

**HY180 – Λογική**  
**Εαρινό Εξάμηνο 2012**

**3<sup>η</sup> Σειρά Ασκήσεων**

**Προθεσμία παράδοσης: 31/5/2012 (3μμ)**

1. [15] Θεωρείστε την ερμηνεία  $(D, I)$  της γλώσσας  $L$  όπου  $D$  είναι το σύνολο των φυσικών αριθμών και  $I$  συνάρτηση ερμηνείας για την οποία:  $I(a) = 0$ ,  $I(b) = 1$ ,  $I(c) = 3$ ,  $I(d) = 4$ ,  $I(f): n \rightarrow n^3$ ,  $I(g): (m, n) \rightarrow m * n$ ,  $I(P) = \text{“το σύνολο των περιττών φυσικών αριθμών”}$ ,  $I(Q) = \{(m, n) \mid m \text{ διαιρεί το } n\}$ . Με βάση αυτή την ερμηνεία, εξηγήστε αν τα παρακάτω σχήματα είναι αληθή ή ψευδή:
  - a)  $P(f(c))$
  - b)  $P(g(a, b))$
  - c)  $Q(f(c), f(d))$
  - d)  $\forall x Q(x, f(x))$
  - e)  $\exists x Q(x, f(x))$
2. [15] Χαρακτηρίστε τις ακόλουθες προτάσεις ως λογικά αληθείς, λογικά ψευδείς ή τίποτε από τα δύο. Δικαιολογείστε την απάντησή σας.
  - a)  $\exists x (P(x) \wedge \neg P(x))$
  - b)  $\forall x P(x) \rightarrow \exists x P(x)$
  - c)  $\exists x P(x) \wedge \exists x \neg P(x)$
3. [20] Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο της μορφολογικής παραγωγής για να δείξετε τις ακόλουθες λογικές συνεπαγωγές:
  - a)  $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow R(x, y)) \models \forall x (P(x) \rightarrow \exists y R(x, y))$
  - b)  $\forall x (P(x) \rightarrow Q(a)) \models \exists x P(x) \rightarrow Q(a)$
4. [5] Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο της επίλυσης για να εξετάσετε αν το ακόλουθο σύνολο όρων είναι ικανοποιήσιμο:  
 $\{P, \{\neg P, Q\}, \{\neg P, Q, R\}, \{\neg R, \neg S, T\}, \{S, T\}, \{\neg P, T\}, \{\neg R, T\}\}$
5. [10] Βρείτε μια ακολουθία ανασκευής για το ακόλουθο σύνολο όρων:  
 $\{\{\neg P, \neg R\}, \{R, \neg T\}, \{\neg P, S\}, \{\neg S, T\}, \{P, Q\}, \neg Q\}$

**Προσοχή:** Οι ασκήσεις πρέπει να παραδίδονται έγκαιρα. Δε θα γίνει δεκτή καθυστερημένη παράδοση ασκήσεων. Η αντιγραφή τιμωρείται με μηδενισμό.