

### Άσκηση 1

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}^t$$

- (α) Να κάνω παραγοντοποίηση  $PA=LDU$  όπου  $P$  είναι πίνακας αντιμετάθεσης,  $L$  είναι κάτω τριγωνικός με 1 στη διαγώνιο,  $U$  είναι άνω τριγωνικός με 1 στη διαγώνιο και  $D$  είναι ένας διαγώνιος πίνακας.
- (β) Να λύσω το σύστημα  $Ax=b$
- (γ) Να βρω τον αντίστροφο του  $A$  εάν υπάρχει με τη μέθοδο Gauss-Jordan. Εάν δεν υπάρχει να δικαιολογήσω το γιατί

### Άσκηση 2

- (α) Να βρω μια βάση υποχώρου όλων των διανυσμάτων του  $R^6$  που να ικανοποιούν την σχέση  $x_1+2x_2=x_3+2x_4=x_5+2x_6$ .
- (β) Να βρώ πίνακα με τον απο πάνω υποχώρο ως μηδενοχώρο.
- (γ) Να βρω πίνακα με τον απο πάνω υποχώρο ως χώρο στηλών.

### Άσκηση 3

Έστω  $B$  βάση υποχώρου  $S$ . Να δείξω ότι όλα τα διανύσματα  $v \in S$  μπορούν να γραφτούν ως μοναδικοί γραμμικοί συνδιασμοί των διανυσμάτων του  $S$ .

### Άσκηση 4

Έστω πίνακας  $A_{n \times n}$  με στοιχεία  $a_{ij}=2i+j$ . Να βρω ορίζουσα για  $n \geq 2$ .

### Άσκηση 5

Έστω η αναδρομική συνάρτηση  $\Phi_k=5\Phi_{k-1}-6\Phi_{k-2}$   
Με  $\Phi_0=2$  και  $\Phi_1=5$

- (α) Με ιδιοτιμές και ιδιοδυνανύσματα να βρω αναλυτική της μορφή δηλαδή μια μη-αναδρομική συνάρτηση.

### Άσκηση 6

$$F(x,y)=-2x^2+8xy-10y^2$$

- (α) Να γραψω την  $f$  σε μορφή  $z^t A z$ , όπου  $z=\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}^t$  και  $A$  είναι συμμετρικός πίνακας.
- (β) Είναι ο  $A$  θετικά ή αρνητικά ημιορισμένος;
- (γ) ανάλογα με την από πάνω απάντηση να χαρακτηρίσω τα μέγιστα ή τα ελάχιστα της συνάρτησης.