Σχεσιακή Άλγεβρα (Relational Algebra)

Τελεστές από Θεωρία Συνόλων

Ένωση (Union)	$\cup$
Τομή (Intersection)	$\cap$
Διαφορά (Difference)	$-$
Καρτεσιανό Γινόμενο (Cartesian Product)	$\times$

Σχεσιακοί Τελεστές

Προβολή (Projection)	π
Επιλογή (Selection)	σ
Σύζευξη (Join)	$\bowtie$
Διαίρεση (Division)	$\div$

Διαίρεση (Division)

- Ορισμός: Έστω σχέσεις R, S με σχήματα $\mathrm{A}_1, \dots, \mathrm{A}_n, \mathrm{B}_1, \dots, \mathrm{B}_m$ και $\mathrm{B}_1, \dots, \mathrm{B}_m$ αντίστοιχα. Το αποτέλεσμα της διαίρεσης $R \div S$ είναι μια σχέση T με σχήμα $\mathrm{A}_1, \dots, \mathrm{A}_n$, με πλειάδες t τέτοιες ώστε, για κάθε πλειάδα s της S, η πλειάδα t||s (η συνένωση των t και s) ανήκει στη σχέση R
- Παράδειγμα:

R

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_1	c_1
a_1	b_2	c_1
a_1	b_2	c_2
a_2	b_1	c_2
a_1	b_2	c_3
a_1	b_2	c_4
a_1	b_1	c_5

S

C
c_1

R ÷ S

A	B
a_1	b_1
a_2	b_1
a_1	b_2

Διαίρεση (Division)

- Ορισμός: Έστω σχέσεις R, S με σχήματα $\mathrm{A}_1, \ldots, \mathrm{A}_n, \mathrm{B}_1, \ldots, \mathrm{B}_m$ και $\mathrm{B}_1, \ldots, \mathrm{B}_m$ αντίστοιχα. Το αποτέλεσμα της διαίρεσης $R \div S$ είναι μια σχέση T με σχήμα $\mathrm{A}_1, \ldots, \mathrm{A}_n$, με πλειάδες t τέτοιες ώστε, για κάθε πλειάδα s της S, η πλειάδα t||s (η συνένωση των t και s) ανήκει στη σχέση R
- Παράδειγμα:

R

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_1	c_1
a_1	b_2	c_1
a_1	b_2	c_2
a_2	b_1	c_2
a_1	b_2	c_3
a_1	b_2	c_4
a_1	b_1	c_5

S

C
c_1
c_2

R ÷ S

A	B
a_1	b_2
a_2	b_1

Διαίρεση (Division)

- Ορισμός: Έστω σχέσεις R, S με σχήματα $\mathrm{A}_1, \ldots, \mathrm{A}_n, \mathrm{B}_1, \ldots, \mathrm{B}_m$ και $\mathrm{B}_1, \ldots, \mathrm{B}_m$ αντίστοιχα. Το αποτέλεσμα της διαίρεσης $R \div S$ είναι μια σχέση T με σχήμα $\mathrm{A}_1, \ldots, \mathrm{A}_n$, με πλειάδες t τέτοιες ώστε, για κάθε πλειάδα s της S, η πλειάδα t||s (η συνένωση των t και s) ανήκει στη σχέση R
- Παράδειγμα:

R

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_1	c_1
a_1	b_2	c_1
a_1	b_2	c_2
a_2	b_1	c_2
a_1	b_2	c_3
a_1	b_2	c_4
a_1	b_1	c_5

S

C
c_1
c_2
c_3
c_4

R ÷ S

A	B
a_1	b_2

Διαίρεση (Division)

- Ορισμός: Έστω σχέσεις R, S με σχήματα $\mathrm{A}_1, \dots, \mathrm{A}_n, \mathrm{B}_1, \dots, \mathrm{B}_m$ και $\mathrm{B}_1, \dots, \mathrm{B}_m$ αντίστοιχα. Το αποτέλεσμα της διαίρεσης $R \div S$ είναι μια σχέση T με σχήμα $\mathrm{A}_1, \dots, \mathrm{A}_n$, με πλειάδες t τέτοιες ώστε, για κάθε πλειάδα s της S, η πλειάδα t||s (η συνένωση των t και s) ανήκει στη σχέση R
- Παράδειγμα:

R

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_1	c_1
a_1	b_2	c_1
a_1	b_2	c_2
a_2	b_1	c_2
a_1	b_2	c_3
a_1	b_2	c_4
a_1	b_1	c_5

