



Le Jeu du Taquin

recherche de solution



Sommaire:

I Etude des configurations resolubles.

I .1_un cas simple

I .2_généralisation

I .3_Configuration de Sam Loyd

II Resolution informatique avec Branch and bound

III Recherche d'une méthode plus efficace

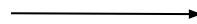
III.1_methode générale de resolution

III.2_comparaison entre les deux méthodes

I _1

On considère un taquin ordonné que l'on représente comme ci dessous:

1	2	3
4	5	6
7	8	



1 2 3 4 5 6 7 8

1	2	3
4	8	5
7	6	

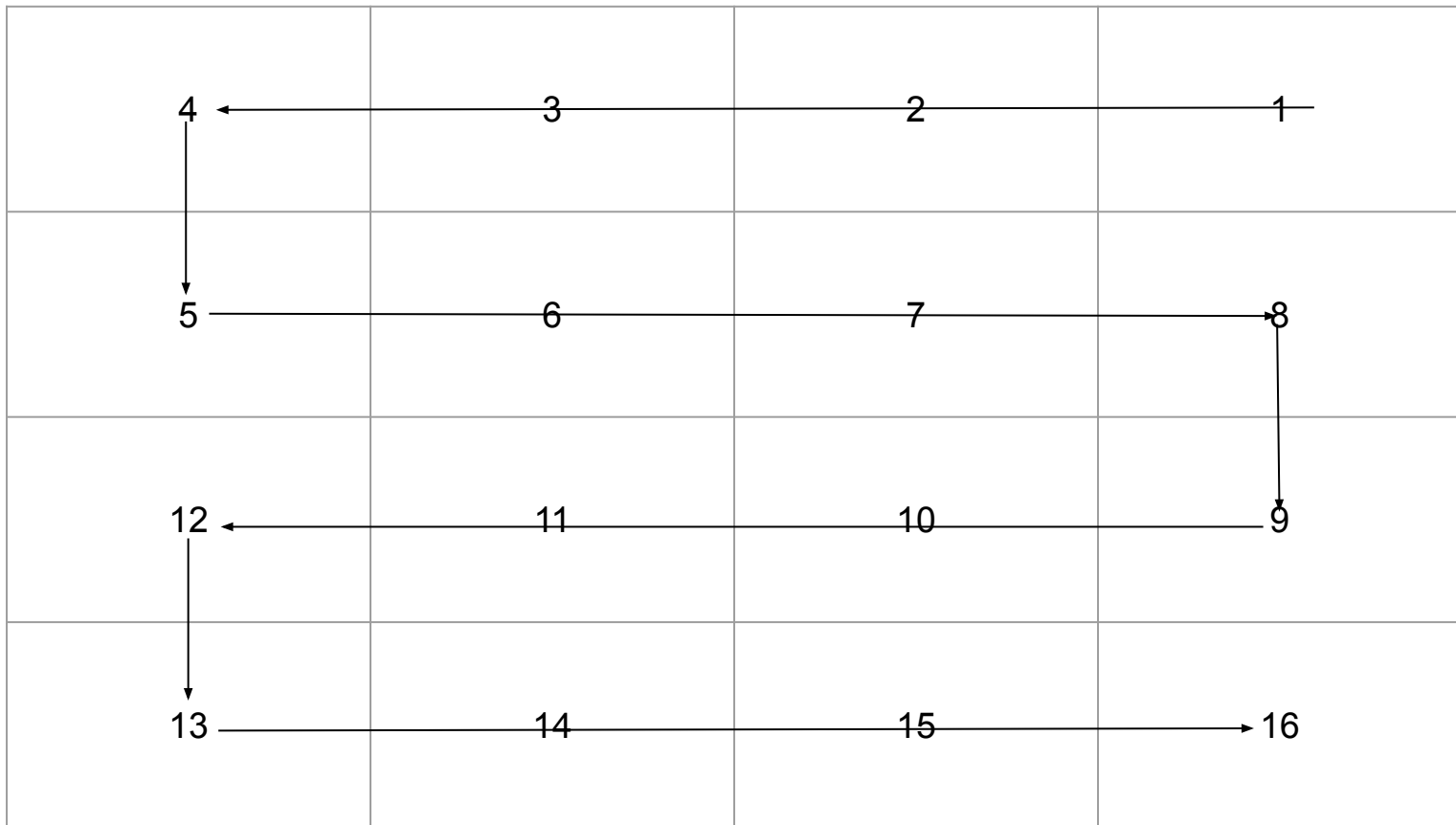
$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \\ 1, 2, 3, 4, 8, 5, 7, 6 \end{pmatrix}$$

