全国青少年信息学奥林匹克竞赛

CCF NOI 2022

第二试

时间：2022 **年** 8 **月** 25 **日** 08:00 ∼ 13:00

题目名称	挑战 NPC	冒泡排序	二次整数规划问题
题目类型	传统型	传统型	传统型
目录	`iso`	`bubble`	`qip`
可执行文件名	`iso`	`bubble`	`qip`
输入文件名	`iso.in`	`bubble.in`	`qip.in`
输出文件名	`iso.out`	`bubble.out`	`qip.out`
每个测试点时限	2.0 秒	2.0 秒	2.0 秒
内存限制	1024 MiB	1024 MiB	1024 MiB
测试点数目	25	25	22
测试点是否等分	是	是	否

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	`iso.cpp`	`bubble.cpp`	`qip.cpp`

编译选项

对于 C++ 语言	`-O2 -std=c++14 -static`

注意事项（请仔细阅读）

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int，程序正常结束时的返回值必须是 0。
3. 因违反以上两点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
4. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
5. 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
6. 程序可使用的栈空间内存限制与题目的内存限制一致。
7. 只提供 Linux 格式附加样例文件。
8. 禁止在源代码中改变编译器参数（如使用 #pragma 命令），禁止使用系统结构相关指令（如内联汇编）和其他可能造成不公平的方法。

挑战 NPC （iso）

【题目描述】

诸由杨是一名咸鱼大学生，虽然他每天仍然幻想着在多项式时间内解决 NPC 问题。

诸由杨上课的时候了解到子图同构问题是一个 NPC 问题。他打算给出一个子图同构问题的多项式判定算法，间接的去证明 $\mathrm{P} = \mathrm{NP}$，这样他一定可以凭借这个伟大的工作荣获图灵奖! 只可惜诸由杨才疏学浅，连子图同构问题属于 NPC 的证明都没有想出来。因而他退而求其次，准备判定一个更加简单的问题:

给定两棵有根树 G, H。设 $|G|$ 代表树 G 中的节点个数，则这两棵树满足如下限制: $1 \le |H| \le |G| \le |H| + k$。这里诸由杨保证 k 是一个小常数。

诸由杨可以删除 G 中的若干个节点，假定删除节点后后得到的子图为 G'。他想要知道是否存在一种删除节点的方式，使得删除后得到的子图 G' 满足如下条件:

- G' 联通。
- G' 包含 G 中的根节点 (也就是说 G 根节点在删除过程中没有被删除)。
- G' 和 H 同构 (也就是说存在一种让 G' 中点重标号的方式，使得重标号得到的图和 H 完全相同，且 G 中的根节点经过重标号后恰好为 H 的根节点)。

【输入格式】

从文件 ***iso.in*** 中读入数据。

本题有多组测试数据。

输入的第一行依次包含两个正整数 C,T 和一个非负整数 k，三个数字分别表示当前测试点编号，测试数据组数和题目中给定的常数。如果当前测试数据为样例则 $C = 0$。保证 $T \le 500, k \le 5$。

对于每一组测试数据:

输入的第一行包含一个正整数 n_1，表示树 G 中的节点个数，保证 $1 \le n_1 \le 10^5$, 且 $\sum n_1 \le 5 \times 10^5$。

输入的第二行包含 n_1 个整数，描述了树 G 的结构。具体的，第 $i(1 \le i \le n_1)$ 个整数 a_i 表示在树 G 中节点 i 的父节点，如果其为根节点则 $a_i = -1$。保证按照上述规则得到的树为连通有根树。

输入的第三行包含一个正整数 n_2，表示 H 中的节点个数，保证对于所有测试数据，满足 $\max(1, n_1 - k) \le n_2 \le n_1$。

输入的第四行包含 n_2 个整数，描述了树 H 的结构。具体的，第 $i(1 \le i \le n_2)$ 个整数 b_i 表示在树 H 中节点 i 的父节点，如果其为根节点则 $b_i = -1$。保证按照上述规则得到的树为连通有根树。