S

B	C
b_1	c_1

R ÷ S

A
a_1
a_2

Διαίρεση (Division)

- Ορισμός: Έστω σχέσεις R, S με σχήματα $\mathrm{A}_1, \dots, \mathrm{A}_n, \mathrm{B}_1, \dots, \mathrm{B}_m$ και $\mathrm{B}_1, \dots, \mathrm{B}_m$ αντίστοιχα. Το αποτέλεσμα της διαίρεσης $R \div S$ είναι μια σχέση T με σχήμα $\mathrm{A}_1, \dots, \mathrm{A}_n$, με πλειάδες t τέτοιες ώστε, για κάθε πλειάδα s της S, η πλειάδα t||s (η συνένωση των t και s) ανήκει στη σχέση R
- Παράδειγμα:

R

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_1	c_1
a_1	b_2	c_1
a_1	b_2	c_2
a_2	b_1	c_2
a_1	b_2	c_3
a_1	b_2	c_4
a_1	b_1	c_5

S

B	C
b_1	c_1
b_2	c_1

R ÷ S

A
a_1

Διαίρεση (Division)

- Η διαίρεση μπορεί να θεωρηθεί ως το αντίστροφο του καρτεσιανού γινομένου
  - Αν $T = R \div S$, τότε η πράξη $T \times S$ δίνει μια σχέση με σχήμα συμβατό με αυτό της R και *μπορεί να ισχύει* ότι $T \times S = R$.
  - Γενικά, αν $T = R \div S$, τότε η T είναι το μέγιστο δυνατό σύνολο πλειάδων, τέτοιο ώστε $T \times S \subseteq R$.
- <u>Θεώρημα 1:</u> Έστω T και S σχέσεις με σχήματα $\mathrm{A}_1, \ldots, \mathrm{A}_n$ και $\mathrm{B}_1, \ldots, \mathrm{B}_m$ αντίστοιχα. Αν $R = T \times S$, τότε $T = R \div S$.
- Απόδειξη: $\mathrm{Head(R)} = \{\mathrm{A}_1, \ldots, \mathrm{A}_n, \mathrm{B}_1, \ldots, \mathrm{B}_m\}$. Αρκεί να δείξω ότι $T \subseteq R \div S$ και $R \div S \subseteq T$.

Διαίρεση (Division)

1. $T \subseteq R \div S$

   $W := R \div S$ και $\mathrm{Head(W)} = \{\mathrm{A}_1, \dots, \mathrm{A}_n\} = \mathrm{Head(T)}$. Έστω t οποιαδήποτε πλειάδα της T. Τότε, για κάθε πλειάδα s στην S, η t||s ανήκει στην $R = T \times S$. Συνεπώς, η t ανήκει στην $R \div S$ (από τον ορισμό της διαίρεσης). Άρα η t ανήκει στην W και $T \subseteq W$.

2. $R \div S \subseteq T$

   $W := R \div S$. Έστω w οποιαδήποτε πλειάδα της W. Τότε, για κάθε πλειάδα s στην S, η w||s ανήκει στην R. Από την υπόθεση, $R = T \times S$, δηλαδή κάθε πλειάδα της R προκύπτει από συνένωση μιας πλειάδας της T και μιας της S. Αφού $\mathrm{Head(W)} = \mathrm{Head(T)}$ τότε πρέπει να υπάρχει πλειάδα t στην T τέτοια ώστε t=w. Άρα η w ανήκει στην T και $W \subseteq T$.

Παραδείγματα Διαίρεσης

- Έστω οι παρακάτω σχέσεις για βάση προϊόντων, πελατών και παραγγελιών:

PRODUCTS

pid	pname	city	qtty	price

CUSTOMERS

cid	cname	city	discnt

ORDERS

ordno	month	cid	aid	pid	qty	dollars

Εκφράστε τις παρακάτω επερωτήσεις σε σχεσιακή άλγεβρα.

