

## 1η σειρά Ασκήσεων

### ΛΟΓΙΚΗ

Ημερομηνία Παράδοσης 26 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ (11:00 στο μάθημα)

#### Θέμα 1

Έστω το τετραδικό προτασιακό συνδετικό  $\text{ffof}$  που ορίζεται ως ακολούθως στην ερμηνεία στην οποία η τιμή (αληθής) αντιστοιχεί στο 1 και η τιμή ψευδής στο 0.  
 $\text{ffof}(p_1, p_2, p_3, p_4) = 1$  αν και μόνο αν  $3p_1 + p_2 + p_3 + p_4 \geq 5$ . Δώστε μια λογικά ισοδύναμη έκφραση του  $\text{ffof}$  χρησιμοποιώντας μόνο τα συνδετικά  $\neg$  και  $\wedge$ .

#### Θέμα 2

Έστω 2 ομάδες ανθρώπων οι ΧΑ και οι ΗΡ. Οι ΧΑ λένε πάντα 2 προτάσεις από τις οποίες **μόνο η μια** από τις 2 είναι αληθής και η άλλη είναι ψευδής. Οι ΗΡ λένε πάντα 2 προτάσεις για τις οποίες ισχύει ότι αληθής είναι **μόνο μια** από: την άρνηση της πρώτης ή την δεύτερη πρόταση. Έχουμε τρεις ανθρώπους οι οποίοι λένε τις παρακάτω προτάσεις

Πρώτη Πρόταση

Δεύτερη Πρόταση

Ο Χ είναι από την Κρήτη

Ο Χ είναι από τα Χανιά

Ο Χ είναι από την Κρήτη

Ο Χ είναι από το Ηράκλειο

Ο Χ δεν είναι από την Κρήτη

Ο Χ είναι από τα Χανιά

Να καθορίσετε σε ποία κατηγορία ανήκει ο κάθε άνθρωπος.

Υπόδειξη: χρήση του  $\oplus$

#### Θέμα 3

Ποίες από τις παρακάτω προτάσεις είναι επαληθεύσιμες ποίες λογικά αληθής και ποίες λογικά ψευδής. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

A)  $\neg A \wedge ((\neg B \vee \neg C) \vee (\neg A \rightarrow C))$

B)  $\neg(R \vee (W \wedge \neg R)) \rightarrow \neg W$

C)  $((R \rightarrow S) \vee (\neg S \rightarrow \neg R)) \wedge (\neg S \vee R) \wedge (R \wedge \neg S)$

Οι αποδείξεις να γίνουν με ισοδυναμίες του προτασιακού λογισμού και όχι με πίνακες αληθείας

#### Θέμα 4

Μετατρέψτε τις ακόλουθες προτάσεις σε DNF Και CNF. Δείξτε όλα τα βήματα της μετατροπής

A)  $\neg(R \vee (W \wedge \neg R)) \rightarrow \neg W$

B)  $((R \rightarrow S) \vee (\neg S \rightarrow \neg R)) \wedge (\neg S \vee R) \wedge (R \wedge \neg S)$

### Θέμα 5

Για οποιεσδήποτε προτάσεις  $A, B$  και σύνολο προτάσεων  $S$  του προτασιακού λογισμού να αποδείξετε με τυπικό τρόπο τα παρακάτω αν ισχύουν ή να δώσετε αντιπαράδειγμα σε περίπτωση που δεν ισχύουν.

A)  $S \models ((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow D$  αν και μόνο αν  $S \cup \{((A \vee C) \wedge (\neg B \vee C))\} \models D$

B)  $\models (A \vee B) \wedge (B \vee D) \rightarrow ((A \wedge B) \rightarrow (B \wedge D))$

C) Έστω  $P$  μια πρόταση σε CNF μορφή. Αν  $O$  είναι μια πρόταση που προκύπτει από την  $P$  με αντικατάσταση του  $\wedge$  με το  $\vee$  και του  $\vee$  με το  $\wedge$  τότε

1) είναι σε DNF μορφή η  $O$ .

2) Αν μια ερμηνεία ικανοποιεί την  $P$  θα ικανοποιεί και την  $O$

3) Αν μια ερμηνεία ικανοποιεί την  $O$  θα ικανοποιεί και την  $P$ .

**Η αντιγραφή τιμωρείται με μηδενισμό και δεν θα δοθούν εξηγήσεις στους μηδενισμούς.**