ΗΥ119 - ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ
ΑΣΚΗΣΗ 1

Η άσκηση θα παραδοθεί ηλεκτρονικά στη σελίδα του μαθήματος στο http://elearn.uoc.gr/.
Η καταληκτική προθεσμία παράδοσης είναι την Παρασκευή, 11/03/2016 στις 17:55
(πριν το φροντιστήριο).

Οδηγίες παράδοσης

Παραδώστε ένα αρχείο [αριθμος μητρώου σας]_ask1.zip που περιέχει:

1. Τις λύσεις των θεωρητικών ασκήσεων. **Οι λύσεις πρέπει να είναι όλες σε ένα αρχείο ask1.pdf και να είναι ευανάγνωστες, αλλιώς δεν θα βαθμολογηθούν**.
2. Την υλοποίηση της συνάρτησης multiply.m.

Θεωρητικές Ασκήσεις (80/100)

Άσκηση 1 (7.5/100)

Περιγράψτε την τομή των τριών επιπέδων $u + v + w + z = 8$ και $u + w + z = 5$ και $u + w = 4$ (όλα στον τετραδιάστατο χώρο). Είναι μια ευθεία, ένα σημείο ή το κενό σύνολο; Ποια είναι η τομή εάν συμπεριληφθεί το τέταρτο επίπεδο $u = 1$;

Άσκηση 2 (15/100)

(α) Εκφράστε τα παρακάτω συστήματα εξισώσεων σαν συστήματα εξισώσεων πινάκων της μορφής $Ax = b$.
(β) Εφαρμόστε απαλοιφή Gauss και ανάδρομη αντικατάσταση για να τα λύσετε.
(γ) Δείξτε ποίοι είναι οι οδηγοί, καθώς και τις πράξεις που εφαρμόσατε σε κάθε βήμα.

$$\begin{aligned} 2u - 3v &= 9 \\ 4u - 5v + w &= 16 \\ 2u - v - 3w &= 10 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} u + v + w &= 6 \\ u + 2v + 2w &= 11 \\ 2u + 3v - 4w &= 10 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} u + 2v + 2w &= 10 \\ 2u + 4v - 4w &= 4 \\ u + v + w &= 7 \end{aligned}$$

Άσκηση 3 (7.5/100)

Υπολογίστε τα γινόμενα

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad , \quad \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 & -1 & 1 \\ 1/2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 4 (7.5/100)

Το γινόμενο δύο κάτω τριγωνικών πινάκων είναι πάλι κάτω τριγωνικός (όλα τα στοιχεία υπεράνω της διαγωνίου είναι μηδέν). Επαληθεύστε το με ένα παράδειγμα 3 επί 3 και εξηγείστε πώς αυτό έπεται από τους νόμους του πολλαπλασιασμού πινάκων.

Άσκηση 5 (5/100)

Παραγοντοποιήστε τον A σε LU, και γράψτε το άνω τριγωνικό σύστημα $Ux = c$ που εμφανίζεται μετά την απαλοιφή, για το

$$Ax = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 6 & 9 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 6 (15/100)

Βρείτε τις παραγοντοποιήσεις PA = LDU (και επαληθεύστε τις) για

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 7 (15/100)

Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο Gauss-Jordan για να αντιστρέψετε τους

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 8 (7.5/100)

Εάν B είναι ο αντίστροφος του A^2, δείξτε ότι ο αντίστροφος του A είναι AB. (Συνεπώς ο A είναι αντιστρέψιμος, όταν ο A^2 είναι αντιστρέψιμος).

Προγραμματιστική άσκηση (20/100)

Στην άσκηση αυτή θα υλοποιήσετε μια συνάρτηση στο MATLAB που κάνει πολλαπλασιασμό δύο πινάκων A και B διαστάσεων $N \times M$ και $M \times K$ αντίστοιχα. Τροποποιήστε το αρχείο multiply.m που σας δίνεται. Εφαρμόστε τα εξής βήματα:

1. Ελέγξτε ότι οι πίνακες μπορούν να πολλαπλασιαστούν. Χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση size για να πάρετε τις διαστάσεις των πινάκων. Σε περίπτωση που δεν είναι εφικτός ο πολλαπλασιασμός, τυπώστε ένα μήνυμα και επιστρέψτε τον κενό πίνακα [].

2. Δημιουργήστε έναν (αρχικά κενό) πίνακα με κατάλληλες διαστάσεις που θα περιέχει το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού. Χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση zeros.

3. Υπολογίστε τον πολλαπλασιαμό των πινάκων. *Δεν επιτρέπεται να χρησιμοποιήστε έτοιμες συναρτήσεις του MATLAB για αυτό* (Δηλαδή, δεν επιτρέπεται να χρησιμοποιήσετε συναρτήσεις ή τελεστές που πολλαπλασιάζουν πίνακες και/ή διανύσματα).

Για περισσότερες πληροφορίες για τις συναρτήσεις πατήστε doc [όνομα συνάρτησης] στην κονσόλα του MATLAB (π.χ. doc size).