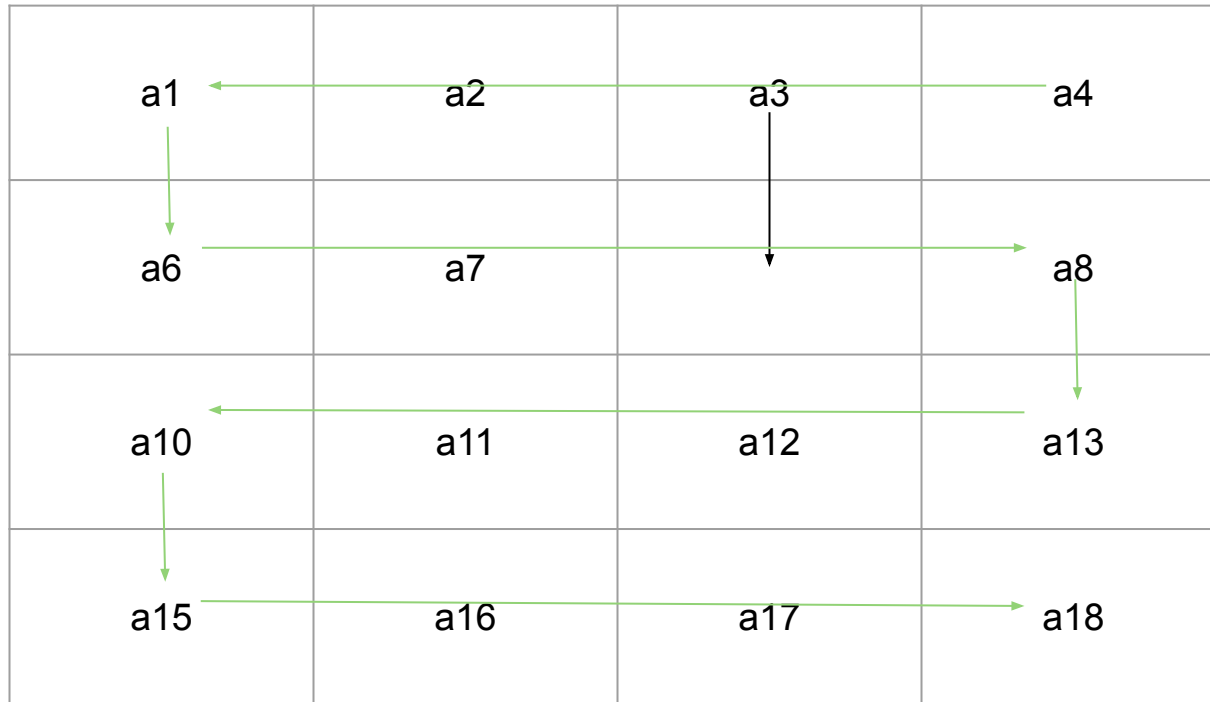
$$\sigma = (5, 8)(8, 6)(6, 5) \quad \varepsilon(\sigma) = (-1)^{3-1} = 1$$

II _2 Propriétés:

1. toute permutation induite en partant de la configuration ordonnée est inversible (il est possible de jouer les coups inverse pour se ramener à la solution)
2. chaque coup joué revient à composer la permutation par un cycle impair
3. les configurations résolubles du taquin sont exactement les permutations paires


preuve de 2:(pour simplifier on considère le sens de rangement suivant)





$\sigma^\circ(a_3, a_2, a_1, a_5, a_7)$ d'où le résultat et 2 implique 3

.....


$$\begin{pmatrix} a5 & a4 & a3 & a2 & a1 & a6 & a7 & a8 & a9 & \dots\dots\dots \\ a5 & a4 & a2 & a1 & a6 & a7 & a3 & a8 & a9 & \dots\dots\dots \end{pmatrix}$$