1. Βρείτε τους πελάτες που έχουν κάνει παραγγελία για ***όλα*** τα προϊόντα που παραγγέλνει ο πελάτης c006.
   - Βρίσκουμε πρώτα τα pid των προϊόντων που έχει παραγγείλει ο c006:

$$PC6 := \pi_{pid}(\sigma_{cid='c006'}(ORDERS))$$

   - Μετά βρίσκουμε τους πελάτες που έχουν κάνει παραγγελία για όλα τα προϊόντα στη σχέση $PC6$:

$$T := \pi_{cid,pid}(ORDERS) \div PC6$$

Προσοχή: η απάντηση $\pi_{cid,pid}(ORDERS \div PC6)$ θα απαιτούσε όλες οι παραγγελίες των προϊόντων $PC6$ να έχουν όλα τα attributes ίδια (ordno, month, aid, qty, dollars)

Παραδείγματα Διαίρεσης

- Έστω οι παρακάτω σχέσεις για βάση προϊόντων, πελατών και παραγγελιών:

PRODUCTS

pid	pname	city	qtty	price

CUSTOMERS

cid	cname	city	discnt

ORDERS

ordno	month	cid	aid	pid	qty	dollars

Εκφράστε τις παρακάτω επερωτήσεις σε σχεσιακή άλγεβρα.

2. Βρείτε τα ονόματα των πελατών που παραγγέλνουν ***όλα*** τα προϊόντα.
   - Βρίσκουμε πρώτα τα pid όλων των προϊόντων:

$$PR := \pi_{pid}(PRODUCTS)$$

   - Μετά βρίσκουμε τα id των πελατών που έχουν παραγγείλει όλα τα προϊόντα στη σχέση PR:

$$ALLPR := \pi_{cid,pid}(ORDERS) \div PR$$

   - Τέλος βρίσκουμε τα ονόματα των πελατών στη σχέση $ALLPR$:

$$CNAMES := \pi_{cname}(ALLPR \bowtie CUSTOMERS)$$

Σχεσιακή Άλγεβρα (Relational Algebra)

- Βασικές πράξεις σχεσιακής άλγεβρας: $\cup, -, \times, \sigma, \pi, :=$.
- Οι πράξεις αυτές αποτελούν ένα ελάχιστο σύνολο: όλες οι υπόλοιπες πράξεις μπορούν να εκφραστούν βάσει αυτών, όπως βλέπουμε στα παρακάτω θεωρήματα.
- Θεώρημα 2: Αν R και S είναι συμβατές σχέσεις, τότε $R \cap S = R - (R - S)$.
- Απόδειξη: Έστω t οποιαδήποτε πλειάδα της $R \cap S$. Τότε η t ανήκει και στην R και στην S αλλά όχι στην $R - S$. Άρα η t ανήκει στην $R - (R - S)$. Αντίστροφα, αν η t ανήκει στην $R - (R - S)$, τότε ανήκει στην R αλλά όχι στην $R - S$. Συνεπώς, πρέπει να ανήκει στην S. Άρα η t είναι πλειάδα της $R \cap S$.

Σχεσιακή Άλγεβρα (Relational Algebra)

- Θεώρημα 3: Αν R και S είναι σχέσεις με σχήματα $\mathrm{A}_1, \ldots, \mathrm{A}_n, \mathrm{B}_1, \ldots, \mathrm{B}_k$ και $\mathrm{B}_1, \ldots, \mathrm{B}_k, C_1, \ldots, \mathrm{C}_m$ $(n, m, k \geq 0)$ αντίστοιχα, τότε η $R \bowtie S$ μπορεί να εκφραστεί χρησιμοποιώντας $\times, \sigma, \pi$.
- Απόδειξη: Έστω $\mathrm{T} \coloneqq \sigma_{\mathrm{R}.B_1=\mathrm{S}.B_1 \wedge \cdots \wedge \mathrm{R}.B_k=\mathrm{S}.B_k}(R \times S)$. Πρέπει να αφαιρέσουμε διπλότυπα γνωρίσματα από την T.

  Έστω $\mathrm{T}_1 \coloneqq \pi_{\mathrm{R.A}_1,\ldots,\mathrm{R}.A_n,\mathrm{R.B}_1,\ldots,\mathrm{R}.B_k,\mathrm{S.C}_1,\ldots,\mathrm{S}.C_m}(T)$.

  Ορίζουμε σχέση T_2 με το παρακάτω σχήμα και τις πλειάδες της T_1:
  $\mathrm{T}_2(\mathrm{A}_1, \ldots, \mathrm{A}_n, \mathrm{B}_1, \ldots, \mathrm{B}_k, C_1, \ldots, \mathrm{C}_m) \coloneqq \mathrm{T}_1$.

  Τότε $\mathrm{T}_2 = R \bowtie S$.