【输出格式】

输出到文件 ***iso.out*** 中。

对于每一组测试数据：

输出一行一个字符串。如果存在删除 G 中节点的方式，使得其能够同时满足上述三个条件，则输出 `Yes`；否则输出 `No`。

【样例 1 输入】

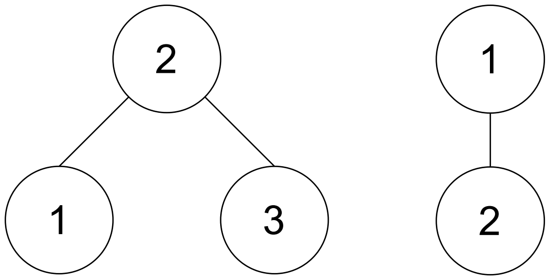
```
0 3 1
3
2 -1 2
2
-1 1
4
3 3 -1 3
3
2 3 -1
5
-1 1 5 5 1
5
2 3 -1 3 2
```

【样例 1 输出】

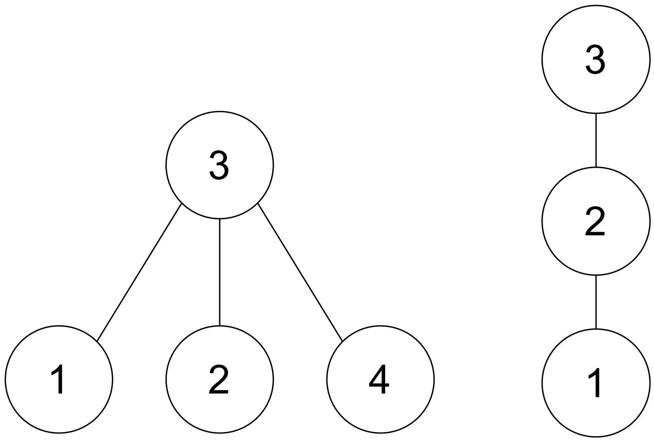
```
Yes
No
Yes
```

【样例 1 解释】

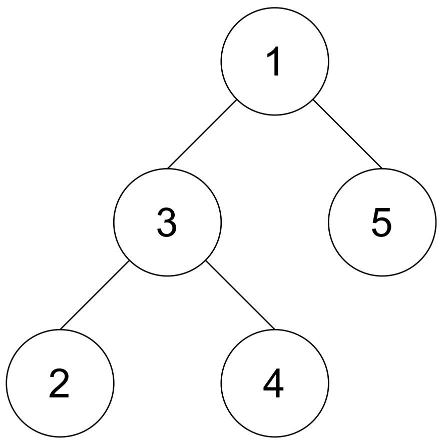
对于第一个测试点，我们删除第一棵树的 1 号节点。此时剩余的树和输入第二棵树均为包含两个节点的有根树，因而输出为 `Yes`。



对于第二个测试点，输入第一颗树深度为 1, 但是输入第二颗树深度为 2。因而不论如何删除第一颗树的节点不会导致其树高增加到 2, 因而输出为 `No`。



对于第三个测试点，其输入两颗树均同构于下图的树，因而因而输出为 `Yes`。



【样例 2】

见选手目录下的 ***iso/iso2.in*** 与 ***iso/iso2.ans***。
该样例数据范围满足测试点 $7 \sim 8$

【样例 3】

见选手目录下的 ***iso/iso3.in*** 与 ***iso/iso3.ans***。
该样例数据范围满足测试点 $9 \sim 10$。

【样例 4】

见选手目录下的 ***iso/iso4.in*** 与 ***iso/iso4.ans***。
该样例数据范围满足测试点 13。

【子任务】

对于所有测试数据，满足 $1 \le T \le 500, 1 \le n_2 \le n_1 \le 10^5, \sum n_1 \le 5 \times 10^5, 0 \le k \le 5$。
各测试点的附加限制如下表所示：

n_1, n_2	$\sum n_1$	测试点	k	特殊性质
≤ 8	≤ 500	1,2,3	≤ 0	无
		4,5,6	≤ 5	
≤ 16	$\le 10^3$	7,8	≤ 0	
		9,10	≤ 5	
≤ 150	$\le 10^4$	11	≤ 0	
		12	≤ 1	
		13	≤ 5	
$\le 10^5$	$\le 5 \times 10^5$	14,15,16	≤ 0	A
		17,18,19,20		B
		21	≤ 1	无
		22,23	≤ 3	
		24,25	≤ 5	

