20407 מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים, ממן 14

טל גלנצמן 302800354

03 January 2020

תשובה 1

כאשר שואלים האם איבר x שייך למבנה, בודקים האם מתקיים ש־

$$T[h_1(x)] = T[h_1(x)] = ... = T[h_K(x)] = 1$$

והרי, מעצם הגדרת תהליך ההכנסה מתקיים שאם x במבנה אז

$$T[h_1(x)] = T[h_1(x)] = ... = T[h_K(x)] = 1$$

מה שאומר שאם איבר במבנה אז הוא **תמיד** יוכרז כנמצא

תשובה 2

בהינתן ש־ a ערך יחיד במבנה $(N = 1)$, הסיכוי שהביט ה־ $i = 0, 1, .., .m - 1$ כבוי הוא כסיכוי שכל הפונקצית גיבוב $h_1, h_2, ..., h_K$ החזירו מספר שונה מ־ i יחדיו.

כל פונקציות גיבוב מחזירה את הערך i בהסתברות $P(h_j(a) = i) = \frac{1}{m}$ שכן ההתפלגות אחידה.

זה אומר

$$P(h_j(a) \neq i) = 1 - P(h_j(a) = i) = 1 - \frac{1}{m} = \frac{m-1}{m}$$

ובמילים, ההסתברות שפונקציית גיבוב כלשהי h_j לא תחזיר את הערך i היא $\frac{m-1}{m}$.

מהאמור נסיק ש־

$$P(T[h_i(a)] = 0) = \prod_{j=1,2,...,K} P(h_j(a) \neq i) = (\frac{m-1}{m})^K$$

בפועל, אין תלות באיבר a, שאומר שההסתברות הזו נכונה עבור כל איבר שנכנס למבנה.

לכן, לאחר N הכנסות של איברים כלשהם נקבל

$$\star \quad P(T[h_i(a)] = 0) = ((\frac{m-1}{m})^K)^N = (\frac{m-1}{m})^{KN}$$

כעת, הסיכוי שאיבר שאינו שייך למבנה יוכרז כשייך הוא הסיכוי

$$\begin{aligned}\prod_{i=1,2,\ldots K} P(T[h_i(a)]=1) &= \prod_{i=1,2,\ldots K} 1-P(T[h_i(a)]=0)\\ &= \prod_{i=1,2,\ldots K} 1-(\frac{m-1}{m})^{KN}\\ &= (1-(\frac{m-1}{m})^{KN})^K\end{aligned}$$

תשובה 3

עבור

$$\begin{aligned}&N=10^6\\ &m=32*10^6\\ &K=13\end{aligned}$$

ההסתברות שאיבר שאינו שייך למבנה יוכרז כשייך היא

$$(1-(\frac{m-1}{m})^{KN})^K=(1-(\frac{32*10^6-1}{10^6*32})^{10^6*13})^{13}\approx 6.401416334659513*10^{-7}\approx 0.0000006$$

תשובה 4

קוד ומסמכים מצורפים בנפרד, בפרט ב־ $readme.md$ יש הוראות להרצה.