

Γραμμική Άλγεβρα

Παράδειγμα απαλοιφής 1

Δίδεται το ακόλουθο γραμμικό σύστημα

$$\alpha x + y = 1$$

$$4x + \alpha y = 2.$$

Στην περίπτωση όπου $\alpha = 0$, η λύση θα είναι

$$x = \frac{1}{2}, y = 1.$$

Για $\alpha \neq 0$, εφαρμόζουμε τη μέθοδο της απαλοιφής. Ο επαυξημένος πίνακας είναι

$$\left[\begin{array}{cc|c} \alpha & 1 & 1 \\ 4 & \alpha & 2 \end{array} \right]$$

Πολλαπλασιάζουμε την πρώτη γραμμή με $-\frac{4}{\alpha}$, την προσθέτουμε στη δεύτερη γραμμή και με το αποτέλεσμα αντικαθιστούμε τη δεύτερη γραμμή

$$\left[\begin{array}{cc|c} \alpha & 1 & 1 \\ 0 & \alpha - \frac{4}{\alpha} & 2 - \frac{4}{\alpha} \end{array} \right]$$

Διακρίνουμε τώρα τρεις περιπτώσεις.

- $|\alpha| \neq 2$, το σύστημα έχει μία και μοναδική λύση, που προκύπτει με ανάδρομη αντικατάσταση,

$$y = \frac{2}{\alpha + 2}, x = \frac{1}{\alpha + 2}.$$

- $\alpha = 2$, το σύστημα έχει άπειρες λύσεις, όλα τα σημεία της ευθείας $2x + y = 1$.
- $\alpha = -2$, το σύστημα είναι αδύνατο, γιατί η δεύτερη εξίσωση μετά την απαλοιφή του x , δίνει $0 = 4$.