Σχεσιακή Άλγεβρα (Relational Algebra)

- Θεώρημα 4: Η διαίρεση μπορεί να εκφραστεί χρησιμοποιώντας $\times, \pi, -$.
- Απόδειξη: Έστω R και S σχέσεις με σχήματα $\mathrm{A}_1, \dots, \mathrm{A}_n, \mathrm{B}_1, \dots, \mathrm{B}_m$ και $\mathrm{B}_1, \dots, \mathrm{B}_m$ αντίστοιχα. Τότε

  $$R \div S = \pi_{\mathrm{A}_1,\dots,\mathrm{A}_n}(R) - \pi_{\mathrm{A}_1,\dots,\mathrm{A}_n}\left(\left(\pi_{\mathrm{A}_1,\dots,\mathrm{A}_n}(R) \times S\right) - R\right)$$

Έστω u πλειάδα που ανήκει στη σχέση του δεξιού μέλους. Τότε, η u ανήκει στην $\pi_{\mathrm{A}_1,\dots,\mathrm{A}_n}(R)$ αλλά όχι στην $\pi_{\mathrm{A}_1,\dots,\mathrm{A}_n}\left(\left(\pi_{\mathrm{A}_1,\dots,\mathrm{A}_n}(R) \times S\right) - R\right)$. Έστω ότι υπάρχει πλειάδα s στην S τέτοια ώστε η πλειάδα u||s να μην ανήκει στην R. Αυτό σημαίνει ότι η u θα ανήκει στην $\pi_{\mathrm{A}_1,\dots,\mathrm{A}_n}\left(\left(\pi_{\mathrm{A}_1,\dots,\mathrm{A}_n}(R) \times S\right) - R\right)$, το οποίο είναι άτοπο. Επομένως, για κάθε πλειάδα s στην S, η πλειάδα u||s ανήκει στην R. Άρα η u ανήκει στην $R \div S$.

Σχεσιακή Άλγεβρα (Relational Algebra)

- Θεώρημα 4: Η διαίρεση μπορεί να εκφραστεί χρησιμοποιώντας $\times, \pi, -$.
- Απόδειξη: Έστω R και S σχέσεις με σχήματα $\mathrm{A}_1, \ldots, \mathrm{A}_n, \mathrm{B}_1, \ldots, \mathrm{B}_m$ και $\mathrm{B}_1, \ldots, \mathrm{B}_m$ αντίστοιχα. Τότε
  $$R \div S = \pi_{\mathrm{A}_1,\ldots,\mathrm{A}_n}(R) - \pi_{\mathrm{A}_1,\ldots,\mathrm{A}_n}\left(\left(\pi_{\mathrm{A}_1,\ldots,\mathrm{A}_n}(R) \times S\right) - R\right)$$

Αντίστροφα, αν u πλειάδα που ανήκει στην $R \div S$, τότε η u ανήκει στην $\pi_{\mathrm{A}_1,\ldots,\mathrm{A}_n}(R)$. Επίσης η u δε μπορεί να ανήκει στην $\pi_{\mathrm{A}_1,\ldots,\mathrm{A}_n}\left(\left(\pi_{\mathrm{A}_1,\ldots,\mathrm{A}_n}(R) \times S\right) - R\right)$ διότι αυτό θα σήμαινε ότι υπάρχει πλειάδα s στην S τέτοια ώστε η πλειάδα $\mathrm{u}||\mathrm{s}$ να ανήκει στην $\pi_{\mathrm{A}_1,\ldots,\mathrm{A}_n}(R) \times S$ αλλά όχι στην R. Επομένως, η u θα ανήκει στην $\pi_{\mathrm{A}_1,\ldots,\mathrm{A}_n}(R) - \pi_{\mathrm{A}_1,\ldots,\mathrm{A}_n}\left(\left(\pi_{\mathrm{A}_1,\ldots,\mathrm{A}_n}(R) \times S\right) - R\right)$.

Σχεσιακή Άλγεβρα (Relational Algebra)

- Παράδειγμα: $R \div S = \pi_{A,B}(R) - \pi_{A,B}\left(\left(\pi_{A,B}(R) \times S\right) - R\right)$

R

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_1	c_1
a_1	b_2	c_1
a_1	b_2	c_2
a_2	b_3	c_2
a_1	b_4	c_3
a_1	b_2	c_4
a_1	b_1	c_5

A	B
a_1	b_1
a_2	b_1
a_1	b_2
a_2	b_3
a_1	b_4

$-\pi_{A,B}($

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_1	c_1
a_1	b_2	c_1
a_2	b_3	c_1
a_1	b_4	c_1

$-$

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_1	c_1
a_1	b_2	c_1
a_1	b_2	c_2
a_2	b_3	c_2
a_1	b_4	c_3
a_1	b_2	c_4
a_1	b_1	c_5

