

# Praktikum 4 – Versuch 425: Elektronisches Rauschen

Jonas Wortmann<sup>1\*</sup> and Angelo Brade<sup>1\*</sup>

<sup>1\*</sup>Rheinische Friedrich–Wilhelms–Universität, Bonn.

\*Corresponding author(s). E-mail(s): [s02jwort@uni-bonn.de](mailto:s02jwort@uni-bonn.de); [s72abrad@uni-bonn.de](mailto:s72abrad@uni-bonn.de);

## 1 Einleitung

In jedem elektrischen Schaltkreis ist ein elektronisches Rauschen vorhanden. Dieses Rauschen setzt sich aus dem JOHNSON–Rauschen und dem Schrotrauschen zusammen. Das JOHNSON–Rauschen ist temperaturabhängig, daraus lässt sich die BOLTZMANN–Konstante bestimmen. Das Schrotrauschen wird durch die Quantelung der Elementarladung hervorgerufen. Die Größe der Elementarladung lässt sich damit bestimmen.

## 2 Bandbreite

### 2.1 Theoretischer Hintergrund

Die Bandbreite gibt die Breite eines Frequenzbands an. Da das elektronische Rauschen von der Bandbreite abhängig ist, wird diese mit einem Bandpass vorgegeben. Ein Frequenzband einer bestimmten Breite kann mit einem Hoch- und Tiefpass in Serie (auch Bandpass) erzeugt werden. Die im Versuch verwendete Anordnung ist in Abb. (1) gezeigt.

Die effektive Bandbreite wird mit der Verstärkung

$$G(f) = \frac{V_{\text{output}}^{\text{RMS}}}{V_{\text{input}}^{\text{RMS}}} \quad (1)$$

bestimmt

$$\Delta f_{\text{eff}} = \int df G^2(f) = \int df G_{\text{LP}}^2(f) G_{\text{HP}}^2(f), \quad (2)$$

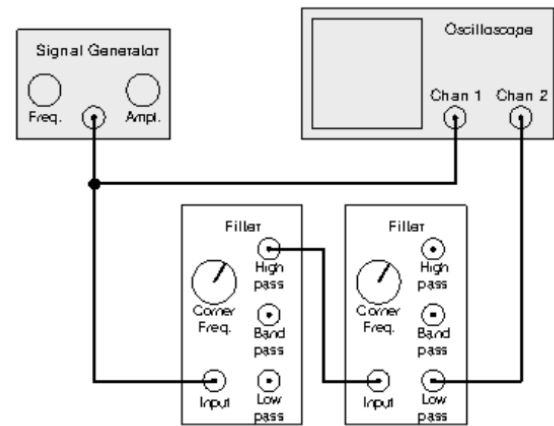


Abbildung 1 Schaltplan des Bandpass.[1]

mit der Tiefpassverstärkung  $G_{\text{LP}}(f) = (1 + (f/f_l)^4)^{-1/2}$  und der Hochpassverstärkung  $G_{\text{HP}}(f) = (f/f_h)^2 (1 + (f/f_h)^4)^{-1/2}$ .  $f_h$  und  $f_l$  sind die eingestellten Grenzfrequenzen von Hoch- und Tiefpass.

### 2.2 Durchführung & Auswertung

Die Bandbreite wird für  $f_h = 1 \text{ kHz}$  und  $f_l = 10 \text{ kHz}$  bestimmt. Mit dem Frequenzgenerator werden, für eine konstante Eingangsspannung, verschiedene Frequenzen von 2 Hz bis 8 MHz eingestellt und die Ausgangsspannung gemessen. Daraus bestimmt sich jeweils die Verstärkung und damit die Bandbreite.

### 3 Johnson–Rauschen

#### 3.1 Theoretischer Hintergrund

Das JOHNSON–Rauschen<sup>1</sup> entsteht durch thermodynamische Fluktuationen der Elektronen im Leitungsband. Dies geschieht, im Vergleich zum Schortrauschen, ohne, dass eine Spannung angelegt ist. Elektronen bewegen sich im thermischen Gleichgewicht ungeordnet aufgrund ihrer thermischen Energie wodurch sie kurze Spannungsbzw. Strompulse erzeugen. Mit Hilfe von sensitiven Messgeräten kann dieses Rauschen untersucht werden.

