

注意: $\Phi(1.65) = 0.95$ $\Phi(1.96) = 0.975$ $\Phi(1.45) = 0.926$ $\Phi(1.40) = 0.92$

$$t_{0.99}(7) = 2.998, \quad t_{0.95}(7) = 1.895, \quad t_{0.99}(6) = 3.143, \quad t_{0.95}(6) = 1.943$$

$$\chi_{0.975}^2(6) = 14.449 \quad \chi_{0.025}^2(6) = 1.237$$

$$\chi_{0.975}^2(7) = 16.013 \quad \chi_{0.025}^2(7) = 1.690$$

一、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

1、若 $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$, $P(A - B) = 0.3$, 则 $P(A \cup B) =$ _____.

2、设随机变量 X 服从二项分布 $B(10, p)$, 若 X 的方差是 $\frac{5}{2}$, 则 $p =$ _____.

3、设随机变量 X 、 Y 均服从正态分布 $N(2, 0.2)$ 且相互独立, 则随机变量

$Z = X - 2Y + 1$ 的概率密度函数为_____.

4、设总体 $X \sim N(0, 4)$, 而 X_1, X_2, \dots, X_{15} 为取自该总体的样本, 则统计量

$Y = \frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_{10}^2}{2(X_{11}^2 + X_{12}^2 + \dots + X_{15}^2)}$ 服从_____分布.

5、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 以 Y 表示对 X 的三次独立重复观

察中事件 $\left\{X \leq \frac{1}{2}\right\}$ 出现的次数, 则 $P\{Y = 2\} =$ _____.

6、设总体 X 和 Y 相互独立, $X \sim N(0, 4)$, $Y \sim N(0, 9)$, $\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$, $\bar{Y} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} Y_i$,

其中 X_1, X_2, \dots, X_{10} 以及 Y_1, Y_2, \dots, Y_{15} 时分布来自总体 X 和 Y 的随机样本, 则 $|\bar{X} - \bar{Y}|$ 的数学期望为_____.

二、单项选择题 (每小题 3 分, 共 18 分)

1、设 A, B, C 三个事件两两独立, 则 A, B, C 相互独立的充分必要条件是().

(A) A 与 B, C 独立

(B) A, B 与 $A \cup C$ 独立

(C) A, B 与 A, C 独立

(D) $A \cup B$ 与 $A \cup C$ 独立

2、设 A, B 是两个随机事件, $P(A)=\frac{2}{5}, P(B)=\frac{4}{5}, P(B|\bar{A})=\frac{5}{6}$, 则 ()

$$(A) P(\bar{A}|B)=\frac{1}{2} \quad (B) P(\bar{A}|B)=\frac{3}{4} \quad (C) P(\bar{A}|B)=\frac{5}{8} \quad (D) P(\bar{A}|B)=\frac{12}{25}$$

3、设 X, Y 为相互独立的两个随机变量, 则下列不正确的结论是 ()

$$(A) E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y) \quad (B) E(XY) = E(X)E(Y)$$

$$(C) D(X \pm Y) = D(X) + D(Y) \quad (D) D(XY) = D(X)D(Y)$$

4. 袋中有 4 个白球 2 个黑球, 今从中任取 3 个球, 则至少一个黑球的概率为().

$$(A) \frac{4}{5} \quad (B) 1$$

$$(C) \frac{1}{5} \quad (D) \frac{1}{3}$$

5. 设随机变量 X 服从正态分布 (μ_1, σ_1^2) , 随机变量 Y 服从正态分布 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且 $P\{|X - \mu_1| < 1\} > P\{|Y - \mu_2| < 1\}$, 则必有().

$$(A) \sigma_1 < \sigma_2 \quad (B) \sigma_1 > \sigma_2 \quad (C) \mu_1 < \mu_2 \quad (D) \mu_1 > \mu_2$$

6、 X_1, X_2, \dots, X_9 相互独立, $EX_i = 1, DX_i = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, 9)$, 则对任意给定的 $\varepsilon > 0$, 有().

$$(A) P\left\{\left|\sum_{i=1}^9 X_i - 1\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - \varepsilon^{-2} \quad (B) P\left\{\left|\frac{1}{9}\sum_{i=1}^9 X_i - 1\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - \varepsilon^{-2}$$

$$(C) P\left\{\left|\sum_{i=1}^9 X_i - 9\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - \varepsilon^{-2} \quad (D) P\left\{\left|\sum_{i=1}^9 X_i - 9\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - 9\varepsilon^{-2}$$

三、(10 分) 甲、乙两人轮流投篮, 甲先投。一般来说, 甲、乙两人独立投篮的命中率

分别为 0.7 和 0.6。但由于心理因素的影响, 如果对方在前一次投篮中投中, 紧跟在后面投篮的这一方的命中率就会有所下降, 甲、乙的命中率分别变为 0.4 和 0.5。求:

(1) 乙在第一次投篮中投中的概率;

(2) 甲在第二次投篮中投中的概率。

四、(14分) 设 (X,Y) 在由直线 $x=1$ ， $x=e^2$ ， $y=0$ 及曲线 $y=\frac{1}{x}$ 所围成的区域

上服从均匀分布，

(1) 求边缘密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$ ，并说明 X 与 Y 是否独立.

(2) 求 $P(X+Y \geq 2)$.

五、(10分) 设随机变量 X 与 Y 相互独立且同分布，且 X 的分布律为 $X \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$.

记 $U = \max(X,Y)$ ， $V = \min(X,Y)$ ，试求 (U,V) 的概率分布，并求 $Cov(U,V)$.

六、(10分) 一养鸡场购进 1 万个良种鸡蛋,已知每个鸡蛋孵化成雏鸡的概率为 0.84, 每只雏鸡发育成种鸡的概率为 0.90, 试计算这批鸡蛋得到种鸡不少于 7500 只的概率。

七、(10分)

设总体 X 的分布函数为

$$F(x; \beta) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^\beta} & \text{当 } x > 1 \\ 0 & \text{当 } x \leq 1 \end{cases}$$

其中未知参数 $\beta > 1$, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本,求

(1) β 的矩估计;

(2) β 的极大似然估计。

八、(10分)

(1). 已知多名实习生相互独立地测量同一块土地的面积，设每名实习生得到的测量数据 X 平方米服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，从这些测量数据中随机抽取 7 个，经计算，其平均面积为 125 平方米，标准差为 2.71 平方米。求 μ 的置信度为 90%的置信区间。

(2). 甲乙两厂生产的灯泡，其寿命 X 和 Y 分别服从 $N(\mu_1, 84^2)$ 和 $N(\mu_2, 96^2)$ ，现从两厂生产的灯泡中各取 60 只，测得平均寿命甲厂为 $\bar{x} = 1295$ 小时，乙厂为 $\bar{y} = 1230$ 小时，问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下能否认为两厂生产的灯泡寿命无显著差异？