$)$

S

C
c_1

R ÷ S

A	B
a_1	b_1
a_2	b_1
a_1	b_2

Σχεσιακή Άλγεβρα (Relational Algebra)

- Παράδειγμα: $R \div S = \pi_{A,B}(R) - \pi_{A,B}\Big(\big(\pi_{A,B}(R) \times S\big) \; - \quad R\Big)$

R

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_1	c_1
a_1	b_2	c_1
a_1	b_2	c_2
a_2	b_3	c_2
a_1	b_4	c_3
a_1	b_2	c_4
a_1	b_1	c_5

A	B
a_1	b_1
a_2	b_1
a_1	b_2
a_2	b_3
a_1	b_4

$-\pi_{A,B}($

A	B	C
a_2	b_3	c_1
a_1	b_4	c_1

$)$

S

C
c_1

R ÷ S

A	B
a_1	b_1
a_2	b_1
a_1	b_2

Σχεσιακή Άλγεβρα (Relational Algebra)

- Παράδειγμα: $R \div S = \pi_{A,B}(R) - \pi_{A,B}\left(\left(\pi_{A,B}(R) \times S\right) - R\right)$

R

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_1	c_1
a_1	b_2	c_1
a_1	b_2	c_2
a_2	b_3	c_2
a_1	b_4	c_3
a_1	b_2	c_4
a_1	b_1	c_5

A	B
a_1	b_1
a_2	b_1
a_1	b_2
a_2	b_3
a_1	b_4

$-$

A	B
a_2	b_3
a_1	b_4

S

C
c_1

R ÷ S

A	B
a_1	b_1
a_2	b_1
a_1	b_2

Σχεσιακή Άλγεβρα (Relational Algebra)

- Παράδειγμα: $R \div S = \pi_{A,B}(R) - \pi_{A,B}\Big(\big(\pi_{A,B}(R) \times S\big) - R\Big)$

R

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_1	c_1
a_1	b_2	c_1
a_1	b_2	c_2
a_2	b_3	c_2
a_1	b_4	c_3
a_1	b_2	c_4
a_1	b_1	c_5

A	B
a_1	b_1
a_2	b_1
a_1	b_2

=

S

C
c_1

R ÷ S

A	B
a_1	b_1
a_2	b_1
a_1	b_2

Παραδείγματα Σχεσιακής Άλγεβρας

- Έστω οι παρακάτω σχέσεις για βάση προϊόντων, πελατών, πρακτόρων και παραγγελιών:

P:= PRODUCTS

pid	pname	city	qtty	price

C:= CUSTOMERS

cid	cname	city	discnt

A:= AGENTS

aid	aname	city	percent

O:= ORDERS

ordno	month	cid	aid	pid	qty	dollars

Εκφράστε τις παρακάτω επερωτήσεις σε σχεσιακή άλγεβρα.

1. Βρείτε τα ονόματα των πελατών που παραγγέλνουν τουλάχιστον ένα προϊόν με τιμή $0.50.

$$\pi_{cname}\left(\left(\pi_{pid}\left(\sigma_{price=0.50}(P)\right) \bowtie O\right) \bowtie C\right)$$

2. Βρείτε τα ονόματα των πελατών που δεν κάνουν καμία παραγγελία μέσω του πράκτορα a03.

$$\pi_{cname}\left(\left(\pi_{cid}(C) - \pi_{cid}\left(\sigma_{aid='a03'}(O)\right)\right) \bowtie C\right)$$

Παραδείγματα Σχεσιακής Άλγεβρας

- Έστω οι παρακάτω σχέσεις για βάση προϊόντων, πελατών, πρακτόρων και παραγγελιών:

P:= PRODUCTS

pid	pname	city	qtty	price

C:= CUSTOMERS

cid	cname	city	discnt

A:= AGENTS

aid	aname	city	percent

O:= ORDERS

ordno	month	cid	aid	pid	qty	dollars

Εκφράστε τις παρακάτω επερωτήσεις σε σχεσιακή άλγεβρα.

