Διαίρεση

- ightharpoonup Oρισμός (13): Έστω σχέσεις R, S με $Head(R) = \{A_1, A_2, ..., A_n, B_1, B_2, ..., B_k\}$ και $Head(S) = \{B_1, B_2, ..., B_k\}$ με $n,k \ge 0$. Το αποτέλεσμα της διαίρεσης $R \div S$ είναι μια σχέση T:
 - ▶ με σχήμα { A₁, A₂, ... A₂ }
 - ightharpoonup με πλειάδες t τέτοιες ώστε, για κάθε πλειάδα $s \in S$, η πλειάδα $t \mid \mid s$ ανήκει στην R

1

Διαίρεση (1) - $R \div S$

1	7)	
L	١		

Α	В	С
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a1	b2	c2
a2	b1	c2
a1	b2	c3
a1	b2	c4
a1	b1	c5

S

C c1 ←

Temp

Α	В	
a1	b1	
a2	b1	←
a1	b2	

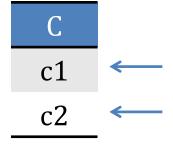
$$R \div S$$

Α	В
a1	b1
a2	b1
a1	b2

R

Α	В	С
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a1	b2	c2
a2	b1	c2
a1	b2	c3
a1	b2	c4
a1	b1	c5

S



Temp

Α	В	
	b1	_
a2	b1	-
a1	b2	-

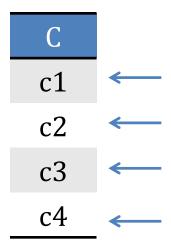
 $R \div S$

Α	В
a2	b1
a1	b2

R

Α	В	С
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a1	b2	c2
a2	b1	c2
a1	b2	c3
a1	b2	c4
a1	b1	c5

5



Temp

Α	В	_
a1	b1	-
a2	b1	- ←
a1	b2	-

 $R \div S$

A	В
a1	b2

1	7	7	
l	١		

Α	В	С
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a1	b2	c2
a2	b1	c2
a1	b2	c3
a1	b2	c4
a1	b1	c5

S

В	C	
b1	c1	←

Temp

$$R \div S$$



a2

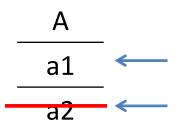
1	7	7	
l	١		

Α	В	С
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a1	b2	c2
a2	b1	c2
a1	b2	c3
a1	b2	c4
a1	b1	c5

S

В	С	
b1	c1	
_b2	c1	

Temp



 $R \div S$



6

Διαίρεση

- Η διαίρεση μπορεί να θεωρηθεί ως το αντίστροφο του καρτεσιανού γινομένου
 - $ightharpoonup Av T := R \div S$ τότε $T \times S$ δίνει μια σχέση με σχήμα συμβατό με αυτό της R και μπορεί να ισχύει ότι $T \times S = R$
 - ightharpoonup Γενικά, αν $T := R \div S$ τότε T είναι το μέγιστο δυνατό σύνολο πλειάδων ώστε $T \times S \subset R$

Διαίρεση

- \triangleright Θεώρημα 1: Έστω T, S σχέσεις με σχήματα A_1 , A_2 , ... A_n και B_1 , B_2 , ... B_m αντίστοιχα. Αν $R = T \times S$ τότε $T := R \div S$
- $ightharpoonup Aπόδειξη: Head(R) = {A₁, A₂, ... A_n, B₁, B₂, ... B_m}. Αρκεί να αποδειχτεί ότι <math>T \subseteq R \div S$ και $R \div S \subseteq T$
 - ightharpoonup T \subseteq R \div S. Έστω W := R \div S και Head(W) = {A₁, A₂, ... A_n } = Head(T).
 - $ightharpoonup R \div S ⊆ T.$ Έστω W = R ÷ S και Έστω w οποιαδήποτε πλειάδα της W. Τότε για κάθε πλειάδα s ∈ S, η w || s ανήκει στην R. Από την υπόθεση, R = T × S δηλαδή κάθε πλειάδα της R προκύπτει από τη συνένωση μιας πλειάδας της T και μιας της S. Αφού Head(W) = Head(T) τότε πρέπει να υπάρχει πλειάδα t ∈ T τέτοια ώστε t = w. Άρα η w ανήκει στην T και W ⊆ T.