$$\sigma=(a3,a2,a1,a5,a7)$$

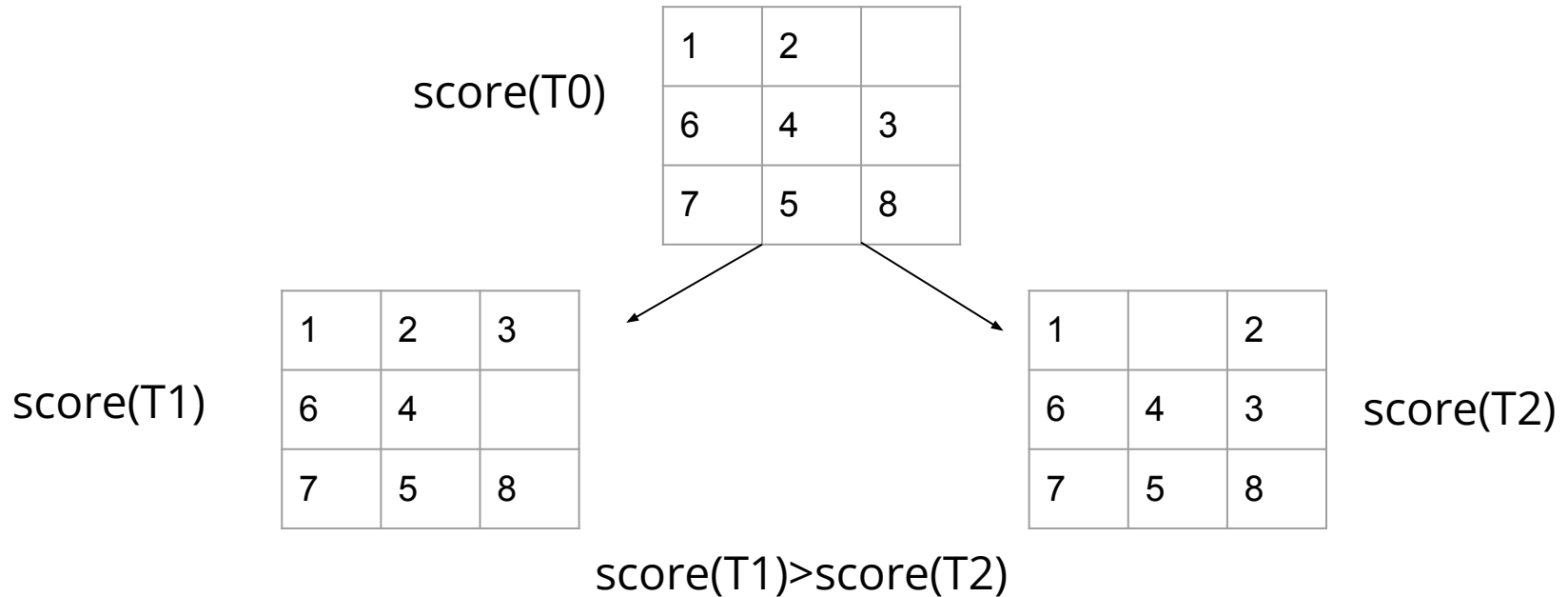
I _1.2 Configuration de Sam Loyd

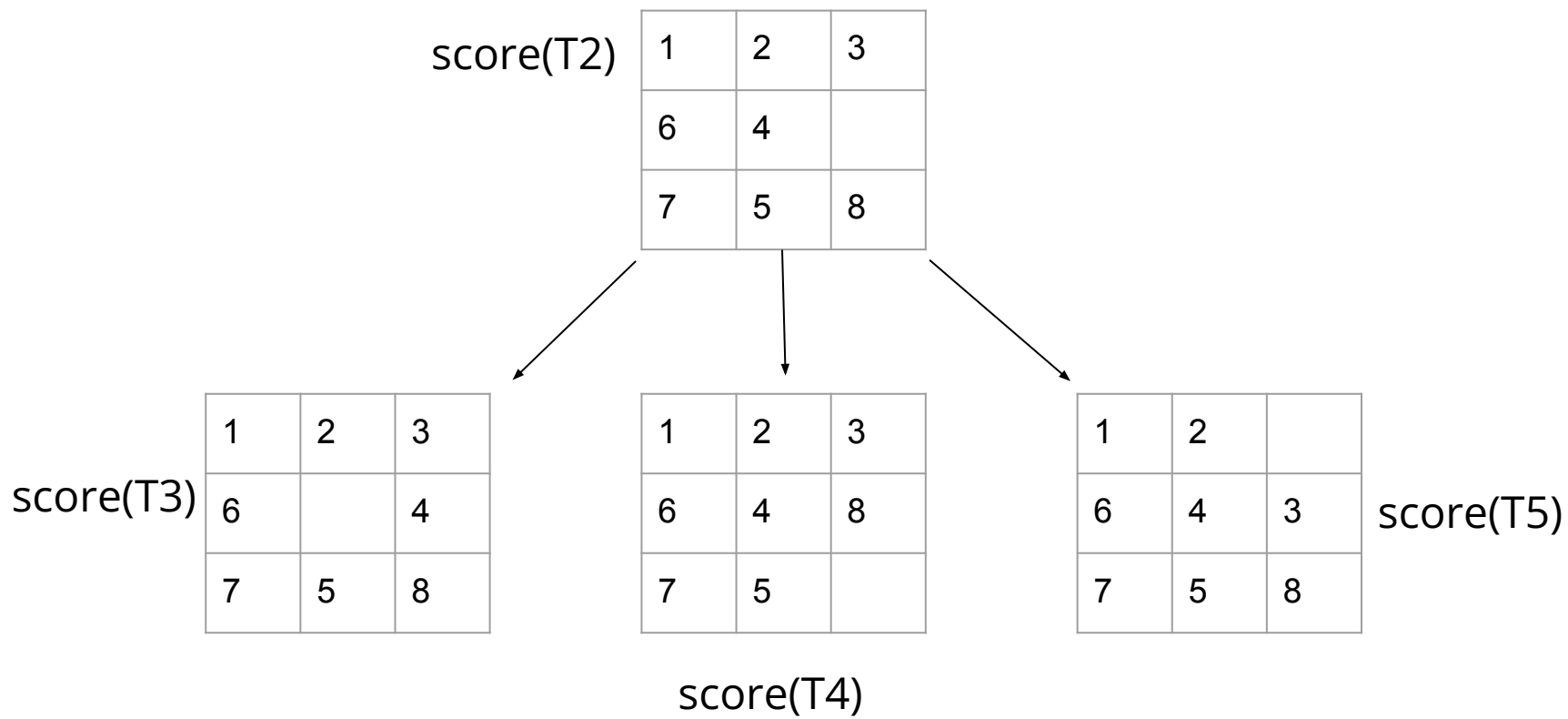
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	15	14	