Der formale Zusammenhang der mittleren quadratischen Rauschspannung in einem Widerstand  $R$  ist

$$\overline{V^2} = 4k_B T R \Delta f, \quad (3)$$

mit der Temperatur  $T$  und der Bandbreite  $\Delta f$ .

#### 3.2 Durchführung & Auswertung: Beobachtung des JOHNSON–Rauschens

Das JOHNSON–Rauschen wird im Vorverstärkerschaltkreis aus Abb. (3) beobachtet. Diese Schaltung befand sich in der LLE–Box Abb. (4), welche entsprechend verkabelt werden musste. Zur Beobachtung wurden folgende Werte eingestellt

$$R_{in} = 100 \text{ k}\Omega, R_f = 1 \text{ k}\Omega. \quad (4)$$

Die LLE–Box wurde dann mit der HLE–Box Abb. (5) verbunden. Die Einstellung der HLE–Box war

$$f_h = 0.1 \text{ kHz}, f_l = 100 \text{ kHz}, \text{Gain} = 300, \text{AC}. \quad (5)$$

Das Rauschen ließ sich dann auf dem Oszilloskopen beobachten Abb. (2). Es ist klar zu erkennen, dass das Rauschen starken Fluktuationen unterliegt und ungeordnet ist. Im Mittel bleibt es allerdings konstant.

#### 3.3 Durchführung & Auswertung: Messung des JOHNSON–Rauschens

Zur Messung der mittleren Spannung des Rauschens wird die Schaltung aus Abb. (6) verwendet.

<sup>1</sup> auch thermisches Rauschen

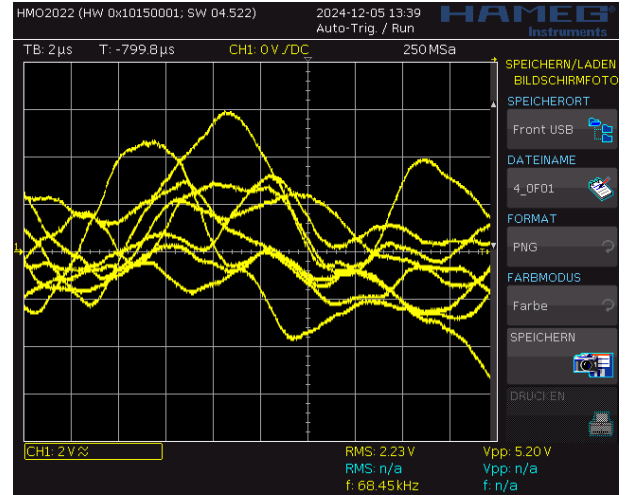


Abbildung 2 Oszillogramm des JOHNSON–Rauschen.

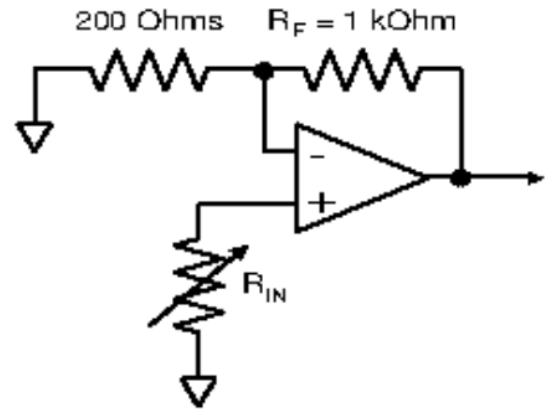


Abbildung 3 Vorverstärkerschaltkreis zur Beobachtung des JOHNSON–Rauschens.[1]

Die Einstellungen waren zusätzlich

$$\text{Multipl.} : A \times A, \text{Zeitkonst.} = 1 \text{ s}. \quad (6)$$

Durch den Multiplier ist das Ausgangssignal der HLE–Box

$$V_{out} = \frac{\overline{(V_{in}(t))^2}}{10 \text{ V}}. \quad (7)$$

Dieses Signal wird dann über die Zeitkonstante von 1 s gemittelt.