3. Βρείτε τους πελάτες που κάνουν παραγγελίες μόνο μέσω του πράκτορα a03.

$$\pi_{cid}(O) - \pi_{cid}(\sigma_{aid \neq 'a03'}(O))$$

4. Βρείτε τα προϊόντα που δεν έχουν παραγγελθεί ποτέ από πελάτη στη Νέα Υόρκη μέσω πράκτορα στη Βοστώνη.

$$\pi_{pid}(P) - \pi_{pid}\left(\left(\pi_{cid}\left(\sigma_{city='New\ York'}(C)\right) \bowtie O \bowtie \sigma_{city='Boston'}(A)\right)\right)$$

Παραδείγματα Σχεσιακής Άλγεβρας

- Έστω οι παρακάτω σχέσεις για βάση προϊόντων, πελατών, πρακτόρων και παραγγελιών:

P:= PRODUCTS

pid	pname	city	qtty	price

C:= CUSTOMERS

cid	cname	city	discnt

A:= AGENTS

aid	aname	city	percent

O:= ORDERS

ordno	month	cid	aid	pid	qty	dollars

Εκφράστε τις παρακάτω επερωτήσεις σε σχεσιακή άλγεβρα.

5. Βρείτε τα ονόματα των πελατών που παραγγέλνουν ***όλα*** τα προϊόντα με τιμή \$0.50.

$$\pi_{cname}\left(C \bowtie \left(\pi_{cid,pid}(O) \div \pi_{pid}\left(\sigma_{price=0.50}(P)\right)\right)\right)$$

6. Βρείτε τους πελάτες που παραγγέλνουν ***όλα*** τα προϊόντα που παραγγέλνει οποιοσδήποτε.

$$\pi_{cid,pid}(O) \div \pi_{pid}(O)$$

Παραδείγματα Σχεσιακής Άλγεβρας

- Έστω οι παρακάτω σχέσεις για βάση προϊόντων, πελατών, πρακτόρων και παραγγελιών:

P:= PRODUCTS

pid	pname	city	qtty	price

C:= CUSTOMERS

cid	cname	city	discnt

A:= AGENTS

aid	aname	city	percent

O:= ORDERS

ordno	month	cid	aid	pid	qty	dollars

Εκφράστε τις παρακάτω επερωτήσεις σε σχεσιακή άλγεβρα.

7. Βρείτε τους πράκτορες που παίρνουν παραγγελίες από τουλάχιστον ***όλα*** τα προϊόντα που παραγγέλνει ο πελάτης c004.

$$\pi_{aid,pid}(O) \div \pi_{pid}(\sigma_{cid='c004'}(O))$$

8. Βρείτε τους πελάτες που παραγγέλνουν και το προϊόν p01 και το προϊόν p07.

$$\pi_{cid}\left(\sigma_{pid='p01'}(O)\right) \cap \pi_{cid}\left(\sigma_{pid='p07'}(O)\right)$$

Παραδείγματα Σχεσιακής Άλγεβρας

- Έστω οι παρακάτω σχέσεις για βάση προϊόντων, πελατών, πρακτόρων και παραγγελιών:

P:= PRODUCTS

pid	pname	city	qtty	price

C:= CUSTOMERS

cid	cname	city	discnt

A:= AGENTS

aid	aname	city	percent

O:= ORDERS

ordno	month	cid	aid	pid	qty	dollars

Εκφράστε τις παρακάτω επερωτήσεις σε σχεσιακή άλγεβρα.

9. Βρείτε τους πελάτες που κάνουν παραγγελία μέσω τουλάχιστον ενός πράκτορα που κάνει παραγγελία για το προϊόν p03.

$$\pi_{cid}\left(O \bowtie \pi_{aid}\left(\sigma_{pid='p03'}(O)\right)\right)$$

10. Βρείτε τους πελάτες που έχουν την ίδια έκπτωση με οποιονδήποτε πελάτη στο Dallas ή στη Βοστώνη.

$$\pi_{cid}\left(\mathrm{C} \bowtie \pi_{discnt}\left(\sigma_{city='Dallas' \vee city='Boston'}(C)\right)\right)$$

Παραδείγματα Σχεσιακής Άλγεβρας

- Έστω οι παρακάτω σχέσεις για βάση προϊόντων, πελατών, πρακτόρων και παραγγελιών:

P:= PRODUCTS

pid	pname	city	qtty	price

C:= CUSTOMERS

cid	cname	city	discnt

A:= AGENTS

aid	aname	city	percent

O:= ORDERS

ordno	month	cid	aid	pid	qty	dollars

Εκφράστε τις παρακάτω επερωτήσεις σε σχεσιακή άλγεβρα.

