CNF (CNF)

(-PA(QVRV7S)) (Q > (R > (SAP)))

Binna La AVTINA DIOTOUME TIS OUVERAJUGES MAI TIS 1008UVAMIES.

(¬P 1 (Q V R V 15)) (→ (Q → (¬R V (S 1P))) = (¬P 1 (Q V R V 15)) (¬Q V (¬R V (S 1P))) = ((¬P 1 (Q V R V 15)) 1 (¬Q V (¬R V (S 1P)))) V (¬(¬P 1 (Q V R V 15)) 1 ¬ (¬Q V (¬R V (S 1P)))) = (¬(¬P 1 (Q V R V 15)) 1 ¬ (¬Q V (¬R V (S 1P)))) = (¬(¬Q V (¬R V (¬R V (S 1P)))) = (¬(¬Q V (¬R V (¬R

Brima 2º: Enpwxvoume TIS NO EJWTEPINES apvisses Edwitepina

((-P1(QURV15))1(-QV(-RV(51P))))V ((PV(-Q1-R15))1(Q1(R1(-5V-P))))=

Binna 32: Xpn Elhonoloight TON ENHEPLETINIOTTA TOS SIAJENZOS.

(-P1(QVRV1S) 1(-QV((-RVS) 1(-RVP)))) V ((PV1Q)1(PV1R) 1(PNS) 1Q1R1(15V1P)) = (-P1(QVRV1S) 1(-QV1RVS) 1(-QV1RVP)) V ((PV1Q) 1(PV1R) 1(PVS) 1Q1R 1(15V1P)) =

Brita 4º: Diapparpoint tous Sindois opous και αντιμαθιστούμε

Mt Tris τοιυτο doxies οι οποίες απορροφώνται από τους μέχιστους

δρους στη συνέχεια.

(¬PVPV¬Q) Λ(¬PVPV¬R) Λ (¬PVPVS) Λ (¬PVQ) Λ (¬PVR) Λ (¬PV¬SV¬P) Λ(QVRV¬SVPV¬Q) Λ(QVRV¬SVPV¬R) Λ (QVRV¬SVPVS) Λ (QVRV¬SVQ) Λ (QVRV¬SVR) Λ (QVRV¬SVPVS) Λ (QVRV¬SVQ) Λ (QVRV¬SVR) Λ

			Propress/A
GQVIRV:	15 NP 15) 1 (-Q V 2R VS 15 N-15 N-P) 1 (-Q N- R VP VP VS) 1 (-Q N- NP N-S N-P) =	VQ)1(7QV28	VSVR)1
(IQVIR	15 875 N7P) 1 (7Q1	1-RVPVPV-Q)1	(-QV-RVPVPV-R
1(1QV-1	RVPVPVS) 1 (-QV-	RJP1Q)1(10	VZRVPVR)1
(TQVTR	VPVISVIP) =	-2) FA ((2-1	9 × 90) 19-0
TATAT	1 (-PVR)1 (-PV-	s) ATATATA	(QVRV 15) 1.
	SVIP) 1 (IQVIRVS		
NTNTI	T= E (900) 9 9-30		
	A (-PIR) A (-PV-15) PAROPPIS VP) A (-QV	(2rb) (12rb	910) Lanope
(TPVQ)	A (TPVR) A (TPVTS)	1 (QVRV75)	1 (QVBV-SV-P)
1 CTQX	TRUSUP) 1 (TQV	ARVP) = VAV	00 K9000)
GPVQ)1(7PVB) 1(7PV75) 1(Q VR V75) 1(71	QV-RVP)
	7RV(SAP)))V) v O-) 1 (RF)	(C-64(0) KD
	= ((((9, v 2)))=	RAS) A (60 A	rn ((r) (9)
20-7607016	EMHEDI DTINET-TO T-15	Ver AROOMS DONE	maX = = 8 104 mg
	1815) V (-1816)))))	15) 1 (10 v (C	1240) A9-)
	10 4 RA (15 4 7 P)	PV-18) 1 (PAS)) N(OTV9))
· V	((9 V 9 T V OF) A (2)	15) V (40 1167	1910) N9A)
	((9-12-1-P))	61-6) V(612)) A (Or (9))
3MUDTO!	Jours Depos Ken ONTINGS	ON 2 COOK 3 MOOD BOY	DATE HE : AND
New med 2	coor and terrapagaana	charies or aneis	FUIDT RIFT 3/4
		1019×3	400 MD 20000
	7	T	
N (AL)	3-) V (6-610) V (5/67	90) 1 (90 4949) A (Q = 1 9 4 9 P)
A (Ar	V9 PSEVALO) A (OF V	4(0,4 R 1 78 4 6	(9-45-49-)
	5 4 CO) A (CO + R N - 5 4 R		
38-494748	-4246)V(Jehab)	- + O -) 1 (9 - V 3	C. O. J. B. A. 15 7.