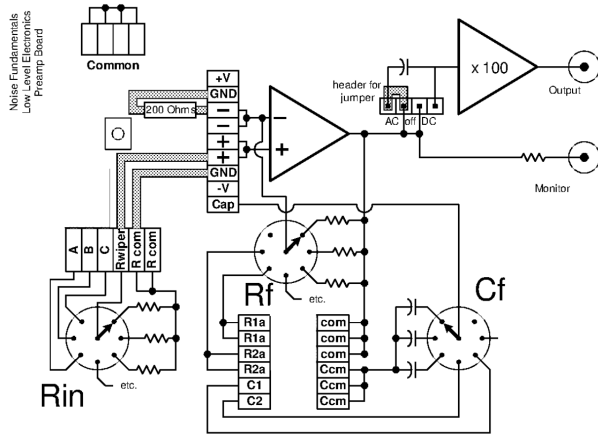


Abbildung 4 Die LLE-Box zur Messung und Beobachtung des JOHNSON-Rauschens.[1]

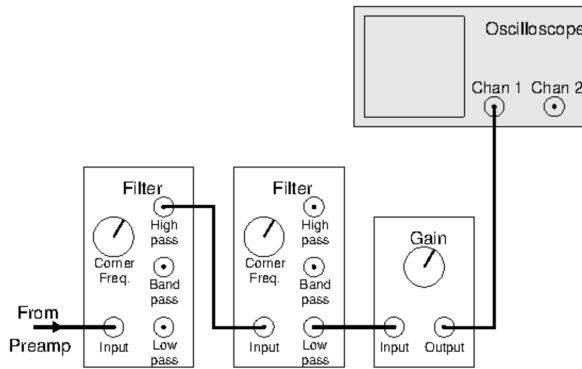


Abbildung 5 HLE-Box zur Messung und Beobachtung des JOHNSON-Rauschens.[1]

Um zu überprüfen, ob der Multiplier wie erwartet funktioniert, kann der Output der HLE-Box gegen den Multiplier aufgetragen werden. Es ergibt sich Abb. (7). Der quadratische Zusammenhang mit Verschiebung ist klar zu erkennen.

Parameter	Wert(Fehler)
m	$1.51(11) \times 10^{-15}$
b	$7.04(29) \times 10^{-12}$

Tabelle 1

Widerstandsabhängigkeit modelliert mit

$$V_J^2(t) + V_N^2(t)(R) = m \cdot R + b$$

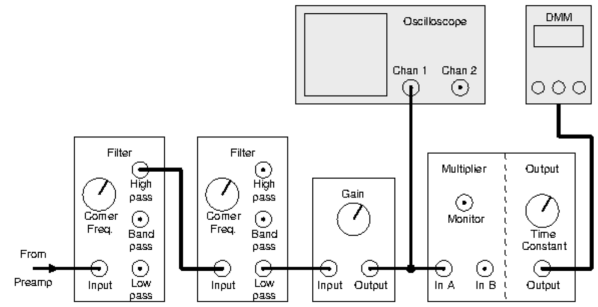


Abbildung 6 HLE-Box zur Messung des JOHNSON-Rauschens.[1]