其中附加限制中的特殊性质如下所示：

- 特殊性质 A: 保证有根树 G 每个节点要么是叶节点，要么有恰好 1 个儿子结点; 另一种等价的表述是有根树 G 构成了一条链，且根节点为链的一个端点。
- 特殊性质 B: 保证有根树 G 每个节点要么是叶节点，要么有恰好 2 个儿子结点，同时保证 G 的每一个叶节点深度均相同; 另一种等价的表述是有根树 G 构成一颗完全二叉树，且根节点为完全二叉树的根节点

【提示】

数据没有**针对任何合理的哈希算法做任何针对性的构造**，所以在合理范围内不需要过度担心因为哈希碰撞而产生的失分问题。

冒泡排序（bubble）

【题目背景】

最近，小 Z 对冒牌排序产生了浓厚的兴趣。

下面是冒泡排序的伪代码：

```
1 输入: 一个长度为 n 的序列 a[1...n]
2 输出: a 从小到大排序后的结果
3 for i = 1 to n do:
4     for j = 1 to n - 1 do
5         if (a[j] > a[j + 1])
6             交换 a[j] 与 a[j + 1] 的值
```

冒泡排序的交换次数被定义为在排序时**进行交换的次数**，也就是上面冒泡排序伪代码**第六行**的执行次数。他希望找到一个交换次数尽量少的序列。

【题目描述】

小 Z 所研究的序列均由非负整数构成。它的长度为 n，且必须满足 m 个附加条件。其中第 i 个条件为：下标在 $[L_i, R_i]$ 中的数，即 $a_{L_i}, a_{L_i+1}, \ldots, a_{R_i}$ 这些数，其最小值**恰好为** V_i。

他知道冒泡排序时常会超时。所以，他想要知道，在所有满足附加条件的序列中，进行冒泡排序的交换次数的最少值是多少。

【输入格式】

从文件 ***bubble.in*** 中读入数据。

本题有多组数据。

输入的第一行包含一个正整数 T。

对于每组数据，第一行包含两个正整数 n, m。数据保证 $1 \le n, m \le 10^6$。

接下来 m 行，每行三个非负整数 L_i, R_i, V_i，表示一组附加条件。数据保证 $1 \le L_i \le R_i \le n, 0 \le V_i \le 10^9$。

【输出格式】

输出到文件 ***bubble.out*** 中。

输出共 T 行，每行一个整数。

对于每组数据，如果存在满足这 m 个附加条件的序列，则输出在所有满足附加条件的序列中，冒泡排序交换次数的最小值。如果不存在满足所有条件的序列，则输出 -1。

【样例 1 输入】

```
1
3 2
1 1 2022
2 3 39
```

【样例 1 输出】

```
1
```

【样例 1 解释】

这组数据的约束条件为 $a_1 = 2022, \min\{a_2, a_3\} = 39$。

若 $a_2 = 39$，且 $39 \le a_3 < 2022$，则冒泡排序只有第一轮有交换操作，这一轮交换了 a_1, a_2 和 a_2, a_3，总交换次数为 2。

若 $a_2 = 39$，且 $a_3 \ge 2022$，则冒泡排序只有第一轮有交换操作，这一轮仅仅交换 a_1, a_2，总交换次数为 1。

若 $a_3 = 39$，且 $39 < a_2 < 2022$，则冒泡排序算法第一轮交换 a_1, a_2 和 a_2, a_3，第二轮交换 a_1, a_2。总交换次数为 3。

