

HY 180 – Λογική
Εαρινό Εξάμηνο 2004

Διδάσκων: Δημήτρης Πλεξουσάκης

Εξέταση Προόδου
2 Μαΐου 2004
Διάρκεια: 3 ώρες

1. [15] Αποδείξτε με χρήση μορφολογικής παραγωγής το θεώρημα:

$$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$$
2. Δείξτε με χρήση μορφολογικής παραγωγής ότι οι ακόλουθες εξαγωγές συμπερασμάτων είναι έγκυρες:
 (a) [5] $\{P \leftrightarrow Q, \neg Q\} / \neg P$
 (b) [5] $\{P \vee Q, P \rightarrow R\} / \neg Q \rightarrow R$
 (c) [15] $\{R \rightarrow Q, S \rightarrow (Q \wedge R)\} / Q \vee \neg S$
3. [15] Μετατρέψτε την παρακάτω πρόταση σε Διαζευκτική και σε Συζευκτική Κανονική Μορφή:

$$(P \rightarrow ((Q \vee R) \rightarrow S)) \wedge (\neg P \vee Q \vee (R \rightarrow S))$$
4. [20] Έστω S ένα σύνολο προτάσεων του Προτασιακού Λογισμού και $P \in S$.
 (a) Δείξτε ότι για κάθε πρόταση A για την οποία ισχύει $P \mid = A$, ισχύει και $S \mid = A$
 (b) Αν το S είναι ικανοποιήσιμο δείξτε ότι η ικανοποιησιμότητά του δεν επηρεάζεται αν αντικαταστήσουμε την πρόταση P με οποιαδήποτε λογική της συνέπεια, δηλαδή με οποιαδήποτε πρόταση για την οποία $P \mid = A$.

Κανόνες για χρήση στις αποδείξεις με τη μέθοδο της μορφολογικής παραγωγής

Εισαγωγή σύζευξης:	$\frac{A \quad B}{A \wedge B}$	Απαλοιφές σύζευξης:	$\frac{A \wedge B}{A} \quad \frac{A \wedge B}{B}$
Απαλοιφή συνεπαγωγής:	$\frac{A \rightarrow B \quad A}{B}$	Εισαγωγές διάζευξης:	$\frac{A}{A \vee B} \quad \frac{B}{A \vee B}$
Απαλοιφές ισοδυναμίας:	$\frac{A \leftrightarrow B \quad A}{B} \quad \frac{A \leftrightarrow B \quad B}{A}$	Απαλοιφή άρνησης:	$\frac{\neg \neg A}{A}$
Απαλοιφές άρνησης 2:	$\frac{A \vee B \quad \neg A}{B} \quad \frac{A \vee B \quad \neg B}{A}$	Εισαγωγή άρνησης:	$\frac{A \quad \neg B}{\neg A}$
Εισαγωγή συνεπαγωγής:	$\frac{\frac{A}{B}}{A \rightarrow B}$	Εισαγωγή ισοδυναμίας:	$\frac{\frac{A}{B} \quad \frac{B}{A}}{A \leftrightarrow B}$
Απαλοιφή διάζευξης:	$\frac{A \vee B \quad \frac{A}{C} \quad \frac{B}{C}}{C}$	Επανάληψη:	$\frac{A}{A}$