ΗΥ119 - ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ
ΑΣΚΗΣΗ 1

Η άσκηση θα παραδοθεί ηλεκτρονικά στη σελίδα του μαθήματος στο http://elearn.uoc.gr/.
Η καταληκτική προθεσμία παράδοσης είναι την Παρασκευή, 21/10/2016 στις 23:55.

Οδηγίες παράδοσης

Παραδώστε ένα αρχείο [αριθμος μητρώου σας]_ask1.zip που περιέχει:

1. Τις λύσεις των θεωρητικών ασκήσεων. **Οι λύσεις πρέπει να είναι όλες σε ένα αρχείο ask1.pdf και να είναι ευανάγνωστες, αλλιώς δεν θα βαθμολογηθούν**.
2. Την υλοποίηση της συνάρτησης multiply.m.

Θεωρητικές Ασκήσεις (80/100)

Άσκηση 1 (7.5/100)

Περιγράψτε την τομή των τριών επιπέδων $u + v + w + z = 8$ και $u + w + z = 5$ και $u + w = 4$ (όλα στον τετραδιάστατο χώρο). Είναι μια ευθεία, ένα σημείο ή το κενό σύνολο; Ποια είναι η τομή εάν συμπεριληφθεί το τέταρτο επίπεδο $u = 1$;

Άσκηση 2 (15/100)

Δίνεται το σύστημα

$$\begin{aligned} x - 2y + z &= 1 \\ 3x - 5y + 5z &= 4 \\ 2x - 6y + \lambda z &= \mu \end{aligned}$$

(α)Θέσατε $\lambda = 2$ και $\mu = 4$ και λύστε το σύστημα.
(β) Βρείτε τις τιμές των λ και μ ώστε το σύστημα αυτό :

(ι) να είναι αδύνατο

(ιι) να έχει ακριβώς μια λύση.

Άσκηση 3 (10/100)

(α)Υπολογίστε τα γινόμενα

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad , \quad \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

(β)Έστω οι πίνακες

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Να προσδιοριστεί 3×3 πίνακας X, ο οποίος να ικανοποιεί την εξίσωση :

$$A + 3X = 2(X - B)$$

Άσκηση 4 (5/100)

Το γινόμενο δύο κάτω τριγωνικών πινάκων είναι πάλι κάτω τριγωνικός (όλα τα στοιχεία υπεράνω της διαγωνίου είναι μηδέν). Επαληθεύστε το με ένα παράδειγμα 3 επί 3 και εξηγείστε πώς αυτό έπεται από τους νόμους του πολλαπλασιασμού πινάκων.

Άσκηση 5 (5/100)

Παραγοντοποιήστε τον A σε LU, και γράψτε το άνω τριγωνικό σύστημα $Ux = c$ που εμφανίζεται μετά την απαλοιφή, για το

$$Ax = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 6 & 9 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 6 (15/100)

Βρείτε τις παραγοντοποιήσεις PA = LDU (και επαληθεύστε τις) για

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 7 (15/100)

Να βρεθούν οι τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ο πίνακας

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & a \end{bmatrix}$$

είναι αντιστρέψιμος και να υπολογιστεί ο A^{-1} σε κάθε περίπτωση που υπάρχει. Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο Gauss-Jordan.

Άσκηση 8 (7.5/100)

Εάν B είναι ο αντίστροφος του A^2, δείξτε ότι ο αντίστροφος του A είναι AB. (Συνεπώς ο A είναι αντιστρέψιμος, όταν ο A^2 είναι αντιστρέψιμος).

Προγραμματιστική άσκηση (20/100)

Στην άσκηση αυτή θα υλοποιήσετε μια συνάρτηση στο MATLAB που κάνει πολλαπλασιασμό δύο πινάκων A και B διαστάσεων $N \times M$ και $M \times K$ αντίστοιχα. Τροποποιήστε το αρχείο multiply.m που σας δίνεται. Εφαρμόστε τα εξής βήματα:

1. Ελέγξτε ότι οι πίνακες μπορούν να πολλαπλασιαστούν. Χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση size για να πάρετε τις διαστάσεις των πινάκων. Σε περίπτωση που δεν είναι εφικτός ο πολλαπλασιασμός, τυπώστε ένα μήνυμα και επιστρέψτε τον κενό πίνακα [].

2. Δημιουργήστε έναν (αρχικά κενό) πίνακα με κατάλληλες διαστάσεις που θα περιέχει το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού. Χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση zeros.

3. Υπολογίστε τον πολλαπλασιαμό των πινάκων. *Δεν επιτρέπεται να χρησιμοποιήστε έτοιμες συναρτήσεις του MATLAB για αυτό* (Δηλαδή, δεν επιτρέπεται να χρησιμοποιήσετε συναρτήσεις ή τελεστές που πολλαπλασιάζουν πίνακες και/ή διανύσματα).

Για περισσότερες πληροφορίες για τις συναρτήσεις πατήστε doc [όνομα συνάρτησης] στην κονσόλα του MATLAB (π.χ. doc size).