

אלגוריתמים, 20417, ממך 13

מגיש טל גלנצמן, 302800354

תאריך 27/01/2021

שאלה 1

סדרת המקדמים של הפולינום

$$p(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 1$$

היא

$$(a_i)_{i=0}^3 = (-1, -3, 2, 1)$$

שורש היחידה הפרימיטיבי

$$\omega^1 = e^{\frac{\pi i}{2}} = i$$

והרי ארבעת שורשי היחידה

$$\omega^0 = 1; \omega^1 = i; \omega^2 = -1; \omega^3 = -i$$

ביצוע FFT על המקדמים יהיה בצורה הבאה

```
call FFT((-1, -3, 2, 1), i)

call FFT((-1, 2), -1)
  call FFT((-1), 1)
  return (-1)
call FFT((2), 1)
  return (2)
calculate ((-1 + 2), (-1 - 2))
return (1, -3)

call FFT((-3, 1), -1)
  call FFT((-3), 1)
  return (-3)
call FFT((1), 1)
  return (1)
calculate ((-3 + 1), (-3 - 1))
return (-2, -4)

calculate (f(1), f(i), f(-1), f(-i))
  (1 - 2, -3 - 4i, 1 + 2, -3 + 4i)
return (-1, -3 - 4i, 3, -3 + 4i)
```

שאלה 3

במישור של תת בעיה, את מכפלות הגורמים של P_1, P_2, \dots, P_7 נחשב ע"י הפעלה רקורסיבית של האלגוריתם - כלומר 7 הפעלות רקורסיביות. בנוסף על כך, נדרשות מספר קבוע M של חיבור/חיסור.

בכל שלב החישובים מתבצעים על מטריצות ריבועיות מסדר $\frac{n}{2}$.

לכן, נוכל לרשום את זמן הריצה של האלגוריתם, T , בצורה רקורסיבית

$$T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + M$$

נסמן

$$a = 7 ; b = 2 ; f(n) = M$$

יהי $\epsilon > 0$. מתקיים

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{\log_2 7 - \epsilon} = \infty$$

אז קיים $N > 0$ כך שלכל $n > N$

$$M < n^{\log_2 7 - \epsilon}$$

משמע

$$M = O(n^{\log_2 7 - \epsilon})$$

לפי משפט האב נקבל כי

$$T(n) = O(n^{\log_2 7})$$