$$\varepsilon(\sigma)=-1$$

$$\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 \\ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 14 \end{pmatrix}$$

II _Resolution informatique avec Branch and Bound





Structure du programme:

- **fonctions annexes:**
 - get possible moves
 - find_empty_positions
 - maximum_indice
 - score
 - coup_list
 - Tab_to_list
- **pseudo-code:**
 - initialise chemin=[]
 - initialise atraiter=liste des coups possibles
 - initialise traiter=[]
 - tant que taquin n'est pas ordonné faire:
 - pour i=0 jusqu'à longueur de atraiter
 - on joue le coup i et on ajoute à traiter le score de la configuration
 - on recupere le meilleur indice
 - on ajoute a chemin le sommet qui correspond a cet indice
 - on remplace taquin par la configuration ou on joue le meilleur coup
 - a la fin on renvoie chemin

problème du programme:

pour un taquin 4x4 le programme peut se bloquer dans la configuration suivante par exemple:

(le meilleur coup est 15 et le programme rentre dans une boucle infinie)

(il n'y a aucun soucis pour le 3x3 ,le programme est très efficace)

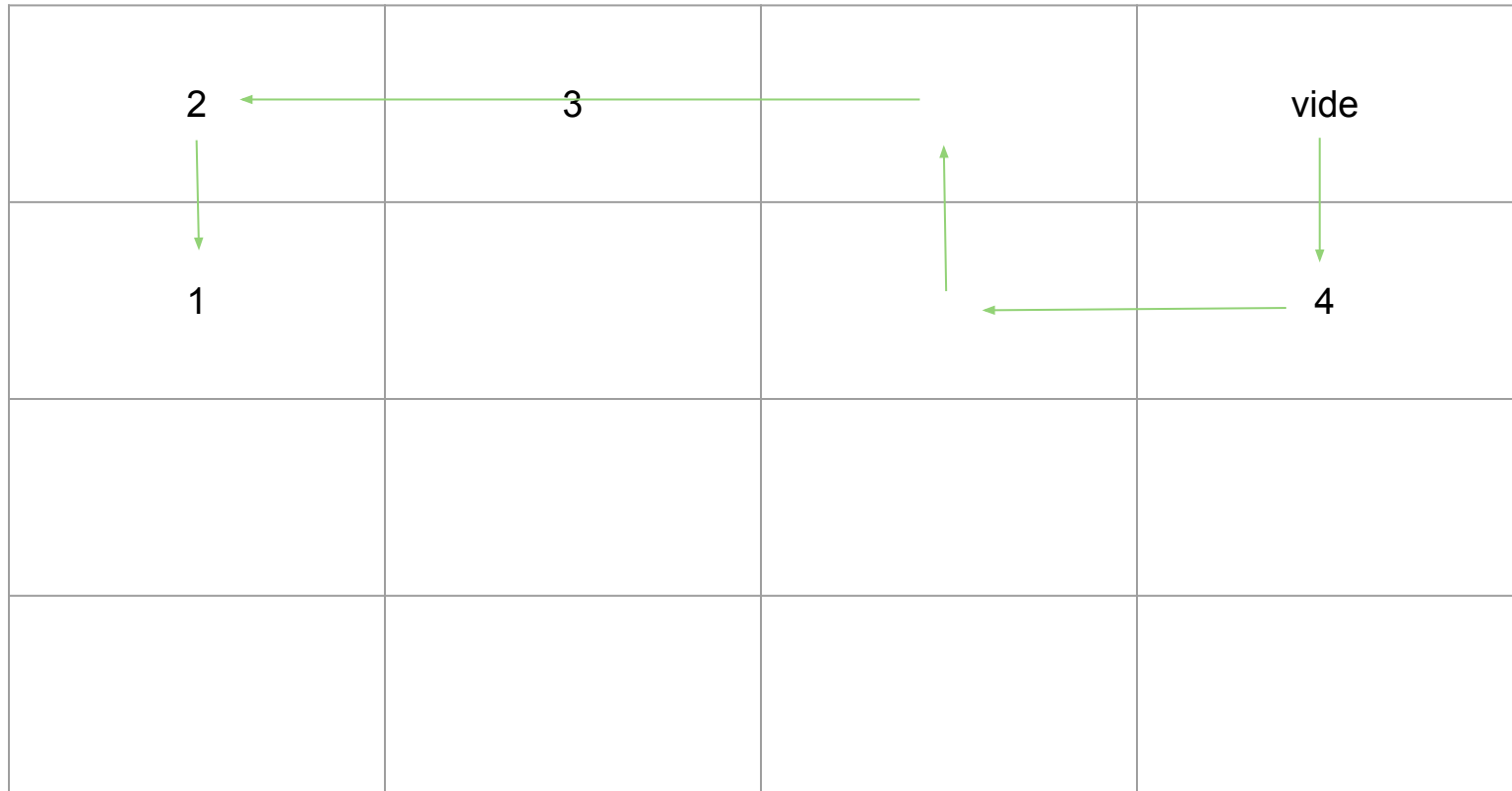
1	7	2	4
5	6	3	8
9	10	11	12
13	14	15	vide

III _1 Methode générale de résolution

- on commence par arranger la première ligne sauf le dernier coeff qui est placé sous sa cellule
- on bascule la première ligne pour faire remonter la ligne
- on range la deuxième ligne
- lorsqu'il reste deux lignes mélangées on "cycle" pour ranger la première colonne
- de même avec la deuxième
- enfin on "cycle" sur les quatre dernières cases

1	2	3	
			4
			vide