- (P) Products (pid, pname, city, quantity, price)
- (C) Customers(<u>cid</u>, cname, city, discount)
- (0) Orders(ord,cid,aid,pid,qty, amt)
- «Βρείτε όλους τους κωδικούς των πελατών που έχουν κάνει παραγγελία για όλα τα προϊόντα που παραγγέλνει ο πελάτης c001»
 - Κωδικοί προϊόντων που έχει παραγγείλει ο πελάτης c001

> T1 :=
$$\pi_{pid}$$
 ($\sigma_{cid = c001}$ (O))

Βρείτε τους πελάτες που έχουν κάνει παραγγελία για όλα τα προηγούμενα προϊόντα

$$\gt$$
 T2 := $\pi_{cid,pid}$ (O) ÷ T1

$$\pi_{\text{pid,cid}}$$
 (O) ÷ $(\pi_{\text{pid}}$ ($\sigma_{\text{cid}=\text{c001}}$ (O))

	,				
ord	cid	aid	pid	qty	amt
0001	c001	a001	p001	1	1000
0002	c001	a002	p002	2	2000
0003	c003	a003	p001	3	3000
o004	c003	a004	p002	4	4000
0005	c004	a004	p001	5	5000

Orders

$$\pi_{\text{pid,cid}}$$
 (O) ÷ $(\pi_{\text{pid}}$ ($\sigma_{\text{cid}=\text{c001}}$ (O))

$$\pi_{\text{pid,cid}}$$
 (O)

$$\pi_{pid}$$
 ($\sigma_{cid = c001}$ (O)

$$\pi_{\text{pid,cid}}$$
 (O) π_{pid} ($\sigma_{\text{cid} = c001}$ (O) $\pi_{\text{pid,cid}}$ (O) ÷ (π_{pid} ($\sigma_{\text{cid} = c001}$ (O))

cid	pid
c001	p001
c001	p002
c003	p001
c003	p002
c004	p001

pid
p001
p002

cid
c001
c003

- (P) Products (pid, pname, city, quantity, price)
- (C) Customers(cid, cname,city,discount)
- (0) Orders(ord,cid,aid,pid,qty, amt)
- $\succ \pi_{\text{pid,cid}}$ (O) $\div (\pi_{\text{pid}} (\sigma_{\text{cid} = c001} (O))$
- \succ Σωστή λύση ? \rightarrow $\pi_{\text{pid,cid}}$ (O \div (π_{pid} ($\sigma_{\text{cid} = c001}$ (O))))

ord	cid	aid	pid	qty	amt
0001	c001	a001	p001	1	1000
0002	c001	a002	p002	2	2000
0003	c003	a003	p001	3	3000
o004	c003	a004	p002	4	4000
o005	c004	a004	p001	5	5000

$$\pi_{pid}$$
 ($\sigma_{cid = c001}$ (O)

pid p001 p002

$$\pi_{cid}$$
 (O ÷ π_{pid} ($\sigma_{cid = c001}$ (O))



cid

Η λύση π_{cid} ($O \div (\pi_{pid} (\sigma_{cid = c001} (O))))$ προϋποθέτει ότι οι πλειάδες που αντιστοιχούν στις παραγγελίες όλων των προϊόντων του πελάτη c001 έχουν τις ίδιες τιμές για όλα τα γνωρίσματα τα της Orders(orderid, cid, aid, qty, amt).