若 $a_3 = 39$，且 $a_2 \ge 2022$，则冒泡排序算法第一轮交换 a_2, a_3，第二轮交换 a_1, a_2。总交换次数为 2。

因此，交换次数的最小值为 1。

【样例 2】

见选手目录下的 ***bubble/bubble2.in*** 与 ***bubble/bubble2.ans***。

【样例 3】

见选手目录下的 ***bubble/bubble3.in*** 与 ***bubble/bubble3.ans***。

这个样例满足测试点 $8 \sim 10$ 的条件。

【样例 4】

见选手目录下的 ***bubble/bubble4.in*** 与 ***bubble/bubble4.ans***。

这个样例满足测试点 $13 \sim 14$ 的条件。

【样例 5】

见选手目录下的 ***bubble/bubble5.in*** 与 ***bubble/bubble5.ans***。
这个样例满足测试点 $15 \sim 16$ 的条件。

【样例 6】

见选手目录下的 ***bubble/bubble6.in*** 与 ***bubble/bubble6.ans***。
这个样例满足测试点 $23 \sim 25$ 的条件。

【数据范围】

本题共 25 个测试点。全部测试点满足：$1 \le T \le 1000, 1 \le \sum n, \sum m \le 10^6, 1 \le L_i \le R_i \le n, 0 \le V_i \le 10^9$。

<table>
<tr><th>测试点编号</th><th>数据范围</th><th>特殊性质</th></tr>
<tr><td>$1 \sim 4$</td><td>$n, m \le 7$, 且最多 2 组数据不满足 $n, m \le 5$</td><td></td></tr>
<tr><td>$5 \sim 7$</td><td>$n, m \le 17$, 且最多 3 组数据不满足 $n, m \le 9$</td><td rowspan="3">A</td></tr>
<tr><td>$8 \sim 10$</td><td>$n, m \le 100, \sum n^3, \sum m^3 \le 4 \cdot 10^7$</td></tr>
<tr><td>$11 \sim 12$</td><td rowspan="4">$n, m \le 2000, \sum n^2, \sum m^2 \le 4 \cdot 10^7$</td></tr>
<tr><td>$13 \sim 14$</td><td>B</td></tr>
<tr><td>$15 \sim 16$</td><td>C</td></tr>
<tr><td>$17 \sim 18$</td><td></td></tr>
<tr><td>19</td><td rowspan="4">$\sum n, \sum m \le 10^6$</td><td>A</td></tr>
<tr><td>20</td><td>B</td></tr>
<tr><td>$21 \sim 22$</td><td>C</td></tr>
<tr><td>$23 \sim 25$</td><td></td></tr>
</table>

其中 $\sum n, \sum m$ 分别表示所有测试点的 n 的总和和 m 的总和。$\sum n^2, \sum m^2, \sum n^3, \sum m^3$ 的含义类似。

特殊性质 A: 对于 $1 \le i \le m$，$0 \le V_i \le 1$。
特殊性质 B: 对于 $1 \le i \le m$，$L_i = R_i$。
特殊性质 C: 输入给出的 m 个区间 $[L_i, R_i]$ 两两不相交。

【提示】

本题的部分测试点输入量较大。我们建议你使用较为快速的读入方式。

二次整数规划问题（qip）

【题目描述】

本题中，你需要解决一个著名的 NP 问题——二次整数规划问题。

二次整数规划问题要有变量：你需要给出一个长度为 n 的**整数**序列 $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$，满足下文中的所有条件。

二次整数规划问题要有约束：你给出的整数序列需要满足以下两类约束：

1. 一类约束是单个变量取值的约束：给出正整数 $k(3 \le k \le 5)$ 和 n 个区间 $[l_i, r_i](1 \le i \le n)$，其中 $1 \le l_i \le r_i \le k$，你给出的序列需要满足 $\forall 1 \le i \le n, l_i \le x_i \le r_i$；
2. 另一类约束是变量之间取值的约束：给出 m 个三元组 (p_i, q_i, b_i)，你给出的序列需要满足 $\forall 1 \le j \le m, \left|x_{p_j} - x_{q_j}\right| \le b_j$。

