

HY 180 – Λογική
Εαρινό Εξάμηνο 2004

1^η Σειρά Ασκήσεων: Προτασιακός Λογισμός

Προθεσμία Παράδοσης: 29/03/2004

1. [20] Ακολουθεί ένα σύνολο υποθετικών προτάσεων και κάποια συμπεράσματα. Δείτε ποιο από αυτά ισχύει (δηλ. εξάγεται από τις υποθέσεις) και αποδείξτε την ισχύ του με τυπικό τρόπο.

(α) *Αν υπάρχει γνώση, τότε, είτε μερικά πράγματα είναι γνωστά χωρίς να αποδεικνύονται, ή μπορούμε να αποδείξουμε κάθε προϋπόθεση με προηγούμενους ισχυρισμούς επ' άπειρο.*
(β) *Δεν μπορούμε να αποδείξουμε κάθε προϋπόθεση με προηγούμενους ισχυρισμούς επ' άπειρο.*
(γ) *Υπάρχει γνώση.*

Αρα ...

- *Μερικά πράγματα είναι γνωστά χωρίς να αποδεικνύονται.*
- *Δεν υπάρχει γνώση.*
- *Κανένα από τα παραπάνω συμπεράσματα δεν είναι έγκυρο.*

2. [30] Για οποιεσδήποτε προτάσεις A και B και σύνολο προτάσεων S του προτασιακού λογισμού δείξτε με τυπικό τρόπο ότι:
- (α) [5] $A \vee B$ αντινομία αν και μόνο αν A και B αντινομίες
(β) [10] $S \models A \rightarrow B$ αν και μόνο αν $S \cup \{A\} \models B$
(γ) [5] $(A \rightarrow B) \rightarrow A \not\models B$
(δ) [10] Αν O είναι το σύνολο ελάχιστων όρων που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση των προτάσεων του S, τότε αν κάθε μέλος του O περιέχει ένα αρνητικό γράμμα, το σύνολο S είναι ικανοποιήσιμο.
3. [15] Γράψτε μια πρόταση για τη στήλη X του παρακάτω πίνακα αλήθειας και επαληθεύστε την απάντησή σας. Φροντίστε η πρόταση αυτή να είναι όσο πιο απλή γίνεται και αιτιολογήστε την όποια μετατροπή κάνετε με τις γνωστές ισοδυναμίες του προτασιακού λογισμού.

A	B	C	X
α	α	α	α
α	α	ψ	α
α	ψ	α	ψ
α	ψ	ψ	ψ
ψ	α	α	ψ
ψ	α	ψ	α
ψ	ψ	α	ψ
ψ	ψ	ψ	α

4. [35] Μετατρέψτε τις ακόλουθες προτάσεις σε DNF και CNF. Δείξτε όλα τα βήματα της μετατροπής.
- (α) [15] $((A \vee B) \wedge (B \vee (C \wedge A))) \vee (A \wedge B)$
(β) [20] $\neg(\neg((A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)) \rightarrow C)$

Προσοχή: Οι ασκήσεις πρέπει να παραδίδονται έγκαιρα. Ποινή για καθυστερημένη παράδοση ασκήσεων 10% για κάθε ημέρα καθυστέρησης. Μέγιστη αποδεκτή καθυστέρηση 3 ημέρες.