11. Βρείτε τα προϊόντα που παραγγέλνονται από πράκτορες που κάνουν παραγγελίες για πελάτες που παραγγέλνουν τουλάχιστον ένα προϊόν από πράκτορα που έχει κάνει παραγγελία για τον πελάτη c001.

$$\pi_{pid}\left(O \bowtie \left(\pi_{aid}\left(O \bowtie \left(\pi_{cid}\left(O \bowtie \left(\pi_{aid}\left(\sigma_{cid='c001'}(O)\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right)$$

12. Βρείτε τα προϊόντα που δεν παραγγέλνονται από οποιονδήποτε πελάτη ζει σε πόλη της οποίας το όνομα ξεκινάει με D.

$$\pi_{pid}(P) - \pi_{pid}\left(\mathrm{O} \bowtie \sigma_{city \geq 'D' \wedge city < 'E'}(C)\right)$$

Άλλα Είδη Σύζευξης

- Εξωτερική σύζευξη (Outer Join - $\bowtie_O$): συνδυάζει τόσο τις πλειάδες που ταιριάζουν όσο και αυτές που δεν ταιριάζουν, παράγοντας μια σχέση που περιέχει όλες τις τιμές που εμφανίζονται στις δύο σχέσεις πάνω στις οποίες γίνεται η σύζευξη.
- Ορισμός: Έστω σχέσεις R, S με σχήματα $\mathrm{A}_1, \dots, \mathrm{A}_n, \mathrm{B}_1, \dots, \mathrm{B}_k$ και $\mathrm{B}_1, \dots, \mathrm{B}_k, C_1, \dots, \mathrm{C}_m$ αντίστοιχα. Το αποτέλεσμα της εξωτερικής σύζευξης $R \bowtie_O S$ είναι μια σχέση με σχήμα $\mathrm{A}_1, \dots, \mathrm{A}_n, \mathrm{B}_1, \dots, \mathrm{B}_k, \mathrm{C}_1, \dots, \mathrm{C}_m$, ενώ μια πλειάδα t ανήκει στη σχέση αυτή αν:

1. Υπάρχουν πλειάδες u και v στις R και S αντίστοιχα, οι οποίες μπορούν να συζευχθούν και τότε $t[A_i] = u[A_i], i = 1, \dots, n, t[B_i] = u[B_i] = v[B_i], i = 1, \dots, k$ και $t[\mathrm{C}_i] = v[C_i], i = 1, \dots, m$.
2. Υπάρχει πλειάδα u στην R τέτοια ώστε να μην υπάρχει καμία πλειάδα v στην S που να μπορεί να συζευχθεί με αυτή. Τότε $t[\mathrm{D}] = u[D]$ για κάθε γνώρισμα D στο $Head(R)$ και $t[\mathrm{D}] = null$ για κάθε γνώρισμα D στο $\mathrm{C}_1, \dots, \mathrm{C}_m$
3. Υπάρχει πλειάδα v στην S τέτοια ώστε να μην υπάρχει καμία πλειάδα u στην R που να μπορεί να συζευχθεί με αυτή. Τότε $t[\mathrm{D}] = v[D]$ για κάθε γνώρισμα D στο $Head(S)$ και $t[\mathrm{D}] = null$ για κάθε γνώρισμα D στο $\mathrm{A}_1, \dots, \mathrm{A}_n$.

Άλλα Είδη Σύζευξης

- Παράδειγμα: Δώστε το όνομα, αναγνωριστικό και συνολικό ποσό πωλήσεων για όλους τους πράκτορες, ανεξάρτητα από το αν έχουν κάνει πωλήσεις ή όχι.

AGENTS

aid	aname	city	percent

SALES

aid	total

- Η απάντηση $\pi_{aname,aid,total}(AGENTS \bowtie SALES)$ είναι λανθασμένη, διότι δεν περιέχει πράκτορες που δεν έχουν κάνει πωλήσεις. Πρέπει να χρησιμοποιήσουμε outer join:

$$\pi_{aname,aid,total}(AGENTS \bowtie_O SALES)$$

- Στην περίπτωση των πρακτόρων που δεν έκαναν πωλήσεις (δεν υπάρχουν δηλαδή στον πίνακα SALES), στην τιμή του γνωρίσματος total στο αποτέλεσμα θα μπει null.

Άλλα Είδη Σύζευξης

- Αριστερή Εξωτερική σύζευξη (Left Outer Join - $\bowtie_{LO}$): όπως η εξωτερική σύζευξη, μόνο που διατηρούνται οι πλειάδες που δεν ταιριάζουν από τη σχέση αριστερά από τον τελεστή και συμπληρώνονται με null οι τιμές που λείπουν από τη σχέση δεξιά από τον τελεστή. Οι πλειάδες που δεν ταιριάζουν από τη σχέση δεξιά παραλείπονται.
- Δεξιά Εξωτερική σύζευξη (Right Outer Join - $\bowtie_{RO}$): όπως η εξωτερική σύζευξη, μόνο που διατηρούνται οι πλειάδες που δεν ταιριάζουν από τη σχέση δεξιά από τον τελεστή και συμπληρώνονται με null οι τιμές που λείπουν από τη σχέση αριστερά από τον τελεστή. Οι πλειάδες που δεν ταιριάζουν από τη σχέση αριστερά παραλείπονται.

