

HY180 – Λογική
Εαρινό Εξάμηνο 2010

3^η Σειρά Ασκήσεων – Προαιρετική

Προθεσμία παράδοσης: 27/5/2010 (μέχρι τις 11 πμ)

1. [15] Θεωρείστε την ερμηνεία (D, I) της γλώσσας L όπου D είναι το σύνολο των φυσικών αριθμών και I συνάρτηση ερμηνείας για την οποία: $I(a) = 0$, $I(b) = 1$, $I(c) = 3$, $I(f): n \rightarrow n^2$, $I(g): (m, n) \rightarrow m+n$, $I(P) = \text{“το σύνολο των άρτιων φυσικών αριθμών”}$, $I(Q) = \{(m, n) \mid m \text{ διαιρεί το } n\}$. Με βάση αυτή την ερμηνεία, εξηγήστε αν τα παρακάτω σχήματα είναι αληθή ή ψευδή:
 - a) $P(f(b))$
 - b) $P(g(a, b))$
 - c) $Q(c, b)$
 - d) $\forall x Q(x, x)$
 - e) $\exists x Q(x, f(x))$
2. [15] Χαρακτηρίστε τις ακόλουθες προτάσεις ως λογικά αληθείς, λογικά ψευδείς ή τίποτε από τα δύο. Δικαιολογείστε την απάντησή σας.
 - a) $\forall x P(x) \vee \forall x \neg P(x)$
 - b) $\forall x P(x) \rightarrow \exists x P(x)$
 - c) $\forall x P(x) \wedge \exists x \neg P(x)$
3. [30] Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο της μορφολογικής παραγωγής για να δείξετε τις ακόλουθες λογικές συνεπαγωγές:
 - a) $\neg \forall x F(x) \models \exists x \neg F(x)$
 - b) $\forall x (P(x) \rightarrow Q(a)) \models \exists x P(x) \rightarrow Q(a)$
 - c) $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow R(x, y)) \models \forall x (P(x) \rightarrow \exists y R(x, y))$

Προσοχή: Οι ασκήσεις πρέπει να παραδίδονται έγκαιρα. Δε θα γίνει δεκτή καθυστερημένη παράδοση ασκήσεων. Η αντιγραφή τιμωρείται με μηδενισμό.