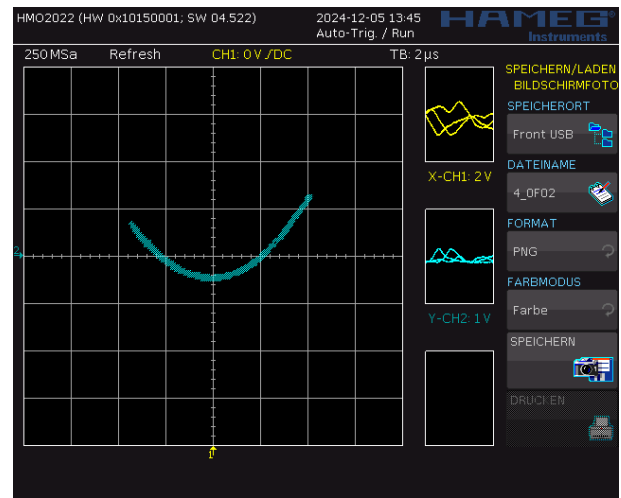


Abbildung 7 Output der HLE-Box (Kanal 1) gegen Multiplier (Kanal 2).

Parameter	Wert(Fehler)
$f_l$	10 104(56)
$f_h$	100.50(17)

Tabelle 2

Frequenzabhängigkeit modelliert

$$\text{mit } G_{LP}(f) = [1 + (f/f_l)^4]^{-1/2}$$

$$\text{und } G_{HP}(f) =$$

$$(f/f_h)^2 [1 + (f/f_h)^4]^{-1/2}$$

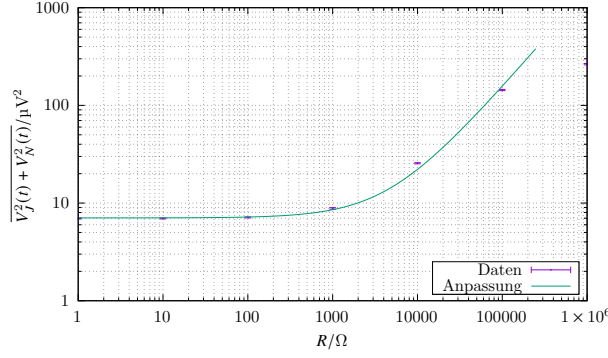
Parameter	Wert(Fehler)
m	$7.943(69) \times 10^{-17}$
b	$7.5(45) \times 10^{-15}$

Tabelle 3

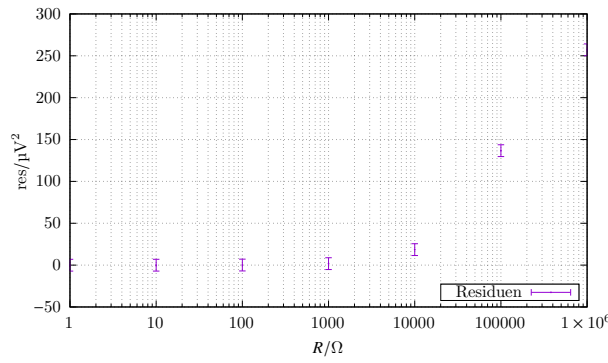
Bandbreitenabhängigkeit modelliert

mit

$$V_J^2(t) + V_N^2(t)(\Delta f_{\text{eff}}) = m \cdot \Delta f_{\text{eff}} + b$$



**Abbildung 8** Widerstandsabhängigkeit mit  $\frac{V_J^2(t) + V_N^2(t)}{V_{\text{meter}} \frac{10 \text{ V}}{(600 \cdot G_2)^2}}$



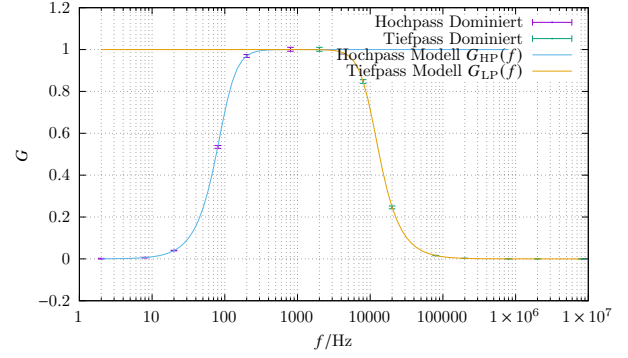
**Abbildung 9**  $\text{res} = \overline{u^2} - \hat{u}^2$