A 4x4 grid diagram. The top row contains the numbers 1, 2, 3, and an empty cell. The second row contains an empty cell, an empty cell, an empty cell, and the number 4. The third row contains four empty cells. The bottom row contains an empty cell, an empty cell, an empty cell, and the word 'vide'. A green arrow starts at the bottom-left cell and points vertically upwards to the top-left cell. Another green arrow starts at the bottom-right cell and points horizontally to the left, ending at the bottom-left cell.



1	2	3	4
5	6	7	8
			vide




1	2	3	4
5	6	7	8

Diagram illustrating a sequence of numbers and a path in a 4x4 grid:

- Row 1: 1, 2, 3, 4
- Row 2: 5, 6, 7, 8
- Row 3: (Empty)
- Row 4: (Empty), 9, 13, vide

Green arrows indicate a path:

- A horizontal arrow from the first column to the fourth column in the third row.
- A vertical arrow pointing up from the first column to the third row.
- A vertical arrow pointing down from the fourth column to the fourth row.

1	2	3	4
5	6	7	8
9			
13	 10	14	 vide

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	15	11
13	14	12	vide

The diagram shows a 4x4 grid with the following numbers in each cell:

- Row 1: 1, 2, 3, 4
- Row 2: 5, 6, 7, 8
- Row 3: 9, 10, 15, 11
- Row 4: 13, 14, 12, vide

Green arrows indicate a path between the numbers:

- A horizontal arrow points from 15 to 11.
- A vertical arrow points from 11 down to vide.
- A horizontal arrow points from vide left to 12.
- A vertical arrow points from 12 up to 15.

III _2 comparaison entre les deux méthodes

- pour des 3x3 la méthode branch and bound est sans doute la meilleure
- pour des 4x4 ou plus la deuxième méthode bien que beaucoup plus coûteuse en coups n'a pas le problème de blocage du branch and bound

conclusion:

bien que plus lente la deuxième méthode est sûre d'aboutir surtout pour des taquin 4x4 et plus la ou branch and bound est limitée dans ces cas la.

De plus la deuxième méthode peut être appliquée "à la main" par un joueur ce qui n'est pas possible avec branch and bound.