- (P) Products (pid, pname, city, quantity, price)
- (C) Customers(cid, cname,city,discount)
- (0) Orders(ord,cid,aid,pid,qty, amt)
- «Βρείτε τα <u>ονόματα</u> των <u>πελατών</u> που παραγγέλνουν <u>όλα</u> τα προϊόντα»
 - \succ Κωδικοί προϊόντων $T1 := \pi_{pid}$ (P)
 - ightharpoonup Πελάτες που παραγγέλνουν όλα τα προϊόντα της σχέσης T1 : T2 := $\pi_{pid, cid}$ (O) ÷ T1
 - Ονόματα των πελατών στη σχέση T2: π cname (C JOIN T2)

 π_{cname} (C JOIN ($\pi_{\text{pid, cid}}$ (O) $\div \pi_{\text{pid}}$ (P)))

Διαίρεση

- Θεώρημα 2: Η διαίρεση μπορεί να εκφραστεί χρησιμοποιώντας τις πράξεις ×, π, –.
- ightharpoonup Aπόδειξη: Έστω R, S σχέσεις με σχήματα A₁, A₂, ... A_n, B₁, B₂, ... B_m και B₁, B₂, ... B_m αντίστοιχα. Έστω R ÷ S := π A₁, A₂, ... A_n (R) $-\pi$ A₁, A₂, ... A_n ((π A₁, A₂, ... A_n (R) \times S) $-\pi$ R), και W := π A₁, A₂, ... A_n (R) $-\pi$ A₁, A₂, ... A_n (R) \times S) $-\pi$ R).
 - ✓ Έστω u πλειάδα που ανήκει στην W. Τότε η u ανήκει στην $π_{A1, A2, ... An}$ (R) και δεν ανήκει στην $π_{A1, A2, ... An}$ (($π_{A1, A2, ... An}$ (R) × S) R). Έστω ότι υπάρχει πλειάδα s ∈ S τέτοια ώστε η πλειάδα u | | s να μην ανήκει στην $π_{A1, A2, ..., An}$ (($π_{A1, A2, ... An}$ (R) × S) R), το οποίο είναι άτοπο. Επομένως για κάθε πλειάδα s ∈ S, η πλειάδα u | | s ανήκει στην R ÷ S
 - ✓ Αντίστροφα, έστω u πλειάδα που ανήκει στην R ÷ S. Τότε ανήκει στην $π_{A1,A2,...An}$ (R) και δεν ανήκει στην $π_{A1,A2,...An}$ ($(π_{A1,A2,...An}$ (R) × S) − R). Αν ίσχυε αυτό, θα σήμαινε ότι υπάρχει πλειάδα s ∈ S τέτοια ώστε η πλειάδα u | | s να ανήκει στην $π_{A1,A2,...An}$ (R) × S αλλά όχι στην R. Επομένως η u θα ανήκει στην $π_{A1,A2,...An}$ (R) − $π_{A1,A2,...An}$ (Ω) − $π_{A1,A2,...An}$ (Ω) × S) − R)

ho Παράδειγμα: $R \div S = \pi_{A,B}(R) - \pi_{A,B}(R) \times S - R$ ho R $T1 := \pi_{A,B}(R)$ $T2 := T1 \times S$

