

HY180 – Λογική  
Εαρινό Εξάμηνο 2004  
3η Σειρά Ασκήσεων  
Προθεσμία παράδοσης: 19/05/2004

1. [20] Χρησιμοποιείτε τη μέθοδο κατασκευής μοντέλων για να ελέγξετε αν τα παρακάτω είναι έγκυρα:
  - α) [5]  $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$
  - β) [5]  $\{(A \vee B) \wedge \neg C, \neg C \rightarrow (D \wedge \neg A), B \rightarrow (A \vee E)\} / \neg E \wedge F$
  - γ) [5]  $\{P \wedge Q \rightarrow R, R \wedge S \rightarrow T\} / P \wedge S \rightarrow R \wedge T$
  - δ) [5]  $\{R \vee (Q \wedge R), Q \rightarrow R\} / (P \rightarrow Q) \rightarrow R$
2. [30] Χρησιμοποιείτε επαγωγή ως προς το πλήθος των όρων Horn ενός πεπερασμένου συνόλου  $S$ , για να δείξετε ότι, αν το  $S$  δεν είναι ικανοποιήσιμο και  $C$  κάποιος από τους όρους του, τότε ή το  $S \setminus \{C\}$  δεν είναι ικανοποιήσιμο, ή υπάρχει ακολουθία ανασκευής για το  $S$  που ξεκινάει με  $C$ .  
(Υπόδειξη: Ως βάση της επαγωγής θεωρείτε το σύνολο  $S = \{A, \neg A\}$  για κάποιο μοναδιαίο όρο  $A$ ).
3. [20] Χρησιμοποιείτε τη μέθοδο επίλυσης για να ελέγξετε την εγκυρότητα των παρακάτω:
  - α) [7]  $\{P \rightarrow Q \vee R, Q \rightarrow S, R \rightarrow S\} / P \rightarrow S$
  - β) [7]  $\{P, Q \vee R\} / (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
  - γ) [6]  $(Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$
4. [20] Έστω  $\varphi$  η CNF μορφή ενός προτασιακού σχήματος και  $\psi$  η μορφή του μετά την εφαρμογή μιας πράξης επίλυσης σε κάποιους (τουλάχιστον δύο) από τους όρους του.
  - α) [10] Δείξτε ότι  $\varphi \models \psi$
  - β) [10] Δείξτε μέσω παραδείγματος ότι η εφαρμογή επίλυσης δεν διατηρεί τη λογική ισοδυναμία. Δώστε δηλαδή ένα παράδειγμα για τα  $\varphi$  και  $\psi$  που να πιστοποιεί ότι  $\varphi \not\models \psi$ .
5. [10] Θεωρείστε τις ακόλουθες υποθέσεις:
  - α) Είτε ο  $X$  παρευρέθηκε στο συμβούλιο, ή ο  $X$  δεν προσκλήθηκε σ' αυτό.
  - β) Αν ο προϊστάμενος επιθυμούσε την παρουσία του  $X$  στο συμβούλιο, τότε ο  $X$  θα είχε προσκληθεί σ' αυτό.
  - γ) Ο  $X$  δεν παρευρέθηκε στο συμβούλιο.
  - δ) Αν ο προϊστάμενος δεν επιθυμούσε την παρουσία του  $X$  στο συμβούλιο και ο  $X$  δεν προσκλήθηκε σ' αυτό, ο  $X$  πρόκειται να απολυθεί.

Δείξτε με τη μέθοδο της επίλυσης ότι ο  $X$  πρόκειται να απολυθεί.

**Προσοχή:** Οι ασκήσεις πρέπει να παραδίδονται έγκαιρα. Ποινή για καθυστερημένη παράδοση ασκήσεων 10% για κάθε ημέρα καθυστέρησης. Μέγιστη αποδεκτή καθυστέρηση 3 ημέρες