二次整数规划问题要有目标函数：在给出 $k-2$ 个权值参数 $v_2, v_3, \cdots, v_{k-1}$（**注意下标范围为** 2 **至** $k-1$）的前提下，对于一个值域为 $[1, k]$ 的整数序列 $\{p_1, p_2, \cdots, p_n\}$，设 c_i 为该序列中取值为 i 的元素个数，G 为满足 $1 \le i, j \le n$ 且 $|p_i - p_j| \le 1$ 的整数二元组 (i, j) 个数，**注意在** $i \ne j$ **时，**(i, j) **和** (j, i) **是不同的二元组**。定义该序列的**权值**为

$$W(p_1, p_2, \cdots, p_n) = 10^6 G + \sum_{i=2}^{k-1} c_i v_i.$$

你的序列需要在满足以上两类约束的情况下，最大化其权值。

二次整数规划问题不一定要有多组询问，但是我们会给出 q 次询问，每次询问给出不同的权值参数 $v_2, v_3, \cdots, v_{k-1}$，对于每组询问你需要找到满足约束的最大化权值的序列。为了减少输出量，你只需要输出这个序列的权值。数据保证至少存在一个满足上述条件的序列。

【输入格式】

从文件 ***qip.in*** 中读入数据。

本题有多组测试数据。第一行一个非负整数和一个正整数 C, T，分别表示测试点编号和测试数据数量。$C = 0$ 表示该组数据为样例。

对于每组测试数据，第一行四个整数 k, n, m, q，描述序列值域、序列长度、变量之间约束的个数和询问次数。

接下来 n 行每行两个整数 l_i, r_i，描述序列中每个元素对应的取值区间。

接下来 m 行每行三个整数 p_j, q_j, b_j，描述一个变量之间的约束。

接下来 q 行每行 $k-2$ 个非负整数 $v_2, v_3, \cdots, v_{k-1}$ 描述一组询问的权值参数。

【输出格式】

输出到文件 ***qip.out*** 中。

对于每组数据的每组询问输出一行一个整数，表示序列权值的最大值。

【样例 1】

见选手目录下的 ***qip/qip1.in*** 与 ***qip/qip1.ans***。
该样例满足数据范围中测试点 1 的性质。

【样例 1 解释】

第一个测试数据中两组询问对应的最优序列均为 $(1,2,2,1,3)$，有 $c_2=2,G=21$。

【样例 2】

见选手目录下的 ***qip/qip2.in*** 与 ***qip/qip2.ans***。
该样例满足数据范围中测试点 3 的性质。

【样例 2 解释】

第一个测试数据中两组询问对应的一个最优序列分别为 $(4,4,3,3)$ 和 $(4,3,2,2)$。

【样例 3】

见选手目录下的 ***qip/qip3.in*** 与 ***qip/qip3.ans***。
该样例满足数据范围中测试点 5 的性质。

【样例 3 解释】

第一个测试数据中三组询问对应的一个最优序列分别为 $(3,3,3,3,3)$、$(2,2,3,3,2)$ 和 $(3,2,4,4,2)$。

【样例 4】

见选手目录下的 ***qip/qip4.in*** 与 ***qip/qip4.ans***。
该样例满足数据范围中测试点 2 的性质。

【样例 5】

见选手目录下的 ***qip/qip5.in*** 与 ***qip/qip5.ans***。
该样例满足数据范围中测试点 4 的性质。

【样例 6】

见选手目录下的 ***qip/qip6.in*** 与 ***qip/qip6.ans***。
该样例满足数据范围中测试点 8 的性质。

【样例 7】

见选手目录下的 ***qip/qip7.in*** 与 ***qip/qip7.ans***。
该样例满足数据范围中测试点 14 的性质。

【样例 8】

见选手目录下的 ***qip/qip8.in*** 与 ***qip/qip8.ans***。
该样例满足数据范围中测试点 17 的性质。

【子任务】

设 $\sum q$ 为单个测试点中所有测试数据的 q 的和。对于所有测试点，

- $1 \le T \le 600$，
- 第 $i (1 \le i \le T)$ 个测试数据中，$1 \le n \le \max(\frac{T}{i}, 2\log_2 T)$，
- $3 \le k \le 5$，$0 \le m \le 3n$，$1 \le q, \sum q \le 3 \times 10^5$，
- $1 \le l_i \le r_i \le k$，
- $1 \le p_j, q_j \le n$，$0 \le b_j < k$，
- $0 \le v_2, \cdots, v_{k-1} \le 10^{12}$。