В	С
b1	c1
b1	c1
b2	c1
b2	c2
b3	c2
b4	c3
b2	c4
b1	c5
	b1 b1 b2 b2 b3 b4 b2

A	В
a1	b1
a2	b1
a1	b2
a2	b3
a1	b4

A	В	С
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a2	b3	c1
a1	b4	c1

T3	:=	T2	_	R

A	В	С
a2	b3	c1
a1	b4	c1

$T4 := \pi_{A,B} (T3)$	3)
------------------------	----

A	В
a2	b3
a1	b4

C c1

ightharpoonup Παράδειγμα: $R \div S = \pi_{A,B}(R) - \pi_{A,B}(R) \times S - R$

$$\mathsf{T1} := \pi_{A,B} (R)$$

A	В
a1	b1
a2	b1
a1	b2
a2	b3
a1	b4

$$T3 := T2 - R$$

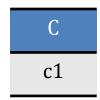
A	В	С
a2	b3	c1
a1	b4	c1

$$T2 := T1 \times S$$

A	В	С
a1	b1	c1
a2	b1_	c1
a1	b2	c1
a2	b3	c1
a1	b4	c1

$$T4 := \pi_{A,B} (T3)$$

A	В
a2	b3
a1	b4



$$T5 := T1 - T4$$

A	В
a2	b3
a1	b4

ightharpoonup Παράδειγμα: $R \div S = \pi_{A,B}(R) - \pi_{A,B}(\pi_{A,B}(R) \times S) - R$ S Temp

A	В	С
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a1	b2	c1
a1	b2	c2
a2	b3	c2
a1	b4	c3
a1	b2	c4
a1	b1	c5

С	
c1	

D	•	
Λ	•	

A	В
a1	b1
a2	b1
a1	b2

4		
A	В	
a1	b1	
a2	b1	
a1	b2	<
a2	b 3	—
-a1	b 4	

- (P) Products (pid, pname, city, quantity, price)
- (C) Customers(<u>cid</u>, cname, city, discount)
- (0) Orders(ord,cid,aid,pid,qty, amt)
- «Βρείτε τα <u>ονόματα</u> των <u>πελατών</u> που παραγγέλνουν <u>όλα</u> τα προϊόντα με τιμή
 0.50\$»
 - ightharpoonup Προϊόντα με τιμή 0.50\$. T1 := $\sigma_{\text{price}=0.50}$ (P)
 - \succ Κωδικοί προϊόντων T2 := π_{pid} (T1)
 - ightharpoonup Κωδικοί πελατών και προϊόντων που παραγγέλνουν T3 := $\pi_{cid,pid}$ (O)
 - Κωδικοί πελατών που παραγγέλνουν όλα τα προϊόντα στη σχέση T2:
 T4:=T3 ÷ T2
 - ightharpoonup Ονόματα πελατών: T5 := π_{cname} (C JOIN T4)
 - π_{cname} (C JOIN ($\pi_{\text{pid, cid}}$ (O) ÷ π_{pid} ($\sigma_{\text{price=0.50}}$ (P))))

HY360 – Lecture 6

18

- (P) Products (pid, pname, city, quantity, price)
- (C) Customers(cid, cname,city,discount)
- (0) Orders(ord, cid, aid, pid, qty, amt)
- ✓ «Βρείτε τους κωδικούς των πελατών που παραγγέλνουν όλα τα προϊόντα»

 $\pi_{\mathsf{pid},\mathsf{cid}}(\mathsf{O}) \div \pi_{\mathsf{pid}}(\mathsf{P})$

 ✓ «Βρείτε τους κωδικούς προμηθευτών που παίρνουν παραγγελίες από όλα τα προϊόντα που παραγγέλνει ο πελάτης c004

 $\pi_{\text{aid, pid}}(\bigcirc) \div \pi_{\text{pid}}(\sigma_{\text{cid='c004'}}(\bigcirc))$

- (P) Products (pid, pname, city, quantity, price)
- (C) Customers(cid, cname,city,discount)
- (0) Orders(orderid,cid,aid,pid,qty,\$)
- (A) Agents (aid, aname, city, percent)
- ✓ «Βρείτε τα <u>ονόματα</u> των <u>πελατών</u> που <u>δεν</u> κάνουν <u>καμία</u> <u>παραγγελία</u> μέσω του <u>πράκτορα</u> a03»
 - \checkmark πελάτες που κάνουν παραγγελίες μέσω του πράκτορα a03: $T1 := \pi_{cid} (\sigma_{aid='a03'} (O))$
 - ✓ Υπόλοιποι πελάτες

$$T2 := \pi_{cid}(C) - T1$$

✓ ονόματα των παραπάνω πελατών: π_{cname} (T2 JOIN C)

$$\pi_{\text{cname}}$$
 ($(\pi_{\text{cid}}(\mathbf{C}) - \pi_{\text{cid}}(\sigma_{\text{aid='a03'}}(\mathbf{O})))$ JOIN C)