Άλλα Είδη Σύζευξης

- Παράδειγμα: Δώστε το όνομα, αναγνωριστικό και συνολικό ποσό πωλήσεων για όλους τους ειδικούς πράκτορες του παρακάτω πίνακα:

SPECIAL_AGENTS

aid	aname	city	percent
a01	Smith	New York	6
a04	Gray	New York	6
a06	Brown	Tokyo	7

SALES

aid	total
a01	850.00
a02	400.00
a03	3900.00
a05	2400.00
a06	900.00
a07	650.00

- $\pi_{aname,aid,total}(SPECIAL\_AGENTS \bowtie_O SALES)$

- Με την παραπάνω πράξη έχουμε ανεπιθύμητα αποτελέσματα:

aname	aid	total
Smith	a01	850.00
null	a02	400.00
null	a03	3900.00
Gray	a04	null
null	a05	2400.00
Brown	a06	900.00
null	a07	650.00

Άλλα Είδη Σύζευξης

- Παράδειγμα: Δώστε το όνομα, αναγνωριστικό και συνολικό ποσό πωλήσεων για όλους τους ειδικούς πράκτορες του παρακάτω πίνακα:

SPECIAL_AGENTS

aid	aname	city	percent
a01	Smith	New York	6
a04	Gray	New York	6
a06	Brown	Tokyo	7

SALES

aid	total
a01	850.00
a02	400.00
a03	3900.00
a05	2400.00
a06	900.00
a07	650.00

- $\pi_{aname,aid,total}(SPECIAL\_AGENTS \bowtie_{LO} SALES)$

- Αντικαθιστώντας με αριστερή εξωτερική σύζευξη έχουμε:

aname	aid	total
Smith	a01	850.00
Gray	a04	null
Brown	a06	900.00

Άλλα Είδη Σύζευξης

- θ-σύζευξη (Theta Join): επιτρέπει σύζευξη βάσει άλλων συνθηκών, εκτός της ισότητας μεταξύ ομώνυμων γνωρισμάτων (φυσική σύζευξη – natural join) που είδαμε μέχρι τώρα.
- Ορισμός 2: Έστω σχέσεις R, S με σχήματα $\mathrm{A}_1, \ldots, \mathrm{A}_n$ και $\mathrm{B}_1, \ldots, \mathrm{B}_m$ αντίστοιχα. Αν τα γνωρίσματα A_i και B_j έχουν το ίδιο πεδίο τιμών και $\theta \in \{>, <, \geq, \leq, \neq\}$, τότε $R \bowtie_{\mathrm{A}_i \theta \mathrm{B}_j} S$ είναι σχέση με σχήμα $\mathrm{A}_1, \ldots, \mathrm{A}_n, \mathrm{B}_1, \ldots, \mathrm{B}_m$ και οι πλειάδες που ανήκουν σε αυτή έχουν τη μορφή $(\mathrm{a}_1, \ldots, \mathrm{a}_n, \mathrm{b}_1, \ldots, \mathrm{b}_m)$ όπου $(\mathrm{a}_1, \ldots, \mathrm{a}_n \in R), (\mathrm{b}_1, \ldots, \mathrm{b}_m \in S)$ και $\mathrm{a}_i \theta \mathrm{b}_j$.
- Σημείωση: Αν το θ είναι το $=$, η σύζευξη ονομάζεται σύζευξη ισότητας (equijoin).

Άλλα Είδη Σύζευξης

- Παράδειγμα: Βρείτε τους αριθμούς των παραγγελιών για τις οποίες η ποσότητα ξεπερνάει την υπάρχουσα ποσότητα για το προϊόν που παραγγέλλεται.

PRODUCTS

pid	pname	city	qtty	price

ORDERS

ordno	month	cid	aid	pid	qty	dollars

$$\pi_{ordno}\left(ORDERS \bowtie_{ORDERS.qty>PRODUCTS.qtty} PRODUCTS\right)$$

ή ισοδύναμα:

$$\pi_{ordno}\left(\sigma_{ORDERS.qty>PRODUCTS.tty}(ORDERS \times PRODUCTS)\right)$$