.

DNFL
= EKIVAHE and TO 2º Brima his METATPOMS DE CNF Kal
XAMETHOROTONIA TOU ENTHEPIETINOTINA THE ENTENS.
((-P1(Q1R1-15))1(-QV(-RV(51P))))V
((PV(7Q17R1S))1(Q1(R1(7SV7P))))=
(((¬PAQ)V(¬PAR)V(¬PATS))A(¬QV(¬RV(SAP)))V
((PV(7Q17R1S))1(Q1((R17S)V(R17P))))=
The transfer of the transfer o
(((-010))((-010))((-01-0))1(-01-01))),
(((¬PAQ) V(¬PAR) V(¬PA¬S)) A (¬QV¬RV(SAP))) V ((PV(¬QA¬RAS)) A ((QARA¬S) V (QARA¬P))) =
(CF V (IQARAS)) A (QARAS) V (QARASP)) =
(000 p) (000 p) (000 p) (000 p) (000 p)
(1P1Q11Q) V (1P1Q11R) V (1P1Q151P) V (1P1R11Q) V (1P1R11R) V (1P1R151P) V (1P11S11Q) V (1P11S11R) V
(TPAKATR) V (TPAKASAP) V (TPATSATQ) V (TPATSATR) V
(7P/178/15/1R) V (PAQARATS) V (PAQARATE) V (7Q17R15AQTARATS) V (7Q17RASTQ1R17P) =
(7Q17R15AQ1R175)V(7Q17RASiQ1R17P) =
FV(1PAQ11R)VFV(1PAR11Q)VFVFV(-P11511Q).
(-P17517R) V F V (P1Q1R175) V F V F V F =
O avrivopies anoppopopoural and Tous Edaxionous opous
(7P1Q1-R) V (7P1R17Q) V (7P17S17Q) V
(TPAQATR) V (TPARATQ) V (TPATSATQ) V (TPATSATR) V (PAQARATS).

ΆΣΚΗΣΗ 2

[20 μονάδες] Θεωρείστε τα σύνολα προτάσεων $\Sigma 1 = \{ P \rightarrow Q, P \rightarrow R, P \land Q, R \} \Sigma 2 = \{ P \rightarrow Q, P \rightarrow R, R \land Q, P \}$

- (α) Εξετάστε αν τα σύνολα αυτά είναι ικανοποιήσιμα.
- (β) Ένα σύνολο προτάσεων ονομάζεται ελάχιστα μη-ικανοποιήσιμο αν είναι μηικανοποιήσιμο αλλά όλα τα γνήσια υποσύνολά του είναι ικανοποιήσιμα. Εξετάστε αν κάποιο από τα Σ1, Σ2 είναι ελάχιστα μη-ικανοποιήσιμο σύνολο.

Λύση

a)

$$\Sigma 1 = \{ P \rightarrow -Q, P \rightarrow -R, P \land Q, R \}$$

Το P -> -Q είναι ισοδύναμο με -P V -Q

Το P -> -R είναι ισοδύναμο με -P V -R

P	Q	R	-P	-R	P-> -Q	P-> -R	P^Q	Σ1
Т	Т	Т	F	F	F	F	Т	F
Т	Т	F	F	Т	F	Т	Т	F
Т	F	Т	F	F	Т	F	F	F
Т	F	F	F	Т	Т	Т	F	F
F	Т	Т	Т	F	Т	Т	F	F
F	Т	F	Т	Т	Т	Т	F	F
F	F	Т	Т	F	Т	Т	F	F
F	F	F	Т	Т	Т	Т	F	F

Το σύνολο Σ1 είναι μη ικανοποιήσιμο αφού δεν υπάρχει ερμηνεία που να καθιστά όλες τις προτάσεις ταυτόχρονα αληθές. Αυτό σημαίνει πως δεν υπάρχει συνδυασμός τιμών για την Σ1 που να την κάνουν αληθή.

$$\Sigma 2 = \{ P \rightarrow Q, P \rightarrow R, R \land Q, P \}$$

Το P -> Q είναι ισοδύναμο με -P V Q

Το P -> R είναι ισοδύναμο με -P V R

P	Q	R	-P	R-> Q	P-> R	R^Q	Σ2
Т	Т	Т	F	Т	Т	Т	F
Т	Т	F	F	Т	F	F	F
Т	F	Т	F	F	Т	F	F
Т	F	F	F	Т	F	F	F
F	Т	Т	Т	Т	Т	Т	Т
F	Т	F	Т	Т	Т	F	F
F	F	Т	Т	Т	Т	F	F
F	F	F	Т	Т	Т	F	F