Parameter	Wert(Fehler)
m	$4.049(38) \times 10^{-14}$
b	$2.690(87) \times 10^{-19}$

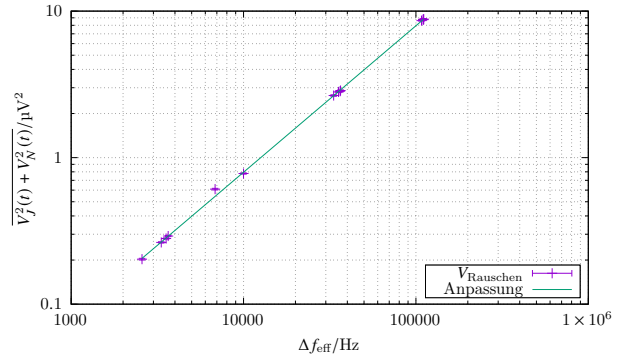
**Tabelle 4** Stromabhängigkeit  
modelliert mit  $\overline{\delta i^2}(i_{\text{dc}}) = m \cdot i_{\text{dc}} + b$

Parameter	Wert(Fehler)
m	$2.784(56) \times 10^{-23}$
b	$-2.2(30) \times 10^{-21}$

**Tabelle 5** Frequenzabhängigkeit  
modelliert mit  $\overline{\delta i^2}(f) = m \cdot f + b$



**Abbildung 10**  $G = \frac{U_{\text{RMS}}}{U_{0, \text{RMS}}}$



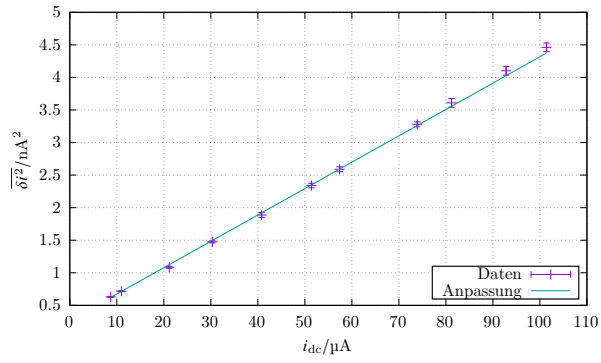
**Abbildung 11** Bandbreitenabhängigkeit mit  $\frac{V_J^2(t) + V_N^2(t)}{V_{\text{meter}} \frac{10 \text{ V}}{(600 \cdot G_2)^2}}$  und  $\Delta f_{\text{eff}} = \frac{f_L^4 \pi (f_L - f_h)}{2^{3/2} (f_L^4 - f_h^4)}$

## 4 Schortrauschen

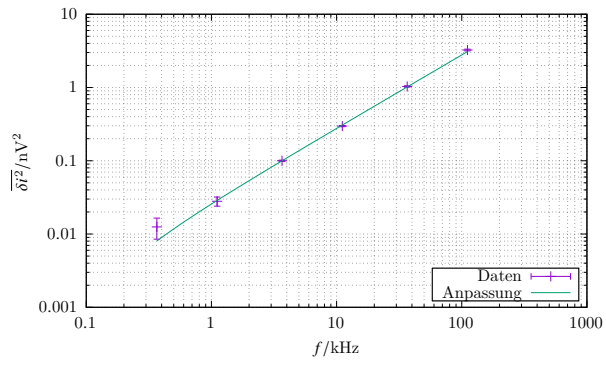
### 4.1 Theoretischer Hintergrund

#### Literatur

- [1] Praktikumsleitung: P425 elektronisches rauschen. Universität Bonn (2016)



**Abbildung 12** Stromabhängigkeit mit  $\overline{\delta i^2} = \frac{V_{\text{meter}} 10 \text{ V}}{(100 G_2 R_f)^2}$   
und  $i_{dc} = -\frac{V_{\text{monitor}}}{R_f}$



**Abbildung 13** Frequenzabhängigkeit mit  $\overline{\delta i^2} = \frac{V_{\text{meter}} 10 \text{ V}}{(100 G_2 R_f)^2}$