φ с плоскостью магнитного меридиана SN. В условиях эксперимента φ имеет значение близкое к 90° . Вектор результирующего поля ${}^h\vec{B}_R$ составляет угол α с направлением магнитного меридиана SN. Угол α измеряется с помощью магнитной стрелки магнетометра.

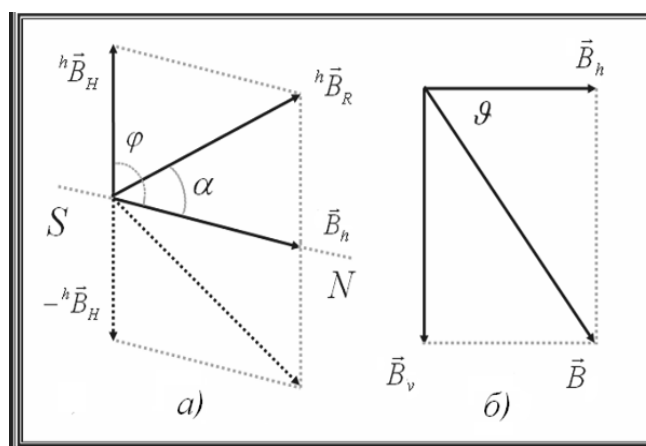


Рис. 4.7. Суперпозиция магнитного поля Земли и магнитного поля катушек Гельмгольца в горизонтальной плоскости (а). Магнитное поле Земли в вертикальной плоскости (б).

Отметим, что методика измерений, применяемая в данной работе, позволяет определить горизонтальную составляющую магнитного поля Земли также и при не параллельных

магнитному меридиану плоскостях катушек Гельмгольца, когда угол φ между векторами \vec{B}_h и \vec{B}_H не равен 90° .

Пользуясь рис. 4.7а, по теореме синусов имеем:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin(\varphi - \alpha)} = \frac{B_H}{B_h}. \quad (4.9)$$

Зависимость магнитной индукции поля катушек Гельмгольца от силы тока является линейной функцией (см. раздел «Обработка результатов эксперимента»):

$$B_H = I_H \cdot K. \quad (4.10)$$

Следовательно, можем написать, согласно (4.9):

$$B_h \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = I_H \cdot K. \quad (4.11)$$

Последнее равенство показывает, что если рассматривать величину $I_H \cdot K$ как линейную функцию переменной $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ (обе эти величины определяются в эксперименте независимыми измерениями), то горизонтальная составляющая магнитного поля Земли B_h определится как коэффициент пропорциональности соотношения (11), т.е. как тангенс угла наклона соответствующего линейного графика.

1. Определите направление результирующего вектора \vec{B}_R , установив цилиндрическое основание магнетометра на лабораторном столе между катушками так, чтобы ось вращения магнитной стрелки находилась посередине между катушками, а неподвижная точка вращающейся стрелки совпадала с осью катушек. При отключенном питании обмоток катушек ($I_H = 0$) стрелка установится вдоль направления SN магнитного меридиана.

2. Осторожно вращая основание магнетометра вокруг оси симметрии, установите положение дугообразной шкалы таким образом, чтобы стрелка в этом положении имела нулевой

отсчет. Ввиду важности фиксации нулевого отсчета, отклоните последовательно несколько раз стрелку из установленного нулевого положения и предоставьте ей возможность установиться в нулевом положении. Для того чтобы исключить влияние возможных сил трения в оси стрелки, компенсируйте их легкими постукиваниями по оси. Убедившись в том, что нулевое положение стрелки соответствует положению стрелки в плоскости магнитного меридиана, продолжите процесс измерений далее.

3. Поверните (не смещая) установку вокруг ее центра так, чтобы плоскости обеих катушек оказались приблизительно параллельны направлению SN магнитного меридиана, т.е. направлению стрелки. Теперь можно приступить к непосредственному измерению горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

4. Движок реостата установите в крайнее левое положение. Включите универсальный блок питания и после необходимой паузы (см. п. 1) последовательным вращением двух левых ручек блока питания «V» и «A» установите требуемое согласно индивидуальному заданию значение тока в обмотках катушек Гельмгольца. Величину тока контролируйте мультиметром в режиме амперметра, при этом диапазон шкалы прибора при всех измерениях силы тока равен 20 А. Перемещая движок реостата вправо и, где необходимо, поворачивая левые ручки блока питания, пройдите последовательно весь ряд рекомендуемых индивидуальным заданием значений тока. Для каждого установленного значения тока измерьте по шкале магнетометра угол α отклонения магнитной стрелки. Результаты измерений занесите в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Результаты измерений угла отклонения магнитной стрелки α

Измерение	1	2	3	...	n
I_H, A				...	
$\Delta I_H, \text{A}$...	
$I_H \cdot K \cdot 1000, \text{мкТл}$...	
$\alpha, \text{град}$...	
$\Delta \alpha, \text{град}$...	
$\sin \alpha$...	

