3η σειρά Ασκήσεων
ΛΟΓΙΚΗ
Ημερομηνία Παράδοσης 27 ΑΠΡΙΛΙΟΥ

1. (40) Θεωρείστε την ερμηνεία (D, I), όπου $D = \mathbb{N}$ (δηλαδή το σύνολο των φυσικών αριθμών), και $I(a) = 0, I(b) = 1. I(c) = 3, I(f) : n \to n^2, I(g) : m, n \to m + n, I(P) = \{n \in \mathbb{N} | n : \text{άρτιος}\}$ και $I(Q) = \{(m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid \text{το } m \text{ διαιρεί το } n\}$. Για αυτή την ερμηνεία, καθορίστε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις ικανοποιούνται και δώστε την ισοδύναμη τους έκφραση στα ελληνικά.

   (a) $P(f(b)$

   (b) $P(g(b, c)$

   (c) $P(g(f(c), f(b)))$

   (d) $Q(f(f(c)), f(f(c)))$

   (e) $\forall x Q(f(x), x)$

   (f) $\exists x Q(x, f(x))$

   (g) $\forall x P(x) \to P(f(x))$

   (h) $\exists x (P(x) \wedge P(f(x)))$

   (i) $\exists x \exists y (P(x) \wedge P(y) \wedge P(g(x, y)))$

   (j) $\exists x \exists y (\neg P(x) \wedge \neg P(y) \wedge P(g(x, y)) \wedge P(g(y, x))$

2. (20) Εξετάστε αν τα παρακάτω σύνολα είναι ικανοποιήσιμα ή όχι.

   (a) $\{\exists x \forall y P(x, y), \forall x \neg P(x, x)\}$

   (b) $\{\exists x P(x), \forall x (P(x) \to Q(x)), \forall x \neg Q(x)\}$

3. (30) Χρησιμοποιείστε τη μέθοδο της μορφολογικής παραγωγής για να δείξετε ότι οι παρακάτω εξαγωγές συμπερασμάτων είναι έγκυρες.

   (a) $\exists x P(x) \to Q(a) / \forall x (P(x) \to Q(a))$

   (b) $\forall x \exists y (P(x) \to R(x, y)) / \forall x (P(x) \to \exists y R(x, y))$

   (c) $\{\exists x \forall y (P(y) \to R(x, y)), P(a)\} / \exists x R(x, a)$

4. (10) Δείξτε με χρήση μορφολογικής παραγωγής ότι η πρόταση $\forall y (\forall x R(x, y) \to R(x, y))$ είναι λογικά αληθής.

5.(80). Έστω οι παρακάτω πίνακες

Student

SID	FNAME	LNAME	BDATE	ADDR	SEX	SEMESTER	S_IID	DNO

DEPARTMENT

DNUMBER	DNAME	MIID

Courses

CNUMBER	CNAME	CREDITS	DNUMBER

Attend

SID	CNUMBER

INSTRUCTOR (IID = Instructor ID)

IID	FNAME	LNAME	SEX	SALARY	BDATE	DNUMBER

TEACH

IID	CNUMBER

(το MIID αντιστοιχεί στο IID του προέδρου)
(Το S_IID είναι το IID του καθηγητή που είναι ακαδημαϊκός σύμβουλος στο φοιτητή)

Το κατηγόρημα student(a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8,a9) είναι αληθής αν και μόνο αν τα a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8,a9 αποτελούν μια γραμμή του πίνακα student.
Το κατηγόρημα department(b1,b2,b3) είναι αληθής αν και μόνο αν τα b1,b2,b3 αποτελούν μια γραμμή του πίνακα department.
Το κατηγόρημα courses(c1,c2,c3,c4) είναι αληθής αν και μόνο αν τα c1,c2,c3,c4 αποτελούν μια γραμμή του πίνακα student.
Το κατηγόρημα attend(d1,d2) είναι αληθής αν και μόνο αν τα d1,d2 αποτελούν μια γραμμή του πίνακα attend.
Το κατηγόρημα instructor(i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7) είναι αληθής αν και μόνο αν τα i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7 αποτελούν μια γραμμή του πίνακα instructor
Το κατηγόρημα teach(t1,t2) είναι αληθής αν και μόνο αν τα t1,t2 αποτελούν μια γραμμή του πίνακα teach.
Να εκφράσετε σε κατηγορηματικό λογισμό τα παρακάτω κατηγορήματα χρησιμοποιώντας τα πιο πάνω κατηγορήματα.

1. predicate_1(c1) είναι αληθής όταν το c1 είναι όνομα μαθήματος του τμήματος χημείας.
2. predicate_2(fname_2,fname_3) είναι αληθής όταν ο καθηγητής με το όνομα fname_2, lname_2 έχει τον υψηλότερο μισθό.
3. predicate_3(fname_3, lname_3) είναι αληθής όταν ο καθηγητής με το όνομα είναι πρόεδρος στο τμήμα Βιολογίας.
4. predicate_4(fname_4, lname_4, fname_5, lname_5) είναι αληθής όταν ο φοιτητής με το όνομα fname_4,lname_4 παρακολουθεί όλα τα μαθήματα τα οποία διδάσκει ο καθηγητής με το όνομα fname_5, lname_5.
5. predicate_5(cname) είναι αληθής όταν το cname είναι το όνομα ενός μαθήματος το οποίο είτε το διδάσκει καθηγητής με το όνομα Παπαδόπουλος είτε το παρακολουθεί ένας φοιτητής με το όνομα Παπαδόπουλος.