Το σύνολο Σ2 είναι ικανοποιήσιμο διότι σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα υπάρχει έστω μία ερμηνεία για την οποία οι όροι του συνόλου Σ2 είναι ταυτόχρονα αληθείς.

b)

Ένα σύνολο προτάσεων ονομάζεται ελάχιστα μη-ικανοποιήσιμο όταν είναι μηικανοποιήσιμο αλλά όλα τα γνήσια υποσύνολα του είναι ικανοποιήσιμα. Οπότε σύμφωνα με αυτόν τον ορισμό το Σ2 **ΔΕΝ** είναι ελάχιστα μη-ικανοποιήσιμο αφού από το a) ερώτημα προέκυψε ότι είναι ικανοποιήσιμο. Άρα εξετάζουμε μόνο την περίπτωση Σ1 που είναι μηικανοποιήσιμο.

Το Σ1 δεν είναι ελάχιστα μη-ικανοποιήσιμο γιατί παρατηρούμε ότι τα υποσύνολα { $P \rightarrow Q$, $P \rightarrow R$, $P \rightarrow Q$ } ή { $P \rightarrow Q$ } δεν είναι ικανοποιήσιμα.

ΆΣΚΗΣΗ 3

[10 μονάδες] Γράψτε μια πρόταση για τη στήλη Χ του παρακάτω πίνακα αλήθειας και επαληθεύστε την απάντησή σας. Φροντίστε η πρόταση αυτή να είναι όσο πιο απλή γίνεται και αιτιολογείστε την όποια μετατροπή κάνετε με τις γνωστές ισοδυναμίες του προτασιακού λογισμού.

A	В	C	X
α	α	α	Ψ
α	α	Ψ	Ψ
α	Ψ	α	α
α	Ψ	Ψ	α
Ψ	α	α	Ψ
Ψ	α	Ψ	Ψ
Ψ	Ψ	α	α
Ψ	Ψ	Ψ	Ψ

Λύση

Με βάση τον πίνακα αληθείας, παρατηρούμε ότι 3 γραμμές αναδεικνύουν την στήλη X ως αληθής. Με βάση αυτές μπορούμε να γράψουμε την ακόλουθη έκφραση:

```
(A \land \neg B \land C) \lor (A \land \neg B \land \neg C) \lor (\neg A \land \neg B \land C) \equiv
(A \land \neg B \land C) \lor (\neg A \land \neg B \land C) \lor (A \land \neg B \land \neg C) \equiv (\Sigma Y N E N \Omega \Sigma H)
(\neg B \land C) \lor (A \land \neg B \land \neg C) \equiv (E \Pi I M E P I \Sigma M \Omega \Sigma)
((\neg B) \lor (A \land \neg B \land \neg C)) \land ((C) \lor (A \land \neg B \land \neg C) \equiv (E \Pi I M E P I \Sigma M \Omega \Sigma T O Y \lor \Sigma T O \land)
((\neg B \lor A) \land (\neg B \lor B) \land (\neg B \lor \neg C)) \land ((C \lor A) \land (C \lor \neg B) \land (C \lor \neg C)) \equiv
(A Y T O \Pi A \Theta E I A), (T A Y T O \land O \Gamma I A)
((\neg B \lor A) \land \neg B \land (\neg B \lor \neg C)) \land ((C \lor A) \land (C \lor \neg B)) \equiv (A \Pi O P P O \Phi H \Sigma H)
((\neg B \lor A) \land \neg B \land (C \lor A) \land (C \lor \neg B)) \equiv (A \Pi O P P O \Phi H \Sigma H)
(\neg B \land (C \lor A))
```

Για να επαληθεύσουμε την εγκυρότητα του αποτελέσματος δημιουργούμε έναν νέο πίνακα αληθείας ο οποίος και επιβεβαιώνει τα αρχικά δεδομένα.

А	В	С	¬B	CvA	¬B ∧ (C ∨ A)
α	α	α	ψ	α	ψ
α	α	ψ	ψ	α	ψ
α	ψ	α	α	α	α
α	ψ	ψ	α	α	α
ψ	α	α	ψ	α	ψ
ψ	α	ψ	ψ	ψ	ψ
ψ	ψ	α	α	α	α
ψ	ψ	ψ	α	ψ	ψ