

HY180 – Λογική
Εαρινό Εξάμηνο 2008

3^η Σειρά Ασκήσεων
Προθεσμία παράδοσης: 29/5/08

1. [25 μονάδες] **Μορφολογική παραγωγή στον Κατηγορηματικό Λογισμό.**

Αποδείξτε με χρήση μορφολογικής παραγωγής τα ακόλουθα:

- a. [10] $\forall y (\forall x R(x,y) \rightarrow R(x,y))$
- b. [15] $\forall x (P(x) \rightarrow \exists y R(x,y)) / \forall x \exists y (P(x) \rightarrow R(x,y))$

2. [20 μονάδες] **Ικανοποιησιμότητα σχημάτων του Κατηγορηματικού Λογισμού.**

Εξετάστε την ικανοποιησιμότητα των ακόλουθων (συνόλων) σχημάτων:

- a. [5] $\{\forall x(P(x) \rightarrow R(x,x)), \exists x \neg R(x,x), P(a)\}$
- b. [5] $\{\neg \exists x (P(x) \wedge Q(x)), \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))\}$
- c. [10] $(\forall x P(x) \wedge \forall y Q(y)) \leftrightarrow (\forall x (P(x) \leftrightarrow Q(x)))$

3. [20 μονάδες] **Σημασιολογία του Κατηγορηματικού Λογισμού.** Θεωρείστε την ερμηνεία (D,I), όπου D το σύνολο $N \times N$, N οι φυσικοί αριθμοί και I να ορίζεται ως εξής:

- $I(a)=(0,0)$, $I(b)=(0,1)$, $I(c)=(1,0)$, $I(d)=(1,1)$
- $I(f)$ συνάρτηση που επιστρέφει το πρώτο μέλος του ζεύγους f
- $I(s)$ συνάρτηση που επιστρέφει το δεύτερο μέλος του ζεύγους s
- $I(g)$ συνάρτηση που επιστρέφει το άθροισμα των μελών του ζεύγους g
- $I(P)$ είναι το σύνολο των στοιχείων του D που έχουν ίσα μέλη
- $I(Q)$ είναι το σύνολο των στοιχείων του D που το άθροισμα των μελών τους είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 2

Αποφασίστε αν τα ακόλουθα σχήματα είναι ικανοποιήσιμα ή όχι από την παραπάνω ερμηνεία και δικαιολογείστε την απάντησή σας:

- (a) $P(g(d), s(f(a), g(b)))$
- (b) $Q(s(a), g(c))$
- (c) $\forall x P(g(x), s(x))$
- (d) $\exists x Q(f(x), g(x))$

Προσοχή: Οι ασκήσεις πρέπει να παραδίδονται έγκαιρα. Καθυστερημένη παράδοση ασκήσεων δεν θα γίνει δεκτή. Η αντιγραφή τιμωρείται με μηδενισμό.