5. Для определения величины угла φ необходимо измерить угол отклонения магнитной стрелки α при величине тока, протекающего через обмотки катушки Гельмгольца, порядка $1,5 \div 2,0$ А. При таких значениях тока магнитное поле катушек Гельмгольца значительно превосходит магнитное поле Земли. В этом случае магнитная стрелка устанавливается вдоль оси катушек. При нулевом токе магнитная стрелка ориентирована в плоскости магнитного меридиана SN, при этом угол $\alpha = 0$ (п. 2.). Разница в значениях угла α в этих двух случаях и определяет угол φ . Для обеспечения надежности определения угла φ проведите несколько ($n = 5$) независимых измерений, каждый раз выводя стрелку из установившегося положения легким толчком.

За истинный результат измерения угла φ принимается среднее арифметическое по числу

произведенных измерений: $\langle \varphi \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{i=5} \varphi_i}{5}.$

6. Согласно индивидуальному заданию необходимо также провести серию измерений при обратном направлении тока в катушках Гельмгольца, т.е. при противоположном направлении индукции внешнего магнитного поля. В этом случае определяющие соотношения (4.9) и (4.11) сохраняют силу. Но при этом, как это следует из рис. 4.7а, угол отклонения магнитной стрелки α от направления SN следует отсчитывать в отрицательном направлении (т.е. по часовой стрелке). В соотношениях (4.9) и (4.12) в качестве угла φ необходимо использовать значение $(\pi - \varphi)$, где φ угол, отнесенный к случаю прямого тока. Результаты, полученные в этом эксперименте, как и при прямом токе, записывают в таблицу, аналогичную табл. 4.3 и графически наносят на единый график как независимые измерения. Оба случая (прямого и обратного тока) выступают как независимые и дополняющие друг друга результаты измерений, позволяющие более надежно построить искомую графическую зависимость.

Определение магнитного наклона и вертикальной составляющей

магнитного поля Земли

1. Отключите источник питания, обесточив таким образом, катушки Гельмгольца и обратив в ноль внешнее магнитное поле. После небольшой паузы, когда магнитная стрелка установится в плоскости магнитного меридиана, осторожно сориентируйте магнетометр в горизонтальной плоскости таким образом, чтобы угол поворота стрелки по горизонтальной шкале составил 0° , при этом северный конец стрелки одновременно указывал на отметку 90° по вертикальной шкале.

2. Поверните дуговую шкалу по часовой стрелке так, чтобы она расположилась в вертикальной плоскости. Выждав некоторое время, измерьте наклонение J (т.е. угол наклона магнитной стрелки в вертикальной плоскости, отсчитываемый от горизонтальной плоскости вниз). На рис. 4.76 используется более привычное в практических приложениях обозначение наклонения греческой буквой θ . Проведите согласно индивидуальному заданию несколько независимых измерений угла наклонения θ , каждый раз выводя стрелку из положения равновесия. В качестве истинного значения принимается среднее по числу выполненных измерений $\langle \mathcal{J}_1 \rangle$.

3. Проведите аналогичную процедуру с поворотом шкалы в вертикальное положение против часовой стрелки, и получите значение $\langle \mathcal{J}_2 \rangle$. Углом магнитного наклонения считайте

$$\mathcal{J} = \frac{\langle \mathcal{J}_1 \rangle + \langle \mathcal{J}_2 \rangle}{2}.$$

4. По окончании всех измерений отключите питание основного блока и цифрового тесламетра.

Обработка результатов эксперимента

Все прямые измерения углов α , φ и θ проводятся несколько раз, при этом в качестве истинного принимается среднее по числу проведенных измерений значение, которое определяется индивидуальным заданием. За погрешность прямого измерения принимается сумма среднеквадратичной погрешности и приборной погрешности, определяемой половиной цены деления шкалы прибора.

Так, при обработке результатов прямых измерений угла наклона ϑ истинный

результат измерения есть: $\langle \vartheta \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N \vartheta_i}{N}$,

где N - число независимых измерений угла θ .

