

## تمرین درس یادگیری ماشین – سری اول

### مرور آمار و احتمالات و جبر خطی

۱- (الف) یک مجموعه داده با ۵ نمونه که برای هر یک سه ویژگی  $X_1, X_2, X_3$  در نظر گرفته شده است. به صورت زیر تعریف شده است. بردار میانگین و ماتریس کوواریانس را برای این مجموعه داده به دست آورید.

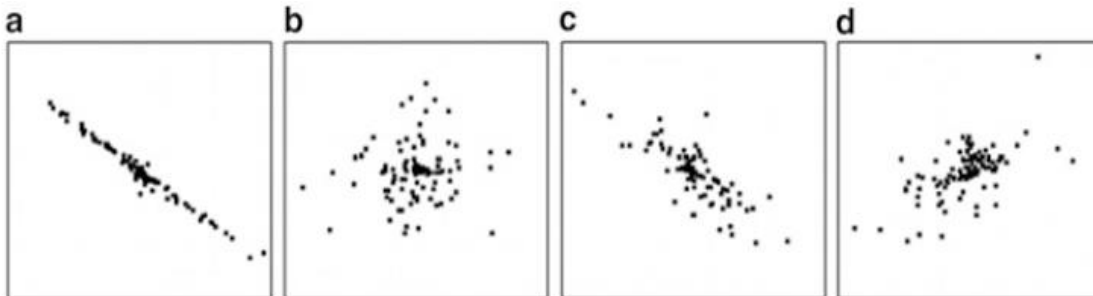
	$X_1$	$X_2$	$X_3$
$X$	4.0	2.0	0.6
	4.2	2.1	0.59
	3.9	2.0	0.58
	4.3	2.1	0.62
	4.1	2.2	0.63

(ب) آیا ماتریس کوواریانس این داده ها، غیر منفرد و مثبت معین است؟

(ج) ماتریس تبدیلی بدست آورید که با ضرب در این داده ها، ماتریس کوواریانس داده ها را قطری کند.

۲- یک ویروس نادر در نظر بگیرید که یک نفر از هر ۱۰۰۰ نفر را آلوده می کند. یک آزمایش خوب اما نه کاملاً مطمئن برای تشخیص بیماری ناشی از این ویروس وجود دارد که برای آن  $sensitivity$  ,  $specificity$  به ترتیب برابر ۹۸٪ و ۹۹٪ است. نتیجه آزمایش شخصی مثبت بوده است. احتمال اینکه شخص با این ویروس آلوده شده باشد، چقدر است؟

۳- نمودار پراکندگی یک ویژگی بر حسب یک ویژگی دیگر در شکلهای زیر در چهار حالت نشان داده است. چهار مقدار ۰،۱۴ و ۰،۹۹، ۰،۴۳ و ۰،۷۷ برای ضریب همبستگی در نظر گرفته شده است. این مقادیر را به شکل مناسب متناسب کنید.



۴- کدام یک از مجموعه بردارهای زیر مستقل خطی هستند؟

a.

$$x_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad x_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{bmatrix}$$

b.

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

۵- تبدیل خطی زیر را در نظر بگیرید

$$\Phi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$$

$$\Phi \left( \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 3x_1 + 2x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 \\ x_1 - 3x_2 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \end{bmatrix}$$

ماتریس تبدیل A و رتبه آن را تعیین کنید.

**موفق باشید**

**ناصر شریف**