<table>
<tr><th>测试点编号</th><th>$T \le$</th><th>$k =$</th><th>$\sum q \le$</th><th>特殊性质</th><th>测试点分数</th></tr>
<tr><td>1</td><td>10</td><td rowspan="2">3</td><td>200</td><td rowspan="10">无</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2</td><td>600</td><td>3×10^5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>3</td><td>10</td><td rowspan="2">4</td><td>200</td><td>4</td></tr>
<tr><td>4</td><td>600</td><td>3×10^5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>5</td><td>10</td><td rowspan="18">5</td><td>300</td><td>5</td></tr>
<tr><td>6</td><td>15</td><td>500</td><td>4</td></tr>
<tr><td>7</td><td>25</td><td>750</td><td>4</td></tr>
<tr><td>8</td><td>50</td><td>1000</td><td>6</td></tr>
<tr><td>9</td><td>80</td><td>1500</td><td>6</td></tr>
<tr><td>10</td><td>120</td><td>2000</td><td>5</td></tr>
<tr><td>11</td><td>200</td><td>8000</td><td rowspan="3">A</td><td>3</td></tr>
<tr><td>12</td><td>400</td><td>3×10^4</td><td>4</td></tr>
<tr><td>13</td><td>600</td><td>2×10^5</td><td>5</td></tr>
<tr><td>14</td><td>200</td><td>8000</td><td rowspan="3">B</td><td>3</td></tr>
<tr><td>15</td><td>400</td><td>3×10^4</td><td>4</td></tr>
<tr><td>16</td><td>600</td><td>2×10^5</td><td>4</td></tr>
<tr><td>17</td><td>120</td><td>10^5</td><td rowspan="3">C</td><td>4</td></tr>
<tr><td>18</td><td>150</td><td>2×10^5</td><td>5</td></tr>
<tr><td>19</td><td>180</td><td>3×10^5</td><td>5</td></tr>
<tr><td>20</td><td>300</td><td>5×10^4</td><td rowspan="3">无</td><td>5</td></tr>
<tr><td>21</td><td>450</td><td>10^5</td><td>4</td></tr>
<tr><td>22</td><td>600</td><td>3×10^5</td><td>4</td></tr>
</table>

特殊性质 A：$m = 0$。

特殊性质 B：$m \le 10$，单个测试点中所有测试数据的 m 的和不超过 200。

特殊性质 C：数据随机生成。具体地，生成测试点中每组测试数据时，给出参数 k, n, m, q 以及 k 个非负整数 $p_0, p_1, p_2, \cdots, p_{k-1}$，保证 $p_{k-1} \neq 0$，则按照如下规则生成该组数据：

- 对于 $1 \le i \le n$，独立均匀随机生成 $x, y \in [1, k]$，则 $l_i = \min(x, y), r_i = \max(x, y)$；
- 不断按照如下方式生成三元组直至有 m 个三元组：
  1. 独立均匀随机生成 $u, v \in [1, n]$；
  2. 以 p 为权值随机生成 w（对于 $0 \le i \le k-1$，$w = i$ 的概率为 $\frac{p_i}{p_0+p_1+\cdots+p_{k-1}}$）；
  3. 若在原有三元组集合中加入 (u, v, w) 后不存在序列 $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 满足所有限制，则舍弃当前三元组，否则加入当前三元组。
- 每组询问的 $v_2, \cdots, v_{k-1}$ 在 $[0, 10^{12}]$ 内独立均匀随机生成。