Среднеквадратичная погрешность измерения: $\sigma_{\vartheta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\langle \vartheta \rangle - \vartheta_i)^2}{N(N-1)}}$.

Приборная погрешность (половина цены деления дуговой шкалы): δ_{np} .

Абсолютная полная погрешность измерения: $\Delta \vartheta = \sigma_{\vartheta} + \delta_{np}$.

Относительная погрешность: $\varepsilon_{\vartheta} = \frac{\Delta \vartheta}{\langle \vartheta \rangle} \cdot 100\%$.

Форма записи окончательного результата: $\vartheta = \langle \vartheta \rangle \pm \Delta \vartheta$.

Прямые измерения с помощью цифровых приборов (цифровой мультиметр, цифровой тесламетр) проводятся, как правило, в единственном варианте. Приборная погрешность в этом случае определяется последней значащей цифрой показания прибора.

Главные измеряемые величины - калибровочная постоянная катушек Гельмгольца K и горизонтальная составляющая магнитного поля Земли B_h - определяются по эмпирическим графикам. Поскольку нахождение погрешностей измеряемой величины по экспериментальным точкам на графике требует владения методом линейной регрессии или методом наименьших квадратов и выходит за рамки стандартной программы курса «Общей физики», полученные значения следует считать оценочными.

Результат оценки погрешности измерения вертикальной составляющей магнитного поля Земли B_v , использующий результат измерения горизонтальной составляющей магнитного поля как исходный, также можно считать оценочным.

При графическом построении линейной зависимости помните эмпирическое правило: число экспериментальных точек на графике, лежащих выше построенной линии должно быть примерно равным числу экспериментальных точек, лежащих ниже построенной линии.

1. На миллиметровой бумаге постройте калибровочную функцию катушек Гельмгольца, аналогичную изображенной на рис. 4.8.

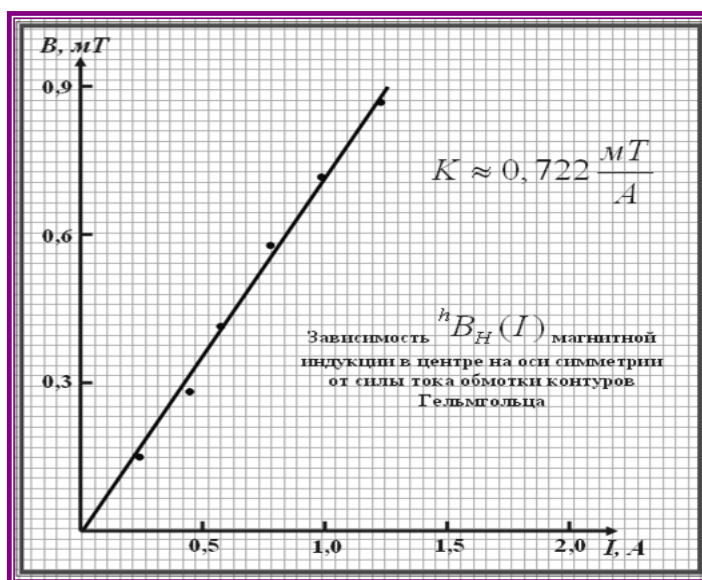


Рис. 4.8. Калибровочная функция катушек Гельмгольца

Для этого по горизонтальной оси (оси абсцисс) отложите значения силы тока I_H , текущего по обмоткам катушек Гельмгольца. В качестве единицы измерения, задающей масштаб по горизонтальной оси, примите 1 А. По вертикальной оси (оси ординат) отложите значения магнитной индукции hB_H , создаваемой этим током в исследуемой точке. В качестве единицы измерения, задающей масштаб по вертикальной оси, примите 1 мТ.

2. По полученному графику определите тангенс угла наклона эмпирической линейной зависимости ${}^hB_H = K \cdot I_H$ магнитной индукции от силы тока в катушках Гельмгольца. Тем самым определите постоянную калибровки K (в выбранном масштабе измерения физических величин размерность $[K] = \frac{\text{мТ}}{\text{А}}$). Очевидно, что численное значение K будет другим при изменении

масштаба графика, а также при переходе к другому масштабу измерения физических переменных в соответствии с правилами теории подобия и размерностей.

3. На миллиметровой бумаге постройте корреляционную зависимость угла α отклонения магнитной стрелки от величины тока I_H в катушках Гельмгольца, аналогичную изображенной на рис. 4.9.