- (P) Products (pid, pname, city, quantity, price)
- (C) Customers(cid, cname,city,discount)
- (0) Orders(orderid,cid,aid,pid,qty,\$)
- (A) Agents (aid, aname, city, percent)
- ✓ «Βρείτε τους <u>πελάτες</u> που κάνουν <u>παραγγελίες</u> μόνο μέσω του <u>πράκτορα</u> a03»
 - ✓ πελάτες που δεν κάνουν παραγγελίες μέσω του πράκτορα a03:

T1 :=
$$\pi_{cid}$$
 ($\sigma_{aid \neq 'a03'}$ (O))

✓ Υπόλοιποι πελάτες

T2 :=
$$\pi_{cid}$$
 (O) - T1
$$\pi_{cid}$$
 (O) - π_{cid} ($\sigma_{aid \neq `a03'}$ (O))

- (P) Products(pid, pname, city, quantity, price)
- (C) Customers(cid, cname,city,discount)
- (0) Orders(orderid, cid, aid, pid, qty, \$)
- (A) Agents (aid, aname, city, percent)
- ✓ «Βρείτε τα προϊόντα που δεν έχουν παραγγελθεί ποτέ από πελάτη στη Νέα Υόρκη μέσω ενός πράκτορα που έχει έδρα τη Βοστώνη»

```
\pi_{\rm pid} (P) -\pi_{\rm pid} ( ( \sigma_{\rm city='NY'} (C) ) JOIN O JOIN ( \sigma_{\rm city='Boston'} (A) )
```

- (P) Products (pid, pname, city, quantity, price)
- (C) Customers(cid, cname,city,discount)
- (0) Orders(orderid, cid, aid, pid, qty, \$)
- (A) Agents (aid, aname, city, percent)
- ✓ «Βρείτε τα προϊόντα που δεν παραγγέλνονται από οποιονδήποτε πελάτη ζει σε πόλη της οποίας το όνομα ξεκινάει με D.
 - ✓ Πελάτες που ζουν σε πόλη της οποίας το όνομα ξεκινάει από D: T1 := $\sigma_{\text{city} < E \land \text{city} ≥ D}$ (C)
 - ✓ Παραγγελίες των παραπάνω πελατών: T2 := O JOIN T1
 - ✓ Κωδικοί παραπάνω προϊόντων: $T3 := \pi_{pid}$ (T2)

 $\pi_{pid}(P) - \pi_{pid}(O \ JOIN(\sigma_{city \le E \land city \ge D}(C))$

- (P) Products(pid, pname,city,quantity, price)
- (C) Customers(cid, cname,city,discount)
- (0) Orders(orderid, cid, aid, pid, qty, \$)
- (A) Agents (aid, aname, city, percent)
- ✓ «Βρείτε τους πελάτες που παραγγέλνουν και το προϊόν p01 και το προϊόν p07.

$$\pi_{\mathsf{cid}}$$
 ($\sigma_{\mathsf{pid='p01'}}$ (O)) $\cap \pi_{\mathsf{cid}}$ ($\sigma_{\mathsf{pid='p07'}}$ (O))

Η πράξη της τομής μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν οι συνθήκες της επιλογής αναφέρονται σε μονότιμα γνωρίσματα (π.χ. αναγνωριστικό της σχέσης). Αν οι συνθήκες της επιλογής αναφέρονται σε πλειότιμα γνωρίσματα τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί η πράξη της σύζευξης στη συνθήκη, όπως και η πράξη της τομής.