Χειμερινό Εξάμηνο 2009-2010 3 Νοεμβρίου 2009

Πανεπιστήμιο Κρήτης
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
ΗΥ-110 Απειροστικός Ι
Διδάσκων: Θ. Μουχτάρης
Τρίτη Σειρά Ασκήσεων

ΠΑΡΑΔΟΣΗ ΜΕΧΡΙ ΤΡΙΤΗ 10/11/2009, ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ

Άσκηση 1η

Να βρείτε τα ολικά ακρότατα κάθε συναρτήσεως στο αναγραφόμενο διάστημα. Κατόπιν σχεδιάστε τη συνάρτηση. Εντοπίστε σε ποια σημεία του γραφήματος προκύπτουν ολικά ακρότατα και καταγράψτε τις συντεταγμένες τους.

(α) $f(x) = \frac{2}{3}x - 5, -2 \le x \le 3$

(β) $f(x) = 4 - x^2, -3 \le x \le 1$

(γ) $f(x) = \sin(x), -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{5\pi}{6}$

(δ) $g(x) = \sec(x), \frac{-\pi}{3} < x < \frac{\pi}{6}$

(ε) $F(x) = -\frac{1}{x^2}, 0.5 \le x \le 2$

(στ) $h(x) = \sqrt[3]{x}, -1 \le x \le 8$

Άσκηση 2

Το ύψος ενός σώματος που κινείται κατακόρυφα δίδεται από τη σχέση $s = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + s_0, g > 0$, όπου s σε m και t σε sec. Βρείτε το μέγιστο ύψος του σώματος.

Άσκηση 3

Ποιες από τις παρακάτω συναρτήσεις πληρούν τις προϋποθέσεις του θεωρήματος μέσης τιμής στο δοσμένο διάστημα και ποιες όχι; Αιτιολογείστε τις απαντήσεις σας.

(α) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}, [-1,8]$

(β) $g(x) = x^{\frac{4}{5}}, [0,1]$

(γ) $s(t) = \sqrt{t(1-t)}, [0,1]$

(δ) $f(\theta) = \frac{\sin\theta}{\theta}, -\pi \le \theta < 0, (f(0) = 0)$

Άσκηση 4

Αν οι γραφικές παραστάσεις των διαφορίσιμων συναρτήσεων f(x) και g(x) ξεκινούν από το ίδιο σημείο στο επίπεδο και οι δύο συναρτήσεις έχουν παντού τον ίδιο ρυθμό μεταβολής, θα ταυτίζονται τα γραφήματά τους; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

Άσκηση 5

Σωματίδιο κινείται ευθύγραμμα με συνάρτηση θέσεως s(t). Αφού βρείτε (α) την ταχύτητα και (β) την επιτάχυνση του σωματιδίου, (γ) περιγράψτε την κίνησή του για $t \geq 0$.

$i) s(t) = t^2 - 4t + 3$

$ii) s(t) = 6 - 2t - t^2$

$iii) s(t) = t^3 - 3t + 3$

$iv) s(t) = 3t^2 - 4t^3$

Άσκηση 6

Για x>0, σχεδιάστε μια καμπύλη $y = f(x)$ για την οποία $f(1) = 0$ και $f'(x) = \frac{1}{x}$.
Μπορείτε να συμπεράνετε προς τα που στρέφει τα κοίλα η καμπύλη αυτή; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

Άσκηση 7

Όταν κρατάμε σταθερό το μήκος L ενός ρολογιού με εκκρεμές ελέγχοντας τη θερμοκρασία, η περίοδος T του εκκρεμούς εξαρτάται από την επιτάχυνση της βαρύτητας g. Συνεπώς, αν μετακινούμε το εκκρεμές από τόπο σε τόπο στη γήινη επιφάνεια, η περίοδος θα μεταβάλλεται εξαιτίας της μεταβολής του g. Μετρώντας και καταγράφοντας το ΔΤ, μπορούμε να εκτιμήσουμε τη μεταβολή του g από την εξίσωση $T = 2\pi(\frac{L}{g})^{\frac{1}{2}}$, που συσχετίζει τα T, g, L.

(α) Με το L σταθερό και το g ως ανεξάρτητη μεταβλητή, υπολογίστε το dT.
(β) Αν αυξηθεί το g, τότε το T θα αυξηθεί ή θα μειωθεί; Το ρολόι θα πηγαίνει τότε πιο αργά ή πιο γρήγορα; Εξηγήστε.

(γ) Ένα ρολόι με εκκρεμές μήκους 100 cm μετακινείται από τοποθεσία όπου $g = 980 \frac{cm}{\sec^2}$ σε μια νέα τοποθεσία. Η μετακίνηση αυτή προκαλεί μια αύξηση της περιόδου κατά dT = 0.0001 sec. Βρείτε το dg και εκτιμήστε την τιμή του g στη νέα τοποθεσία.