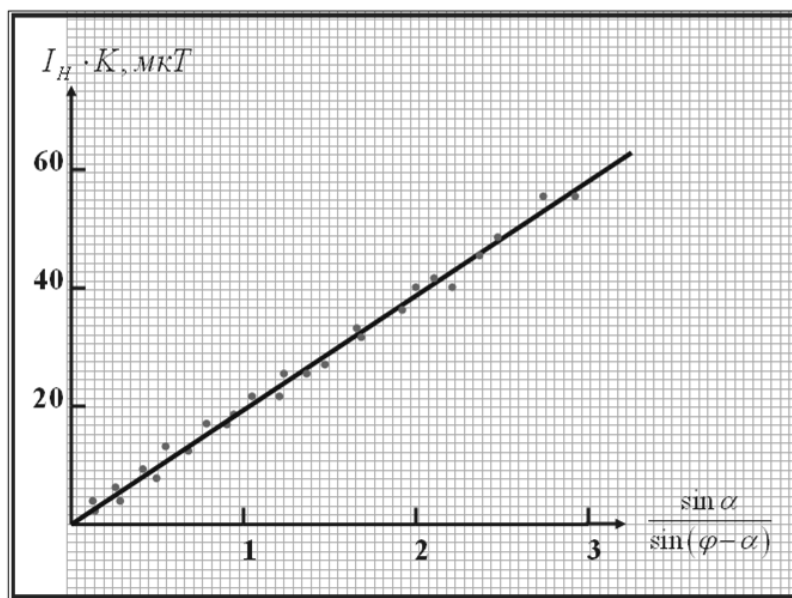


Рис. 4.9. Корреляционная зависимость угла отклонения магнитной стрелки от величины тока катушек Гельмгольца

По горизонтальной оси (оси абсцисс) отложите в удобном масштабе значения безразмерной функции угла α , а именно: $\frac{\sin \alpha}{\sin(\varphi - \alpha)}$. По вертикальной оси (оси ординат) отложите значения калибровочной функции катушек Гельмгольца $I_H \cdot K$, зависящей от величины тока в катушках I_H , как от аргумента.

Поскольку на данном этапе обработки результатов используются слабые токи ($I_H \leq 0,15A$), а следовательно и слабые магнитные поля катушек Гельмгольца (сравнимые по величине с геомагнитным полем), разумно в калибровочном факторе K изменить масштаб размерности. От

размерного множителя $\frac{\text{мТ}}{\text{А}}$ перейдите к размерному множителю $\frac{\text{мкТ}}{\text{А}}$, при этом численное значение калибровочного фактора, полученное на предыдущем этапе обработки (см. рис. 4.8), должно быть скорректировано следующим образом: $K \cdot \frac{\text{мТ}}{\text{А}} \rightarrow K \cdot 1000 \cdot \frac{\text{мкТ}}{\text{А}}$. После произведенного преобразования единицей измерения, задающей меру, в которой откладываются численные значения $I_H \cdot K$ по оси ординат на рис. 4.9, является микротесла (мкТл). При выбранном масштабе численное значение тангенса угла наклона линейного графика определяет горизонтальную составляющую магнитного поля Земли, выраженную также в микротеслах.

4. Измерив графически тангенс угла наклона эмпирической линейной зависимости, построенной по экспериментальным точкам табл. 4.3, определите горизонтальную составляющую магнитного поля Земли B_h .

5. По найденному среднему значению угла ϑ (п.3 раздела «Порядок выполнения работы»), определите вертикальную составляющую магнитного поля Земли по формуле:

$$B_v = B_h \cdot \text{tg}\theta.$$

6. Определите полное значение индукции магнитного поля Земли согласно рис.4.7б по формуле:

$$B = \sqrt{B_h^2 + B_v^2}.$$

7. Сопоставьте полученные экспериментальные результаты с параметрами магнитного поля Земли в г. Москве на 18.11.2008:

Горизонтальная составляющая $B_h = 15,97 \text{ мкТ}$,

Вертикальная составляющая $B_v = 48,13 \text{ мкТ}$,

Модуль вектора магнитной индукции $B = 50,71 \text{ мкТ}$,

Магнитное склонение $J = 71,68^\circ$.

Библиографический список

а) основной:

1. *Савельев И.В.* Курс общей физики в 5 кн. М.: АСТ: Астрель. 2006. Кн. 2. 289 с.
2. *Батурин Б.Н.* Правила электробезопасности при выполнении лабораторных работ. Учебное пособие. М.: МИСиС. 1995. 38 с.
3. *Капуткин Д.Е., Шустиков А.Г.* Физика. Обработка результатов измерений при выполнении лабораторных работ. Учебное пособие. М.: МИСиС. 2007. 107 с.

б) дополнительный:

4. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. М.: Физматлит. 2004. Т. 3. 687 с.
5. *Калашиников С. Г.* Электричество М.: Физматлит. 2006. 655 с.

Контрольные вопросы

1. Объясните, почему в данной работе для того, чтобы прокалибровать катушки Гельмгольца используют токи величиной порядка $0,1 \div 2,0$ А, в то время, как для измерения геомагнитного поля используют значительно более слабые токи – порядка $0,01 \div 0,1$ А. Почему бы процедуру калибровки катушек Гельмгольца не провести сразу при рабочих значениях токов, при которых проводятся измерения геомагнитного поля?
2. Какие физические явления относят к проявлениям земного магнетизма?
3. Какая феноменологическая модель, принята для количественного описания явлений земного магнетизма?.

4. Что такое магнитный диполь? Какое воздействие оказывает на него постоянное однородное (и неоднородное) магнитное поле? Какую роль играет магнитный диполь в объяснении явлений бытового магнетизма?

5. Какое поле создает магнитный диполь на большом расстоянии от него? Как следует понимать смысл термина «большое расстояние»? Получите аналитическое выражение для формы магнитной силовой линии диполя.

6. Как формулируется и как применяется в данной работе принцип суперпозиции магнитных полей для экспериментального определения параметров местного геомагнитного поля?

7. По какой формуле определяются горизонтальная составляющая магнитного поля Земли в данной работе? Дайте вывод формулы для определения B_h .

Приложение А

Катушки Гельмгольца

Катушки Гельмгольца используются для получения практически однородного магнитного поля. В идеальном случае это – два круговых контура электрического тока одинакового диаметра, расположенных параллельно на расстоянии радиуса кольца, с центрами на общей оси и соединенных последовательно (рис. 4.10).

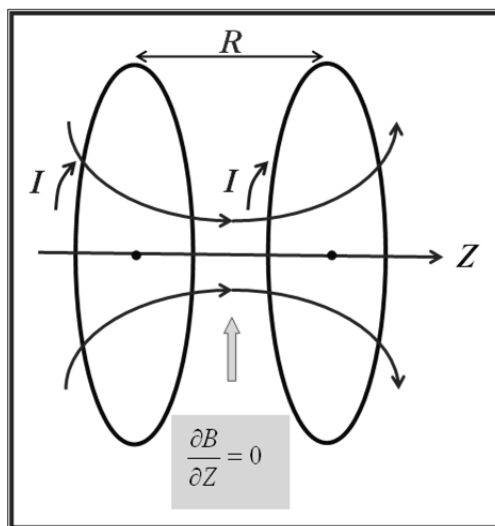


Рис. 4.10. Катушки Гельмгольца

Обычно катушки Гельмгольца состоят из колец, на которые намотано некоторое количество витков, причем толщина колец должна быть много меньше их радиуса. В реальных системах толщина катушек может быть сравнима с их радиусом. Таким образом, можно считать системой катушек Гельмгольца две соосно расположенные одинаковые катушки, расстояние между центрами которых приблизительно равно их среднему радиусу. В центре системы имеется зона однородного магнитного поля, что может быть использовано для измерительных целей, например, для калибровки датчиков магнитной индукции.

Расчет индукции магнитного поля для идеального случая системы Гельмгольца не вызывает затруднений и производится на базе формулы для магнитной индукции на оси кольца, полученной на основе закона Био-Савара-Лапласа:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I\pi R^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

где I – сила тока, текущего по кольцу, R – радиус кольца, h – расстояние исследуемой точки от центра кольца вдоль оси симметрии.

Учитывая, что катушки Гельмгольца располагаются параллельно на расстоянии R друг от друга и соединены последовательно, индукция магнитного поля удваивается в исследуемой точке согласно принципу суперпозиции магнитных полей. Необходимо также учесть мультипликативный фактор числа витков в катушке. Параметр h следует приравнять $R/2$. В результате для вычисления магнитной индукции катушек Гельмгольца получаем расчетную формулу:

$$B = \mu_0 \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{I \cdot N}{R} \approx 0,8992 \cdot 10^{-6} \frac{I \cdot N}{R} (Тл) = 0,8992 \frac{I \cdot N}{R} (мкТл),$$

где N – число витков в каждой катушке; сила тока измеряется в амперах, радиус колец измеряется в метрах.